This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

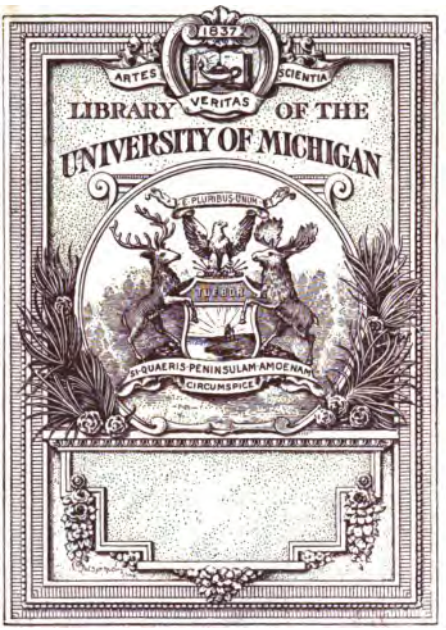
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

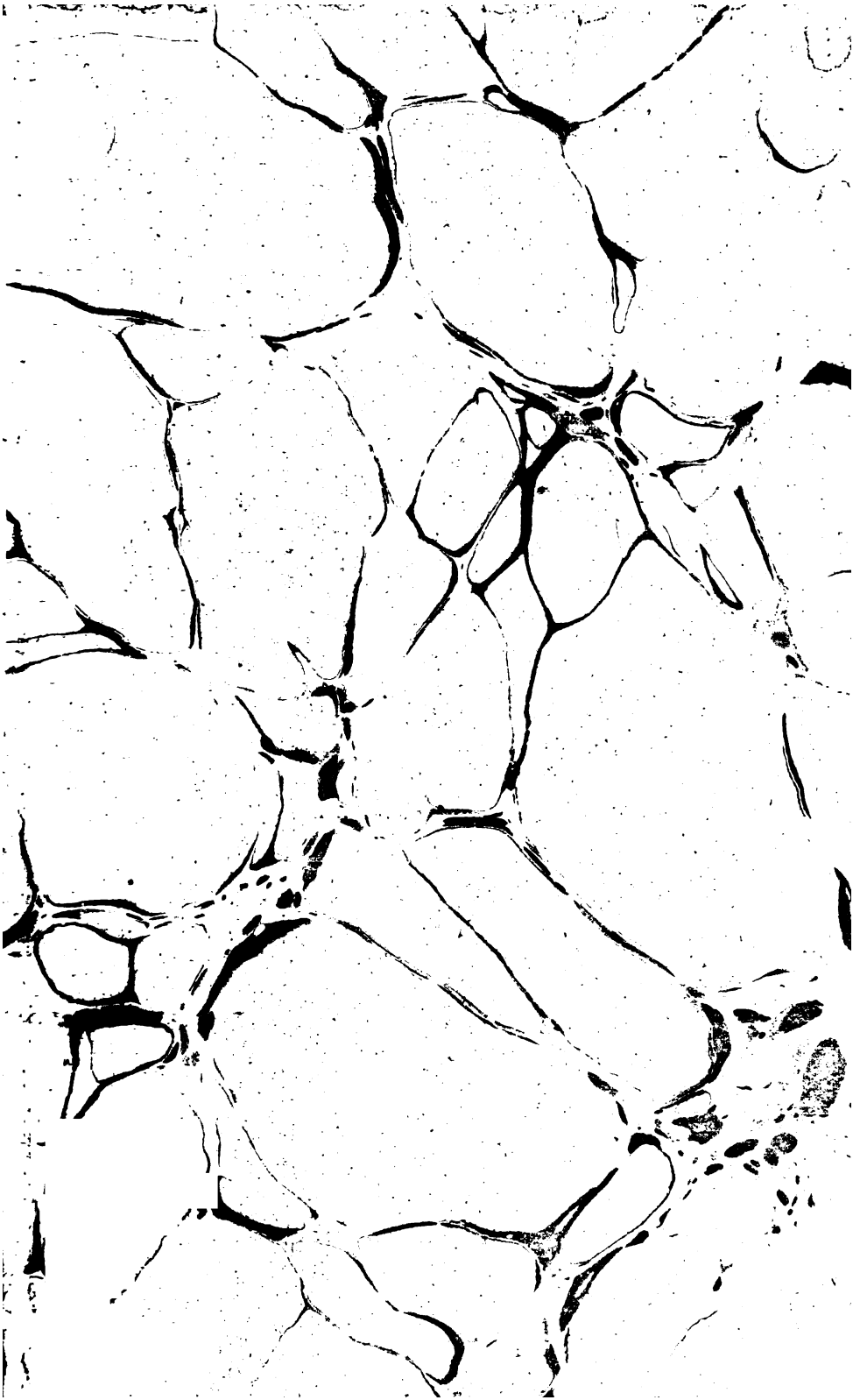
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



T
2
.P23

ANNALES

DU

CONSERVATOIRE

DES ARTS ET MÉTIERS.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,

55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS.

ANNALES

DU

CONSERVATOIRE

DES ARTS ET MÉTIERS,

PUBLIÉES PAR LES PROFESSEURS.

2e SÉRIE. — TOME III.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1891

(Tous droits réservés.)

ANNALES
DU
CONSERVATOIRE
DES ARTS ET MÉTIERS.

DISCOURS

PRONONCÉ LE 23 NOVEMBRE 1890

AUX OBSÈQUES DE

M. F. MALAPERT,

Avocat à la Cour d'appel de Paris,
Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers [1],

Par M. É. LEVASSEUR.

J'ai connu M. Malapert en 1879; il venait d'être chargé par le Ministre du Commerce d'un cours annexe au Conservatoire des Arts et Métiers qui, deux ans après, est devenu la chaire de Droit commercial. Notre nouveau collègue avait alors passé l'âge ordinaire de la retraite; mais les années n'avaient affaibli en lui ni la passion de savoir ni le désir de communiquer sa science. Nous l'avons vu pendant dix ans tout dévoué à cet

[1] MALAPERT (Pierre-Antoine-Frédéric), né à Civray (Vienne), le 8 octobre 1815, décédé à Paris, le 21 novembre 1890.

178882

enseignement qu'il avait créé, s'appliquant à constituer un corps de doctrines et une méthode d'exposition adaptés à son auditoire, apportant dans cette œuvre les ressources d'une érudition juridique très étendue et une longue expérience des affaires et de la plaidoirie, cherchant à attirer les jeunes gens dont il aimait à se rapprocher avec une familiarité bienveillante, et toujours disposé à rendre service, par des actes comme par des conseils, à ceux qui venaient à lui.

M. Malapert avait déjà parcouru une longue carrière; il y avait toujours suivi le droit chemin, s'inspirant du sentiment du devoir, avec une certaine fierté naturelle qui ne fit jamais de lui un courtisan de la fortune. La fortune, de son côté, ne lui a pas prodigué ses faveurs. Pendant neuf ans, il a été attaché au barreau, d'abord à Poitiers, ville où il avait fait ses études de Droit, puis à Civray où il n'est resté que deux ans. Depuis 1846, il appartenait au barreau de Paris où il s'était promptement distingué parmi les jeunes avocats de sa génération, à la fois par ses qualités professionnelles et par son libéralisme républicain. Je n'ai pas l'autorité nécessaire pour parler des amitiés qu'il y a contractées avec plusieurs des confrères éminents dont le bâtonnier de l'Ordre vient de citer quelques noms, ni de l'estime que son caractère lui a value auprès de tous; mais je puis affirmer qu'il y est demeuré pendant plus de quarante ans honoré et respecté, parce que c'était un homme d'honneur et un homme de bien qui n'a jamais composé avec sa conscience.

Le 24 février 1848, il était aux Tuileries avec la légion de la garde nationale à laquelle il appartenait. Un poste de dix-huit soldats venait d'être découvert par la foule, qui proférait des cris de mort. M. Malapert s'élança, barrant la porte de son corps, et, par son énergie, il leur sauva la vie.

Son influence était assez redoutée pour qu'il ait été au nombre des personnes arrêtées le 2 décembre. Il ne sortit de prison qu'après avoir promis de ne plus se mêler pas à la politique militante, et, pendant dix-huit ans, se considérant comme lié par sa parole, il s'est renfermé exactement dans les travaux de sa profession et dans l'étude du Droit et de l'Histoire.

Les événements de 1870 lui rendirent sa liberté d'action. Il était à Paris pendant le siège, et il n'a quitté la capitale qu'en ballon pour accomplir une mission et se mettre au service du gouvernement de Tours. Il était de retour à Paris pendant la Commune et il y prodiguait, non sans péril, des conseils de patriotisme et de sagesse qui n'ont pas été écoutés.

M. Malapert avait des opinions très arrêtées sur les questions de Droit, de Politique et d'Histoire : il les avait acquises ou fortifiées par de patientes recherches dans les livres. On pourrait le comparer à un bénédictin s'il n'avait pas mêlé avec autant d'ardeur l'action à l'étude; républicain convaincu, sincèrement libéral, il était de l'école des Cavaignac.

Parlant au nom du Conservatoire des Arts et Métiers, j'ai moins à caractériser devant cette tombe l'homme politique qu'à rappeler les mérites du professeur et du savant. M. Malapert, avant de professer, était un publiciste déjà connu par de nombreux articles dans les journaux de Droit, par des brochures et par des livres sur l'assurance, la propriété littéraire, le brevet d'invention. L'année même où il entrait au Conservatoire, il publiait, avec la collaboration de M. J. Forni, sous le titre de *Nouveau commentaire des lois sur les brevets d'invention,* un volume qui est aujourd'hui un des Ouvrages classiques sur la matière, et, quelques années plus tard, il donnait un second volume, sous le titre de *Législation des travaux publics,* qui est le résultat de longues et patientes investigations.

Il s'était proposé de publier son cours, et, dans ce dessein, il avait déjà rédigé une partie de ses leçons. Les événements ne lui ont pas permis de mettre ce dernier projet à exécution; nous n'en avons que quelques fragments qu'il a, à diverses reprises, inséré dans des journaux, dans des revues et surtout dans les *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers,* et nous regrettons aujourd'hui qu'un enseignement, qui n'existe que sous cette forme et avec cette destination qu'au Conservatoire des Arts et Métiers et qui est d'une manifeste utilité pour la clientèle qui vient s'instruire à nos cours, n'ait pas été fixé et ne soit pas conservé dans un livre magistral, comme aurait pu l'écrire notre collègue.

Nous l'avons possédé trop tard. « J'ai aujourd'hui même mes soixante-quinze ans », me disait-il les larmes aux yeux, en prenant place derrière le char qui portait en ce même lieu le corps de sa femme. Après cinquante-deux ans d'une union intime, la séparation, quelque prévue qu'elle pût être, a été trop douloureuse pour ce vieillard. Elle l'a tué.

Il y a deux mois à peine, deux filles soignaient, avec une tendresse toute filiale et un dévouement sans bornes, la pauvre mère que minait une implacable maladie, et consolaient leur père. La famille, quoique plongée dans la tristesse, était au complet. Aujourd'hui il n'y a plus ni mère ni père au foyer; il n'y reste que deux orphelines accablées d'un double deuil et épuisées par les veilles.

Avant de mourir, M. Malapert n'a certainement pas été sans ramener sa pensée vers son passé et sans la porter du côté de l'avenir. Il n'a rien eu à regretter, parce que la trame d'une vie tissée de devoir et d'honneur ne laisse pas de regret à l'ouvrier qui, la journée achevée, regarde, avant de se reposer, le travail accompli; mais il a pu éprouver une profonde anxiété en songeant qu'il laissait seules, entièrement seules, des êtres qui lui étaient si chers.

Ses collègues s'associent à ce sentiment pieux, et, si la sympathie des vivants peut soulager les morts, M. Malapert doit être témoin de la nôtre, et, assurément, il n'est pas indifférent à l'expression du regret que je suis chargé d'exprimer en ce moment au nom du Conservatoire des Arts et Métiers, et au témoignage de respect que je dépose sur la tombe de ce collègue qui fut un patriote sincère, un professeur dévoué et avant, tout, un homme de bien.

LA

MARCHE DE LA CIVILISATION

DANS LE PRÉSENT ET DANS L'AVENIR,

Par M. A. DE FOVILLE.

(Leçon d'ouverture du 4 novembre 1890.)

... Je me propose, Messieurs, cette année comme les années précédentes, de commencer par jeter un coup d'œil d'ensemble sur le vaste domaine que nous allons avoir à explorer.

Le véritable objet de l'enseignement qui m'est ici confié, sous le double titre d'*Économie industrielle* et de *Statistique*, c'est, en somme, la civilisation. L'Économie industrielle l'explique; la Statistique en mesure les progrès; et, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, nous revenons toujours à elle. Ce ne sera donc pas sortir de mon sujet — bien au contraire — que de chercher, ce soir, à vous montrer quelle a été la marche de la civilisation dans le passé et quelle pourra être la marche de la civilisation dans l'avenir. Vous verrez, qu'outre l'intérêt théorique du problème, il en peut sortir pour les gouvernements et les peuples de très utiles leçons.

*
* *

Comme préambule à cette enquête, il semblerait assez indiqué de définir d'abord, une fois pour toutes, la civilisation. Messieurs, je ne m'attarderai guère à cette définition, parce que je la sais difficile et que je ne la crois pas indispensable.

Avez-vous remarqué que ce mot de civilisation, qui a l'air d'un mot latin mis en français, et qui se rencontre aujourd'hui sous toutes les plumes, dans toutes les bouches, est, en fait, un mot tout récent? Il y a cent ans, on le prononçait à peine; il y a un siècle et demi, on ne le prononçait pas. Vous le chercheriez vainement dans Bossuet, dans Montesquieu, dans J.-J. Rousseau et même dans l'*Encyclopédie* (1). Il apparaît pour la première fois dans Voltaire ou dans Turgot. Mirabeau commence à le vulgariser. Dans Condorcet et dans Volney, comme dans Herder, ce n'est plus seulement l'expression qui prend corps, c'est l'idée. Mais l'Académie française, toujours peu hospitalière pour les néologismes, se fait longtemps tirer l'oreille : ce n'est qu'en 1835 que son Dictionnaire se décide à enregistrer le mot. Et, comme définition, l'illustre compagnie ne se compromet pas : « *Civilisation*, état de ce qui est civilisé. » Ajoutons que *civiliser*, pour l'Académie, c'est simplement « rendre civil et sociable; polir les mœurs. » Littré s'est donné plus de peine sans nous satisfaire davantage : « *Civilisation*, ensemble des opinions et des mœurs, qui résulte de l'action réciproque des arts industriels, de la religion, des beaux-arts et des sciences. » Pour Duveyrier (2), la civilisation, c'est « la perfectibilité humaine en mouvement ». M. de Molinari dit mieux (3) : « La civilisation consiste dans l'ensemble des progrès matériels et moraux que l'humanité réalise. » Il me semblerait plus simple encore et non moins vrai de voir dans la civilisation « le perfectionnement, au point de vue matériel d'abord, puis au point de vue intellectuel et autant que possible au point de vue moral, de l'existence individuelle et de la vie sociale ». Nous nous contenterons provisoirement de cette définition-là.

S'il fallait une image pour l'illustrer, je la trouverais dans un assez beau vitrail que plusieurs d'entre vous se souviennent

---

(1) On trouve dans l'*Encyclopédie* le mot *civiliser*, mais voici l'explication qu'elle en donne : « Verbe actif, terme de palais, signifie : rendre civile une action judiciaire qui, précédemment, était criminelle. »

(2) CHARLES DUVEYRIER, *Deux conférences sur la civilisation*. Paris, 1865.

(3) *Dictionnaire d'Économie politique*, au mot : *Civilisation*.

peut-être d'avoir vu exposé en 1889, et qui était précisément intitulé : « La Civilisation en marche ! » L'artiste ne s'était guère écarté de l'esthétique traditionnelle du genre, esthétique volontiers poncive, comme vous savez. On y voyait le char du Progrès, dont je vous épargne la description. On y voyait la Paix, une Paix un peu inquiète, à ce qu'il m'a semblé, frayant la voie au cortège avec son rameau d'olivier. Le char était traîné par de belles créatures, savamment costumées, qui s'appelaient le Travail, la Science, l'Agriculture, l'Industrie, le Commerce, et qui tiraient à qui mieux mieux. Le Génie des arts semait des fleurs sur la route. La Richesse suivait, les mains pleines d'or. Enfin, sur le char, trônait la Civilisation elle-même, la Civilisation en chair et en os, en chair surtout, vêtue comme une reine... qui le serait peu, ou plutôt comme une déesse, et portant à bras tendu un flambeau dont le rayonnement illuminait tout autour d'elle. D'autres torses sans importance faisaient la haie; et, comme le paysage qui encadrait tout cela était extrêmement vague, on pouvait, en saluant cette divinité en voyage, être tenté de lui dire : « D'où donc viens-tu ? Où donc vas-tu ? »

C'est précisément, Messieurs, ce que nous allons lui demander ce soir.

*
* *

Il suffit de posséder quelque notion de l'histoire générale des peuples, de l'histoire universelle, pour savoir que la civilisation n'est jamais restée longtemps stationnaire. Elle a parfois brusquement reculé; le plus souvent elle avance, elle marche.

Le mot est même susceptible de deux interprétations différentes. On peut dire que la civilisation marche pour indiquer qu'elle progresse, qu'elle grandit, sans aucune idée de déplacement. Chaque pays peut se raconter à lui-même les transformations intérieures qui, par degrés, l'ont fait monter de l'état de barbarie primitif à l'état actuel. Presque partout ce mouvement a été aussi rapide de nos jours qu'il avait été lent jadis. Cependant, si vous comparez, par exemple, à la pauvre petite Lutèce du temps de César, cachée dans ses forêts, en-

fouie dans ses marécages, le glorieux Paris d'aujourd'hui, le Paris du Centenaire et de l'Exposition, nos archives vous diront que chaque siècle a eu sa part de cette œuvre grandiose. Voilà comment on peut dire que la civilisation, même sur place, progresse et marche.

Mais il y a une autre manière de comprendre la marche de la civilisation et d'en caractériser les étapes successives. La civilisation se déplace, tout en grandissant. Il y a, à toute époque, une partie du globe où elle brille d'un éclat plus vif que partout ailleurs. C'est comme le soleil : dans quelques heures, il éclairera l'Europe et l'Asie tout entières, mais il en éclairera très inégalement les diverses parties : tandis qu'ici les premiers feux de l'aube blanchiront l'horizon, là-bas les prêtres orientaux salueront déjà son coucher du haut de leurs minarets; et, entre eux et nous, il y aura des villes dont les horloges marqueront midi. La civilisation a aussi son midi, son zénith. Elle a, à chaque phase de l'histoire, son foyer lumineux, son centre d'action et, d'âges en âges, ce foyer, ce centre se déplace; il marche; il passe d'un pays dans un autre, franchissant fleuves, montagnes et frontières... Et ce sont ses mouvements et son itinéraire que je veux, ce soir, marquer avec vous sur la carte.

Si vous demandez aux peuples européens d'où vient la civilisation, les peuples septentrionaux vous diront : « Elle vient du Midi »; les peuples occidentaux vous diront : « Elle vient de l'Orient »; et ils auront à peu près raison les uns et les autres, car d'une manière générale la civilisation, pour venir à nous, a marché du Sud-Est au Nord-Ouest, au Ouest-Nord-Ouest, s'il est permis de parler ici comme les marins. Dans le principe, son berceau se confond avec celui de l'humanité, et c'est en Asie que toutes les traditions s'accordent à le placer, dans ce coin de l'Asie qui vient s'intercaler entre l'Europe et l'Afrique, formant ainsi comme le nœud de l'ancien monde. Les premières eaux au bord desquelles la civilisation naissante se soit assise doivent être celles de l'Euphrate, du Tigre et du Gange... Pour passer de là sur les rives du Tibre, de la Seine ou de la Tamise, elle a eu d'autant plus de chemin à faire que la route comportait des détours. Mais, comme ten-

dance générale, c'étaient bien le Nord et l'Ouest, l'Ouest surtout, qui l'attiraient. Une loi mystérieuse semblait lui dire tantôt : « Monte! » et tantôt : « Tourne! »

J'ai dit : une loi. Est-ce bien en face d'une loi ou d'un simple hasard que nous nous trouvons? Dire d'une chose qu'elle est l'effet du hasard, c'est dire qu'elle n'avait pas de causes, du moins pas de causes perceptibles. Or ici, Messieurs, il y a une cause; vous allez même voir qu'il y en a plusieurs.

Qu'il soit bien entendu que je n'entends pas analyser aujourd'hui toutes les circonstances physiques ou morales, religieuses, politiques ou autres qui ont pu jouer un rôle dans l'histoire de la civilisation. Pour essayer cela, il faudrait que j'eusse à ma disposition, non pas une heure, mais cent; et encore! Je ne ferai même pas intervenir les conditions ethnologiques, qui sont cependant ici un facteur important, et je ne mentionnerai que pour mémoire les facilités ou les difficultés qui résultent pour les peuples de la fertilité ou de la stérilité des territoires sur lesquels ils se trouvent établis. Là où un désert avoisine une grasse vallée, il est clair que la civilisation n'hésitera pas et ainsi peuvent s'expliquer quelques particularités de son évolution. Mais nous n'aurions pas là l'explication de la continuité et de la persistance du mouvement que je constatais tout à l'heure.

Ce mouvement est pour moi la résultante de deux influences combinées, une influence climatologique et une influence géographique. Bien qu'elles agissent ensemble, observons-les séparément.

*
* *

L'influence climatologique a surtout servi à ramener peu à peu le centre de la civilisation de la zone intertropicale, où elle avait pris naissance, à la zone tempérée où elle s'épanouit aujourd'hui. Et comment cela s'est-il pu faire? Si j'avais à parler ici des temps préhistoriques, je serais autorisé à dire : « Les climats ont changé; notre hémisphère s'est attiédi; les glaces, qui encombraient primitivement la moitié de l'Europe, ont rétrogradé vers le pôle et alors nos plus lointains ancêtres ont pu venir peupler et féconder des solitudes longtemps inac-

BIBLIOTHÈQUE 14704 7D29

sensibles. Mais les débuts de la civilisation n'ont pas précédé les commencements de l'histoire proprement dite, et, dans les temps historiques, il n'y a pas à arguer, de nos côtés surtout, des variations de la météorologie terrestre. Elle reste à peu près la même depuis plusieurs milliers d'années. Le Nord, à coup sûr, ne se réchauffe plus. Se refroidirait-il ? On l'en accuse quelquefois : les gens que l'âge rend frileux donnent volontiers à entendre que le soleil chauffait mieux quand ils étaient jeunes. Mais la science n'encourage pas ces illusions et la fixité au moins approximative de nos climats n'est plus, que je sache, sérieusement contestée. Dès lors, on pourrait s'étonner de voir alléguer l'influence climatologique comme ayant contribué à faire voyager la civilisation : l'immobilité engendrant le mouvement, cela semble paradoxal !

La chose, Messieurs, est moins contradictoire qu'elle ne le paraît à première vue. Il est d'abord aisé de comprendre que l'humanité naissante, nue, désarmée et ignorante comme elle l'était forcément, ne pouvait commencer à vivre et à pulluler que dans un milieu exceptionnellement complaisant, exceptionnellement tutélaire. Elle avait moins de besoins que nous ; mais surtout elle avait infiniment moins de ressources. Dans les pays où il gèle, où il neige, elle aurait péri brusquement ou se serait lentement consumée en luttes inégales contre l'inclémence des éléments. A proprement parler, il n'y avait d'habitable pour les premiers peuples que les pays chauds, je ne dis pas les pays torrides, où la chaleur devient elle-même une ennemie, mais les pays chauds où l'hiver ressemble à nos étés. Il se rencontrait là, à leur usage, de vrais Édens où ils n'avaient qu'à se laisser vivre, le ciel et la terre conspirant pour protéger leur inexpérience.

Vous savez que les voyageurs rencontrent, sur certains points de cette zone privilégiée, des populations restées à l'état d'enfance, dont l'existence revêt encore cette forme à demi passive. Les exigences de la vie y sont sensiblement moindres qu'à Paris. Un costume complet, pour homme ou pour femme, consiste en un pagne grand comme la main, et cette décence relative n'est même pas de rigueur ; les élégants de l'endroit y ajoutent un anneau dans le nez et tout est dit.

Les huttes qui servent d'abri à ces sauvages ne sont pas moins rudimentaires que leur toilette, et, n'ayant ni à bâtir, ni à tisser, ni à coudre, rien ne les empêche de se reposer quand ils ont de quoi se nourrir. Aussi bien, le souci du pain quotidien se réduit également pour eux à la plus simple expression : les estomacs là-bas se contentent à peu de frais ; en toute saison, la terre leur fournit, presque sans culture, de quoi les satisfaire amplement.

C'est bien là, n'est-il pas vrai ? le tranquille séjour qui convenait aux générations primitives. Non seulement la nature leur y épargnait et les soucis et les dangers du *struggle for life;* mais elle assurait même aux mieux doués de ces grands enfants les loisirs nécessaires pour commencer utilement l'inventaire et l'exploitation des richesses ambiantes. C'est sous le ciel bleu de cette sorte de paradis terrestre que devaient éclore les arts, les sciences, les lettres...

Mais alors comment n'est-ce pas là aussi que les arts, les sciences, les lettres ont grandi, qu'ils ont prospéré et qu'ils se sont épanouis ? Pourquoi ont-ils déserté leur berceau ?

C'est que les pays chauds, qui rendaient la vie si aisée, ne rendent pas le travail facile. Les raisons mêmes qui y favorisaient le premier éveil des facultés humaines devaient bientôt en ralentir l'essor. Tout y conseille la mollesse, ou l'excuse. On s'y fatigue vite. On y agit peu. C'est la vraie patrie du *far niente;* et, faute de stimulants, faute d'excitation, on conçoit que ceux qui seuls avaient pu inaugurer la grande œuvre du progrès, ne l'aient pas su pousser bien loin.

Les pays tièdes, qui les avoisinent, prirent — comme on dit — la suite de leurs affaires. L'homme n'avait pas non plus de grands efforts à y déployer pour vivre, maintenant qu'il savait un peu se servir de lui-même et qu'il avait appris à utiliser aussi les animaux, les plantes, les pierres, les métaux... Puis là, l'activité individuelle était déjà moins paralysée ; on s'y sentait plus encouragé au mouvement. Si étrange que cela puisse paraître, il suffit d'un peu plus ou d'un peu moins d'obliquité dans la radiation solaire pour nous ôter ou pour nous rendre une partie de la vigueur physique et même de l'énergie morale dont nous sommes susceptibles. Comparez,

par exemple, le lazzarone napolitain au terrassier piémontais : ils sont Italiens tous deux et il n'y a guère que deux cents lieues de Naples à Turin; mais l'atmosphère de la mer Tyrrhénienne est tout autre que celle des massifs alpestres et, comme le dit très bien M. Jourdan, « le climat fait l'éducation économique de l'homme ».

Voilà pourquoi les habitants des pays tièdes, toutes choses égales d'ailleurs, n'ont pas tardé à devenir supérieurs aux habitants des pays chauds.

Et il allait en être de même, tour à tour, pour chacune des latitudes qui se trouvent juxtaposées sur les pentes de notre hémisphère, depuis le tropique jusqu'à la zone tempérée. Plus les hommes s'instruisaient et s'outillaient, plus ils pouvaient monter; et plus ils montaient, plus les luttes auxquelles les conviait une nature de moins en moins maternelle les fortifiaient, les aguerrissaient, les encourageaient à continuer leurs conquêtes.

C'est ainsi que la civilisation, cheminant de proche en proche, a fini par s'emparer de la zone tempérée et en faire ce qu'on pourrait appeler son quartier général. Tous les peuples très civilisés aujourd'hui appartiennent à cette étroite fraction du globe.

Le fait est si remarquable que je ne veux pas en être cru sur parole. Demandez-vous quels sont les dix ou douze peuples les plus avancés. Le meilleur criterium à prendre, pour les classer ainsi, pourrait donner lieu à de longues controverses : les uns vous diront qu'il convient de considérer avant tout l'état de l'agriculture ou de l'industrie; d'autres consulteront de préférence les chiffres du commerce extérieur; d'autres encore s'attacheront au développement de l'appareil circulatoire, routes, canaux, chemins de fer, ports, et à la somme de mouvement qui s'y dépense : ceux-ci, dans un but synthétique, chercheront à évaluer la richesse des divers États, capital ou revenu; ceux-là estimeront qu'ils arrivent plus vite et plus sûrement au but en adoptant, comme mesure des divers degrés de civilisation, le nombre et l'importance des agglomérations urbaines. Le temps, Messieurs, me manquerait pour discuter contradictoirement ces différentes méthodes; et je

puis m'en consoler, car, si vous faites l'expérience, vous verrez qu'à peu de chose près, elles aboutissent toutes aux mêmes conclusions. Il est une dizaine de contrées dont la supériorité s'affirme de tous les côtés à la fois et vous reconnaîtrez sans peine, en les cherchant sur un planisphère, qu'elles se trouvent toutes juxtaposées entre le 40e et le 60e degrés de latitude septentrionale. C'est déjà une bien singulière localisation; mais on arrive à enfermer dans des limites bien plus resserrées encore ce que Victor Hugo appelait les *peuples-rois* et les *villes-lumières* si, au lieu de considérer la série des parallèles cosmographiques, on s'attache aux lignes isothermes, caractérisées, comme vous le savez, par l'identité des températures moyennes annuelles. Les isothermes sont loin de suivre les parallèles : elles se relèvent vers le Nord à proximité des mers; elles descendent vers le Sud à l'intérieur des continents, et le ruban sinueux que découpent ainsi sur la carte les températures moyennes de 8° et 18° — dix degrés d'écart seulement — contient la série complète des États les plus civilisés de notre temps.

Nous sommes pourtant là aux prises avec des climats assez durs et la vie n'y a pas les mêmes tolérances qu'aux Antilles, aux Seychelles ou à Ceylan. Nous avons à nous défendre alternativement contre les violences de l'été et contre les rigueurs de l'hiver. Il nous faut des vêtements de toutes sortes; il nous faut des maisons bien closes; il nous faut du combustible en abondance; il nous faut enfin une nourriture complexe et substantielle. Si j'en crois M. Mougeolle [1], l'homme, à mesure qu'il s'éloigne de l'équateur, trouve des sources de calorique de plus en plus pauvres, non seulement dans l'atmosphère qui l'enveloppe, mais aussi dans les aliments dont il dispose, et, cette réduction de calorique ne pouvant être compensée que par une augmentation de mouvement, il faut que l'homme agisse davantage, qu'il se remue, comme on dit, physiquement et intellectuellement. Il est logique que cette activité plus grande se traduise par une production plus abondante et plus parfaite.

---

[1] PAUL MOUGEOLLE, *Statistique des civilisations*. Paris, 1883.

Et ce n'est pas seulement le travail opiniâtre, le *labor improbus* du poète latin, qui s'impose aux peuples des pays frais ou froids : c'est aussi le savoir-faire et la bonne administration des richesses acquises; c'est la prévoyance, c'est l'économie, c'est l'épargne. Sous notre pâle firmament, les moissons sont lentes à mûrir et ne mûrissent qu'une fois par an : il faut savoir semer longtemps d'avance; il faut savoir récolter à temps; il faut savoir conserver et ménager sa récolte. Or rien n'est plus propre à susciter et à surexciter chez l'homme l'esprit d'industrie que cette nécessité de toujours penser à l'avenir.

Les populations de la zone tempérée ont acquis peu à peu, par cette mâle éducation qu'elles reçoivent de la nature elle-même et qui s'y continue de génération en génération, une véritable plus-value. C'est ce que M. Thiers faisait ressortir dans un discours resté célèbre du 27 juin 1851; opposant les races européennes à toutes les autres : « Qu'est-ce que Dieu » vous a donné, disait-il, qu'est-ce qui vous a fait supérieurs? » Tout est inférieur en Europe, excepté l'homme, parce que » les contrées tempérées sont les plus propres au cerveau de » l'homme. Là seulement l'homme pouvait être grand, fort, » ambitieux! » M. Thiers, pour les besoins de sa cause, calomniait un peu l'Europe, qui n'est pas si déshéritée que cela. Elle a de très belles, de très riches parties; et l'expérience prouve que la fécondité de son sol, bien dirigée, peut égaler et surpasser même celle de la plupart des terres des pays chauds. Mais il avait raison d'insister sur le rôle prépondérant que l'homme joue ici dans toute production : la nature y réclame, plus impérieusement qu'ailleurs, le concours incessant de nos bras et de nos intelligences. « Aide-toi, le ciel t'aidera », voilà notre devise.

Je viens de vous montrer pourquoi la civilisation, née plus près de l'équateur, a dû venir s'acclimater dans la zone tempérée. Y restera-t-elle désormais ou son ascension vers le Nord se continuera-t-elle, pour les mêmes causes et dans les mêmes conditions? Arrivera-t-elle jusqu'au pied des glaces polaires? Redescendra-t-elle, au contraire, vers son point de départ?

Je ne crois pas, Messieurs, que la zone tempérée soit destinée à déchoir. Sans doute le progrès, à mesure qu'il grandit, tend à élargir son domaine et ses bienfaits s'étendent déjà plus avant, s'étendront bientôt plus avant encore, et vers le Midi et vers le Septentrion; c'est comme un fleuve dont le niveau s'élève et qui se répand au loin sur ses deux rives. Mais je crois le lit de ce fleuve fixé d'une manière à peu près définitive, à distance égale de l'équateur et du pôle. Plus haut, au delà d'un certain parallèle, les résistances de la nature sont telles que ce qui est ici un stimulant devient un obstacle. L'homme peut encore vivre et lutter, mais il ne peut plus vaincre et triompher. Le froid, comme la chaleur, quand l'intensité en devient excessive, pèse lourdement sur les ressorts de la machine humaine. La distribution des températures restant la même, il me paraîtrait absolument téméraire de prévoir que la Laponie, le Kamtschatka, le Labrador puissent être un jour ce que sont actuellement la France, l'Allemagne, l'Angleterre.... L'avenir dira sans doute comme le présent : *In medio stat virtus.*

* * *

Après le ciel, la terre et l'eau; l'influence géographique après l'influence climatologique.

L'eau couvre, vous le savez, les quatre cinquièmes de la surface terrestre et rien n'est plus irrégulier, plus capricieux que les lignes de démarcation qui séparent les deux éléments. Regardez sur la carte le nouveau monde et le monde ancien surtout. N'en dirait-on pas les contours tracés par la main d'un enfant promenant au hasard sa main sur le papier? Et, si arbitraire que puisse sembler l'aménagement de notre planète, il n'y a pas à le discuter. Elle est ce qu'elle est : nous n'avons pas la ressource d'appeler l'architecte et de lui faire recommencer la maison sur un autre plan. Nous n'avons qu'à chercher à en tirer le meilleur parti possible.

Au surplus, ne nous plaignons pas trop, nous autres Européens, car, des cinq parties du monde, celle que la destinée nous a attribuée est encore, au point de vue de la forme, la mieux servie. Nulle part la terre et l'eau ne s'entrepénètrent

davantage; nulle part leur intimité n'est plus grande, leur corrélation plus étroite. Or, l'expérience de trente siècles démontre que c'était là une condition absolument favorable et même nécessaire au prompt développement de l'industrie humaine. Les contrées où elle avait le plus de chances de germer et de fleurir étaient celles qui, proportionnellement, ont le plus de littoral; celles, par conséquent, dont les bords, tour à tour, projettent dans la mer de longues péninsules ou se creusent, au contraire, pour donner accès à des baies profondes, à des golfes, à des mers intérieures. On cumule alors deux facilités précieuses : celle des communications par terre et celle des communications par mer. L'idéal n'est pas un archipel comme la Polynésie, où la terre manque et la continuité aussi; mais une masse compacte comme l'Afrique ne vaut pas mieux. Ce qu'il y a de plus avantageux, c'est une succession de territoires contigus, abondamment et profondément baignés, comme ceux de l'Europe, notamment de l'Europe occidentale.

Il faut songer que la mer a d'abord été, ici-bas, la seule voie largement ouverte à la circulation des hommes, des choses, des idées. Horace, qui avait peur de la mer, l'appelait *oceanus dissociabilis,* l'élément qui sépare, qui isole, qui emprisonne; et, de fait, quand on est debout sur une plage, ayant devant soi ce désert d'eau mouvante qui va au loin se confondre avec le ciel, il semblerait bien que le monde finit là. Mais, une fois le bateau inventé, et la rame, et la voile, en attendant mieux, il s'est trouvé que, malgré son immensité et ses agitations, la mer était le plus facile, le plus rapide, le plus économique, parfois même le plus sûr des moyens de transport. Toute l'histoire ancienne en rend témoignage, l'histoire du moyen âge aussi. Et, de nos jours encore, les pays neufs ont vu la même démonstration se renouveler d'une façon saisissante, parfois tragique. Pour ne citer qu'un exemple, rappelez-vous le sort de ceux des chercheurs d'or qui, il y a une quarantaine d'années, au lieu de s'embarquer pour la Californie, se lançaient, à cheval ou en voiture, à travers les prairies du *Far-West* et n'arrivaient même pas jusqu'au pied des Montagnes-Rocheuses. Les difficultés de la voie de terre se compliquaient jadis des mille bar-

rières artificielles dont les peuples hérissaient leurs frontières. Sur mer, les flottes, en temps de paix, se croisaient librement, et c'est par là que les bienfaits de l'échange se répandaient sur le monde, au grand profit de tous. Le commerce alors était l'agent civilisateur par excellence et ainsi s'explique l'indéniable supériorité des parties du globe où la terre et la mer s'entrelacent, pour ainsi dire, et s'enveloppent mutuellement.

Eh bien! à ce point de vue, comme au point de vue climatologique, l'Europe se trouvait dans une situation particulièrement propice au développement de ses forces productives et de sa richesse. Comme étendue superficielle, c'est assez peu de chose que notre continent : moins de 1000 millions d'hectares sur 50000; à peine 2 pour 100 de la surface totale du globe; environ 7 pour 100 de ses parties solides. Mais ici la qualité compensait la quantité. La mer était partout; et, chose digne d'attention, c'est précisément ce que la mer avait pris à l'Europe qui faisait sa valeur. Desséchez par la pensée tous nos grands bassins intérieurs : la Baltique, la mer du Nord, le golfe de Gascogne, la Méditerranée avec ses replis et ses prolongements : ce serait élargir considérablement le sol européen, n'est-ce pas? Mais ce serait, en l'agrandissant, paralyser l'Europe, la stériliser, la détruire. L'histoire nous dit assez que sa prospérité et sa force, notamment dans l'ordre économique, lui sont toujours venues de la mer. Voici la carte du monde connu des anciens : cette carte est surtout celle du vaste lac salé qui aujourd'hui relie, sans solution de continuité, l'Atlantique à la mer des Indes. C'est autour des eaux méditerranéennes que la civilisation ancienne et moderne a évolué. Je ne puis songer à évoquer ici l'histoire des temps passés, même en la réduisant à sa plus simple expression : mais ne suffit-il pas, pour justifier mon dire, de vous citer les quelques noms qui en résument les gloires : Ninive, Babylone, Memphis; puis Tyr et Carthage; puis Athènes et la Grèce; puis l'Italie et Rome? L'empire romain n'était que le cadre colossal de ce que Rome appelait à juste titre *mare nostrum*. La Méditerranée formait le cœur, a-t-on dit, de ce corps gigantesque : ne pourrait-on pas dire qu'elle en était l'âme?

Lorsque la Rome antique enfin succomba, après avoir tenu si longtemps l'Europe, l'Asie, l'Afrique enchaînées, la civilisation faillit périr du même coup.... Mais elle n'était pas morte; elle n'était que grièvement blessée, et quand elle put se remettre en marche d'un pas chancelant, elle entendit encore ces deux voix qu'elle avait déjà écoutées si docilement et qui disaient l'une : « Monte vers le Nord » ; l'autre : « Ne quitte pas la mer ; il te faut la mer ; il te la faut le plus possible ! » Voyez si dans ses mouvements successifs, pendant et après le moyen âge, nous ne retrouvons pas toujours l'exacte résultante de ces deux sollicitations combinées. Sur la rive gauche de la Méditerranée, nous aurions pu suivre la civilisation arabe dans sa course vers l'Occident : l'isthme de Suez lui sert de pont pour entrer en Afrique; elle s'empare de l'Egypte, glisse le long de la côte jusqu'en face de Gibraltar et saute en Espagne. L'Espagne est entre deux mers comme l'Egypte; et l'on sait quelle place elle a tenu dans le monde à un moment donné. Faute de mieux, la civilisation nous serait arrivée par là, avec le Coran. Mais déjà elle avait trouvé, pour se rapprocher de nous, une autre voie, une voie meilleure. Sur la rive droite de la Méditerranée, Byzance déclinait; et la Rome des papes avait pris, à la tête des nations, la place de la Rome des Césars et les temples païens s'y transformaient, comme d'eux-mêmes, en basiliques chrétiennes. Un peu plus haut que Rome sur le sol italien, voici venir, avec leur poétique prestige, la Florence des Médicis et la Venise des doges. Il y a encore là les deux mers entre lesquelles la civilisation aime à s'asseoir. La France, elle, en a trois et si, à partir de la Renaissance et surtout au XVIIe siècle, au siècle de Louis XIV, la France devient le sommet lumineux de l'Europe civilisée, ses trois mers n'y ont pas peu contribué. L'Italie est redevenue grande aujourd'hui et la France, après de prodigieuses péripéties, a encore de brillants fleurons à sa couronne. Mais, depuis un siècle, une autre nation a su nous devancer comme puissance industrielle, comme activité commerciale, comme suprématie maritime, comme expansion coloniale. Or quelle est cette toute-puissante nation : c'est l'Angleterre, la Grande-Bretagne ; et l'on pourrait dire d'elle qu'elle a quatre mers au

lieu de trois, puisque de toutes parts, au Sud, au Nord, à l'Est, à l'Ouest, le flot vient lui dire : « Me voici ! » L'Angleterre est la reine des mers : *Rule Britannia, rule the waves!* Mais elle en est aussi la fille, et voilà pourquoi nos projets de tunnels ou de ponts la scandalisent tant.

Si vous avez bien voulu suivre, Messieurs, cet itinéraire persévérant qui va de Babylone à Londres en passant par la Grèce, l'Italie et la France, dites-moi s'il n'y a pas là une remarquable confirmation de cette double loi qui invitait la civilisation à toujours chercher à la fois le chemin de la zone tempérée et le contact des eaux de la mer.

Je pourrais ajouter, mais il faut me restreindre, que les choses se sont à peu près passées de même en Asie et en Amérique. En Asie, la civilisation hindoue a été trouver obliquement les bords du Pacifique ; et la civilisation chinoise, si précoce, mais si vite immobilisée, se voit éclipser aujourd'hui par les rapides efforts de l'Empire du Japon, un archipel comme les Iles Britanniques.

En Amérique, les débris d'un art assez avancé et extrêmement ancien se révèlent le long de l'isthme interocéanique. Peu à peu, de même que dans l'ancien monde, l'équateur a vu la civilisation s'éloigner de lui ; et, comme il y avait là deux continents fuyant l'un vers le Nord, l'autre vers le Sud, il s'y est formé avec le temps deux foyers de civilisation différents, inégaux en intensité, mais conformes l'un et l'autre à cette double attraction que nous retrouvons partout : attraction des zones tempérées, attraction de la mer.

*
* *

Les enseignements du passé, que je viens de résumer à grands traits, peuvent nous aider maintenant à interroger l'avenir et à jeter au moins quelque lumière sur une question que notre intérêt et notre patriotisme ne peuvent pas ne pas se poser ici.

Nons venons de voir quelles ont été les étapes successives de la civilisation ; nous l'avons vue venir à nous des profondeurs de l'Asie et nous nous sommes assurés que c'était la

nature elle-même qui l'avait conduite, comme par la main, des rivages de l'océan Indien aux plages de l'Atlantique, en côtoyant les eaux bleues de la Méditerranée. Eh bien! le voyage est-il arrivé à son terme et cette reine errante a-t-elle élu définitivement domicile dans nos parages, ou bien nous sera-t-elle infidèle, comme à tant d'autres? et s'en ira-t-elle, un jour, porter ailleurs ses préférences et ses faveurs?

A cette question, qui ne met rien moins en cause que les destinées futures de la France et de l'Europe, l'optimisme des docteurs Tant-Mieux n'hésite pas à répondre : « Oui, l'Europe, » l'Europe occidentale restera à perpétuité le centre et le foyer » de la vie civilisée. Les autres nations grandissent et grandi- » ront encore et nous les y aiderons. Les peuples neufs se » rapprocheront de nous ; la barbarie s'effacera du monde ; les » déserts se peupleront peut-être. Mais les États qui se sont » mis à la tête de la grande famille humaine ont pris assez » d'avance pour ne pas avoir à craindre qu'on les supplante : » leur supériorité peut défier l'avenir. » Et, si nous nous montrions incrédules ou seulement sceptiques, ils s'écrieraient : « Mais soyez donc conséquents avec vous-mêmes : » vous montrez que la zone tempérée, où nous sommes, est » et restera plus favorable à l'épanouissement du génie hu- » main que le ciel trop ensoleillé des régions tropicales, que » le ciel trop noir des régions polaires. La civilisation, de » votre propre aveu, n'a donc plus à monter ni à descendre » l'échelle des méridiens. Puis vous faites voir que les terres » les plus propres à l'attirer et la retenir sont celles qui ont le » plus de contacts avec la mer. Par conséquent, la civilisation, » qui ne peut plus avancer vers l'Ouest, puisqu'elle est arrivée » de ce côté au bout de l'Europe, ne saurait non plus songer » à reculer vers l'Est, puisque à l'Est notre continent va s'é- » largissant, s'épaississant, se desséchant de plus en plus.... » La civilisation est bien où elle est. Les pieds dans l'eau, » elle s'appuie d'un côté sur l'élite des races saxonnes, de » l'autre sur l'élite des races latines. Elle peut, après avoir » tant marché, s'asseoir définitivement sur le trône que nos » mains lui ont préparé. Elle peut dire, elle aussi : « J'y suis ; » j'y reste. »

Je voudrais, Messieurs, ne pas avoir à contredire ceux qui parlent ainsi ; mais plus j'examine les choses et plus je me sens amené à craindre qu'ils ne se fassent illusion. Certes, nous avons pour nous bien des chances heureuses ; mais, si nous ne comptions que sur notre étoile pour nous défendre contre les concurrences de plus en plus redoutables qui menacent notre préséance, nous pourrions nous préparer de cruelles déceptions.

Constatons, avant tout, que les deux lois climatogique et géographique qui ont si efficacement collaboré à la grandeur de l'Europe ont déjà perdu et perdront encore une partie de leur puissance. C'est la civilisation elle-même, qui, tout en leur obéissant, les a peu à peu réduites à une demi-servitude. La science, l'industrie, le commerce ont révolutionné le monde depuis cent ans ; ce sont des changements à vue perpétuels et, pour ne citer ici qu'un des éléments nouveaux avec lesquels la nature est maintenant obligée de compter, il est clair que la vapeur a changé toutes les conditions de la vie matérielle et économique des peuples. Elle a mis au service de l'humanité ces millions de géants, à la fois extraordinairement forts et extraordinairement adroits, qui s'appellent les machines. Elle a surtout bouleversé l'ancienne économie de la géographie terrestre, en réduisant partout la difficulté, la durée, le danger et le prix des transports. Avec le *steamer*, il n'y a pour ainsi dire plus d'océans : les mers se rétrécissent; les continents se rapprochent, comme vous le montrent si bien ces cartes parlantes de M. Cheysson, que j'ai tenu à ramener devant vos yeux (1). Sur terre aussi, le *railway*, venant s'ajouter aux rivières, aux canaux, aux routes... ont altéré toutes les proportions et changé brusquement l'échelle générale des choses. C'est là surtout où l'absence de la mer ralentissait autrefois le progrès économique que les chemins de fer peuvent exercer une action décisive. Ces grosses masses continentales, qui jadis avaient contre elles leur densité même, sont aujourd'hui allégées et vivifiées. Les chemins de fer ont beaucoup fait sans doute pour l'Angleterre, la France,

(1) *Album de Statistique du Ministère des Travaux publics,* année 1888.

la Belgique, l'Italie... Mais ils feront plus encore pour l'Allemagne, pour l'Autriche-Hongrie, pour la Russie, pour l'Amérique ; pour l'Afrique peut-être, quand il en sera temps. C'est là surtout que la distance paralysait l'échange; et la distance, la vapeur la supprime. Si l'avenir peut répéter les raisonnements que nous suggérait tout à l'heure l'histoire, ce sera à la condition d'appliquer aux continents ce que nous disions des péninsules et des îles ; ce sera à la condition d'appliquer aux océans ce que nous disions des mers intérieures.

Nous n'avons donc plus le droit de montrer l'Atlantique à la civilisation et de lui dire : « Tu n'iras pas plus loin. » Comme elle a jadis franchi la mer Rouge, le Bosphore, le détroit de Gibraltar, l'Adriatique et la Manche, elle peut maintenant, sans plus d'effort, traverser les 5000 kilomètres d'eau qui nous séparent de l'Amérique du Nord. Que dis-je? elle a déjà fait le saut. Elle a, au moins, un pied là-bas : et, si nous lui disions qu'elle n'y retrouvera pas ce double contact avec la mer dont elle a toujours eu besoin, elle pourrait nous répondre : « Mais si ; j'aurai l'Atlantique à New-York et le Pacifique à San-Francisco. »

C'est, en effet, l'Amérique du Nord qui devient aujourd'hui pour l'Europe la rivale la plus redoutable. Et, voyant ses forces grandir avec une merveilleuse rapidité, la jeune Amérique jette déjà sur la vieille Europe le regard dédaigneux d'un géant toisant un nain. Elle ne se gêne pas pour nous dire qu'il serait temps pour l'ancien monde de faire valoir ses droits à la retraite. Elle ne nous méprise pas tout à fait. Les Yankees sont venus en foule à notre Exposition de l'année dernière et l'ont trouvée assez bien réussie, en tant que lever-de-rideau précédant les merveilles de la *world fair* de Chicago. Ils visitent volontiers, à leurs moments perdus, nos capitales et nos villes d'eau. Leurs filles ne dédaignent pas l'alliance de nos gentilhommes et plus d'un blason s'est redoré de la sorte. Elle se laisse aussi offrir, à l'occasion, quelques cadeaux, comme cette fameuse statue de la Liberté, qui a été s'échouer dans la baie de New-York juste à temps pour qu'on puisse afficher sur les quatre faces de son piédestal toutes les prohibitions superposées de la nouvelle législation douanière des États-Unis.

L'Amérique fait fête à nos célébrités ; elle enrichit nos artistes. Les muses ne s'étant pas encore suffisamment acclimatées dans l'Illinois et dans le Missouri, le Nouveau-Monde admet que nous lui prêtions, comme jadis la Grèce à Rome, nos sculpteurs et nos peintres, nos dramaturges et nos historiens. Mais, dans l'ordre économique, elle entend régenter le monde et se considère déjà comme le vrai forum de la civilisation.

Sourions, si vous voulez, de cette présomption un peu enfantine, qui n'attend pas que l'ours soit par terre pour en mettre la peau aux enchères ; mais reconnaissons qu'il nous sera bientôt difficile de disputer à l'Amérique du Nord le sceptre du progrès matériel. Les États-Unis ont pour eux leurs deux océans, leur beau réseau fluvial et leurs innombrables railways. Ils ont tous les climats, mais surtout le meilleur. Ils ont à profusion la terre végétale. Ils ont le maïs et le blé ; l'herbe et la viande ; le coton et le bois, l'or et l'argent.... Et ce qui vaut mieux encore que leurs mines d'argent et d'or, ce sont leurs mines de houille. Il résulte de calculs qui ont au moins la valeur d'une approximation que l'Angleterre aura épuisé son approvisionnement de charbon dans un siècle et demi; l'Europe continentale n'en aura plus guère dans deux cents ans. Sur le territoire de l'Union, les charbonnages déjà connus et exploités promettent du feu à bon marché pour un bon millier d'années ; et cette supériorité-là prime peut-être toutes les autres. Mais il y en a encore qu'on ne saurait passer sous silence. Nos budgets sont en proie au déficit et nos dettes publiques nous écrasent. A Washington, ce sont les excédents de recettes qui troublent par leur énormité le sommeil des financiers. Enfin n'oublions pas cet intarissable courant d'immigration, ce Mississipi humain, ce *gulf stream* vivant, qui va tour à tour infuser à la patrie de Fulton et d'Edison les vertus diverses du sang anglais, du sang irlandais, du sang allemand, du sang français, du sang italien. Avec tant de ressources dans les mains, il est clair que les Américains sont en droit de beaucoup attendre de l'avenir ; et, étant à leur place, il est probable que nous ne nous défendrions pas mieux qu'eux contre les tentations de l'orgueil.

S'il est écrit que l'axe de la civilisation doit se déplacer, il faudra bien que nos arrière-neveux en prennent leur parti. Mais nous avons le droit et le devoir de défendre de notre mieux le glorieux patrimoine qui leur semblait destiné ; et ce n'est pas simplement pour l'honneur qu'il faut résister, car l'issue ou du moins la durée de la lutte qui s'engage d'un bord à l'autre de l'Atlantique dépendra surtout de la sagesse ou de la folie des deux rivales. Les fautes de l'Amérique peuvent retarder son triomphe; nos fautes à nous pourraient le hâter considérablement; et ce sont ces deux faces du problème qu'il me reste à examiner le plus brièvement possible.

L'Amérique s'est déjà fait grand tort à plusieurs reprises. Croyez-vous qu'elle ne serait pas bien plus avancée encore qu'elle ne l'est sans cette affreuse guerre de sécession qui a fait couler le sang de deux millions d'hommes et pendant laquelle toutes les forces des Américains n'étaient employées qu'à s'entre-détruire? Aujourd'hui même que la grande déchirure d'il y a trente ans est cicatrisée, il se commet là-bas de telles erreurs, de tels barbarismes économiques que l'essor de la prospérité américaine en sera tout au moins ralenti. C'est un barbarisme économique que ce *silver bill*, qui, décrétant la hausse obligatoire d'un métal déprécié, rappelle par son audace et rappellera sans doute par son dénouement l'extravagante entreprise de feu le syndicat des cuivres. Ce sont aussi des barbarismes économiques que ces lois sur l'importation ou plutôt contre l'importation, au moyen desquelles le parti républicain, mené au vote comme au feu par l'illustre major Mac-Kinley, a cru pouvoir brusquer la capitulation de l'Europe industrielle et commerciale. Il est évident que cette proscription à peine déguisée de nos produits causera chez nous certaines souffrances ; mais les États-Unis en souffriront plus que nous. Déjà le renchérissement factice d'un certain nombre de marchandises accuse le caractère anti-démocratique de cette politique rétrograde et qui sait si, aujourd'hui même, le suffrage universel n'en a pas fait justice? Si les Mac-Kinley croient faire acte de patriotisme, ils se trompent bien. La concurrence des États-Unis ne deviendra invincible que le jour où ils renonceront bravement à toutes leurs taxations usu-

raires. Ce jour-là, l'exportation européenne se verrait assurée de quelques années prospères ; mais l'Amérique ne tarderait guère à ressentir les effets de ce régime fortifiant et nos manufacturiers regretteraient bientôt le temps où le protectionnisme faisait rage à Washington.

Malheureusement, si l'Amérique commet de grandes fautes, nous sommes plus aveugles encore qu'elle. D'abord nous méconnaissons comme elle l'influence salutaire de la liberté commerciale. C'est merveille de voir la France, l'Allemagne, l'Autriche, l'Italie, la Russie, s'exercer à qui mieux mieux à ce jeu de dupes qui consiste : 1° à prodiguer les millions et les milliards, sous toutes les formes, chemins de fer, canaux, ports, primes à l'armement et à la navigation, pour faciliter le transport des hommes et des choses ; 2° à fermer, à coups de lois douanières et fiscales, toutes ces portes et toutes ces voies, ouvertes à si grands frais.

Il y a aussi le socialisme d'État qui fera bien du mal au marché européen, en imposant mille besognes nouvelles et dangereuses à ces pauvres gouvernements, qui ont déjà tant de peine à faire leur métier, c'est-à-dire à gouverner purement et simplement.

Mais je ne fais que nommer ces maladies-là, quelle qu'en soit la gravité, parce qu'il en est une autre, qui est bien plus redoutable encore pour notre avenir.

Le mal suprême des grandes puissances européennes, c'est leur désunion ; ce sont ces querelles quotidiennes, ces hostilités avouées ou latentes qui les fatiguent, les usent, les énervent.

Comment voulez-vous que nous ne succombions pas tôt ou tard dans les grandes batailles de la concurrence intercontinentale, quand nous nous épuisons, pauvres fous que nous sommes, à nous faire peur, sinon à nous faire mal ? Comment voulez-vous que tôt ou tard nous ne fléchissions pas sous le poids de ces lourds budgets militaires, de ces perpétuels préparatifs de guerre qui semblent toujours annoncer que l'Europe va se transformer en un grand champ de bataille?

Je sais bien que tous les gouvernements, quand ils veulent justifier aux yeux des contribuables ces armements oppressifs

et ruineux, disent que ces armements n'ont d'autre but et d'autre résultat que de consolider la paix. Le vieux paradoxe des Romains, *Si vis pacem, para bellum*, a fait fortune. Mais, au train dont vont les choses, la paix elle-même ne deviendra-t-elle pas aussi calamiteuse, aussi meurtrière que la guerre ? En tous cas, ce n'est pas avec nos casernes, nos forts, nos fusils perfectionnés, nos poudres sans fumée et nos fumées sans poudre, que nous nous défendrons contre les supériorités agricoles, industrielles et commerciales du Nouveau-Monde. Entre l'Amérique, qui n'a pas d'armée, et l'Europe, qui de tout homme valide fait maintenant un soldat, la partie n'est pas plus égale qu'elle ne le serait, dans un hippodrome, entre deux coureurs dont l'un n'aurait rien à porter tandis que l'autre aurait un casque sur la tête, une cuirasse autour du corps, et toute une encombrante panoplie sur les bras !

J'arrive donc, Messieurs, à cette conclusion que pour avoir chance de conserver sa prépondérance et de rester la tête du monde civilisé, il faut que l'Europe désarme..., sinon, non !

Ce n'est pas, je le sais, une conclusion consolante ; car parler de désarmement, en l'an de grâce 1890, c'est s'exposer à se faire traiter de fou ou tout au moins de rêveur et d'utopiste : Pourtant, si les peuples et ceux qui président à leurs destinées pouvaient une bonne fois se recueillir et se rendre compte de leurs suprêmes intérêts, est-ce que cette pacification de l'Europe, qui peut seule la sauver, serait vraiment chose impossible ? Les haines de race à race sont devenues plus rares et plus artificielles. Tout le monde a aujourd'hui le sentiment de l'extrême disproportion qu'il y a entre la plupart des griefs que les États européens peuvent avoir les uns contre les autres et les maux incalculables qu'une nouvelle guerre déchaînerait sur nous.

On a voulu, dans ces dernières années, brouiller la France avec l'Italie, et si impie que fût le projet de ceux qui cherchaient à irriter l'une contre l'autre ces deux nations sœurs, ils ont pu croire, à certaines heures, qu'ils arriveraient à leurs fins. Or, aujourd'hui, il semble qu'on ait honte d'avoir travaillé à cette odieuse rupture, et il n'y aurait que peu de chose à faire, ce me semble, pour que la réconciliation fût complète.

Du côté de l'Allemagne, nos rancunes se comprennent mieux et l'on ne peut pas nous demander de parler froidement des blessures qui nous ont été faites il y a vingt ans. On le peut d'autant moins que les cruautés de l'année terrible se perpétuent tous les jours par la continuation d'un état de choses attentatoire à la liberté humaine et au droit des gens. Comment oublierions-nous qu'à quelques heures de Paris il y a un peuple captif, un peuple esclave, un peuple auquel ceux qui l'ont réduit en servitude n'ont que trop démontré que chez eux la force prime le droit. Voilà, Messieurs, la grande plaie de l'Europe contemporaine. C'est de là que vient tout le mal et c'est de là aussi que le salut pourrait venir.

Le jeune empereur d'Allemagne, à qui les résolutions hardies ne semblent pas répugner, a parlé publiquement de cette nuit solennelle où, sur la proue d'un vaisseau, par une nuit sans nuage, il interrogeait les étoiles et les entendait parler. Il y a beaucoup d'étoiles au ciel et j'aimerais à penser qu'il s'en est trouvé une pour lui dire, tout bas, qu'il serait juste, qu'il serait grand, qu'il serait sage aussi, je ne dis pas de rendre l'Alsace-Lorraine à la France — ce serait sans doute trop demander — mais de rendre la Lorraine et l'Alsace à elles-mêmes, d'en faire, à notre porte, une seconde Belgique, indépendante et neutre.

Ah ! si ce pouvait être là autre chose qu'un beau rêve, si l'étoile qui a murmuré ce conseil pouvait être un jour obéie, si nos frères de l'Est redevenaient libres, comme nous pardonnerions vite tout le reste ! Quel apaisement! Quelle détente! Comme l'entente deviendrait facile sur tous les points secondaires entre ces peuples qu'accablent aujourd'hui, simultanément, l'impôt qu'on paye avec de l'or et l'impôt qu'on paye avec du sang ! Le désarmement n'aurait plus d'adversaires et, entraîné par ce bel exemple, qui sait si l'ancien monde ne pourrait pas opposer bientôt la ligue pacifique des États-Unis d'Europe à la puissante fédération des États-Unis d'Amérique !

Je ne vais pas jusqu'à dire, Messieurs, que le soleil de la civilisation interromprait pour cela sa marche séculaire. Le temps des Josué est loin. Il se peut que la mission de cet astre grandissant soit de faire tout le tour du globe : après

l'Europe, l'Amérique ; après l'Amérique, l'Asie ; et peut-être après l'Asie, l'Afrique. Chacun son tour ! L'Europe a eu son printemps, son été.... Elle aura son hiver. Mais ne serait-ce rien que d'avoir prolongé de quelques siècles ce qu'un éloquent orateur appelait l'autre jour « l'automne des civilisations européennes ».

« L'automne, quand il dure, ajoutait M. Léon Say, peut être encore une belle et glorieuse saison ! »

RATIONNALISATION

DES

EXPÉRIENCES DE REGNAULT

SUR LA VAPEUR [1],

Par M. J. MACFARLANE GRAY,

« Chief Examiner » des Ingénieurs de la Marine anglaise.

TRADUCTION COMMUNIQUÉE PAR L'AUTEUR ET COMPLÉTÉE

PAR M. GUSTAVE RICHARD,

Ingénieur civil des mines.

Dans une Note lue devant l'*Institution of Naval Architects* [2], le 11 avril de la présente année, l'auteur a tenté de déduire les deux principes de Thermodynamique suivants de l'hypothèse cosmique d'un éther corpusculaire pesant, due à Newton :

1° Dans tout changement d'agrégation moléculaire de la matière, comme par le passage de l'état liquide à l'état de gaz ou de vapeur, la chaleur de désagrégation nécessaire à ce changement d'état est la même à toute température, pourvu que le changement d'agrégation soit le même.

2° La chaleur ou l'énergie communiquée à un gaz, pour

---

[1] Extrait du Compte rendu du *Paris Meeting*, 1889, de l'*Institution of Mechanical Engineers*, tenu dans le grand amphithéâtre du Conservatoire National des Arts et Métiers.

[2] M. Gustave RICHARD a bien voulu donner une traduction de cette Note pour les *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers* (*Voir* 2e Série, t. II, p. 267).

faire varier le produit pv d'une quantité Δpv, est de

$$\frac{5}{2}\Delta pv, \quad \text{à volume constant,}$$

$$\frac{7}{2}\Delta pv, \quad \text{à pression constante.}$$

La « rationnalisation », que l'auteur présente aujourd'hui, des expériences de Regnault sur la vapeur, consiste à démontrer que toutes les relations communes entre ces résultats peuvent découler des deux principes précédents et de la seconde loi de la Thermodynamique, sans l'intervention d'aucune constante arbitraire.

En ce qui concerne cette Note, il ne sera pas nécessaire de revenir sur la théorie de la pression de l'éther. Les deux principes énoncés plus haut sont suffisamment fondamentaux pour rendre notre étude intéressante. Pour approfondir ce sujet, il faudrait plus de temps qu'il ne nous en est alloué pour cette communication.

L'auteur se souvient, lors de la première réunion de l'Institution à Paris, en 1867, d'avoir vu les appareils dont se servit Regnault, et qui figurent au Conservatoire des Arts et Métiers. Aussi est-ce en hommage à la mémoire de Regnault que l'auteur se propose de lire ce travail à Paris, où ont eu lieu ces immortelles expériences dont les résultats ont été si généreusement livrés à toutes les nations du monde.

Le sens de certaines expressions employées dans cette Note diffère quelque peu de celui qu'on leur accorde généralement; nous les définirons au fur et à mesure qu'elles se présenteront.

La *chaleur*, en tant que phénomène, est l'aspect sensible du mouvement moléculaire.

La *chaleur*, en tant que quantité, est l'énergie constitutionnelle du mouvement moléculaire exprimée suivant une unité thermique déterminée.

p, pression en unité quelconque.

v, unité de volume, telle que le produit pv représente l'unité thermodynamique à la fois de chaleur et d'énergie.

θ, température centigrade absolue, la température de la glace fondante étant de $\theta_0 = 273^\circ$ absolus.

Dans cette Note, on se servira des températures absolues, excepté dans les extraits des travaux de Regnault.

t, température centigrade à l'échelle ordinaire, le zéro correspondant à la température de la glace fondante.

Nous ne nous servirons, dans cette Note, que de l'*échelle centigrade* et des logarithmes vulgaires.

L'*unité de chaleur* est la quantité d'énergie moléculaire constitutionnelle mécaniquement équivalente à la variation du produit pv pour l'unité de poids d'hydrogène et pour un degré, à la température de la glace fondante et à la pression atmosphérique, c'est-à-dire 1386 livres-pieds par degré centigrade et par livre, ou 770 livres-pieds en échelle Fahrenheit ; pour le degré centigrade et le kilogramme, l'équivalent mécanique de la chaleur est de 422 449 kilogrammètres.

Dans ses calculs, Regnault prit pour unité la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température d'un kilogramme d'eau à 15° environ. Cette unité est environ 1,0106 fois plus grande que la nôtre.

L'*unité d'énergie*, en Thermodynamique, est, dans cette Note, pour les facilités de calcul, assimilée à la valeur de l'équivalent mécanique de l'unité de chaleur définie plus haut.

L'unité de chaleur de l'eau, prise comme mesure jusqu'ici, est impropre. La chaleur spécifique de l'eau n'est pas connue avec une exactitude suffisamment rigoureuse à la température normale, et, le fût-elle même, elle ne serait arithmétiquement commensurable avec aucune autre quantité physique bien déterminée. L'hydrogène est une substance élémentaire, et son poids atomique est l'unité adoptée dans les calculs de Chimie. Le produit spécifique pv de l'hydrogène est, pour cette raison, très bien approprié comme unité pour la mesure de la chaleur et de l'énergie en Thermodynamique. Heureusement, cette unité, que nous proposons, est peu différente de celle jusqu'ici en usage; de sorte que l'unité reste en substance la même qu'autrefois: sa définition seule est changée.

Chaleur spécifique de l'eau. — La relation des expériences de Regnault sur la chaleur spécifique de l'eau est la dernière de son premier volume. Les colonnes des données ne sont pas d'accord avec la colonne des résultats. L'auteur a appelé l'attention sur ce sujet dans une lettre à l'*Engineering* du 9 janvier 1885. Dans la nouvelle édition de l'*Experimental physik* de Wüllner, publiée aussi en 1885, les nouveaux calculs de l'auteur sont corroborés indépendamment. Wüllner accepte comme exactes les colonnes des données et, d'après ses calculs, conclut que la chaleur spécifique de l'eau peut être considérée comme constante jusqu'à 190°.

Suivant l'auteur, ce désaccord apparent est dû à une estimation erronée des poids de l'eau chaude, et à ce que Regnault a calculé ses résultats d'après les poids corrigés. Il indique, à la page 739 de son Mémoire, la formule suivante pour le calcul, lorsque l'on reverse un faible poids π d'eau froide dans le calorimètre :

$$(P_1 - P_0 + p - \pi)x(T - t_1) = (P_0 - p - \pi)(t_1 - t_0).$$

Or, le signe négatif dont π est affecté dans la seconde moitié de l'équation est une faute d'impression; ce devrait être $+\pi$. Suivant le texte tel qu'il est imprimé, le poids de l'eau froide $P_0 - p - \pi$ est donc trop faible.

L'auteur pense que ce poids trop petit a été déduit de P_1 au lieu de prendre pour poids de l'eau chaude la quantité exacte : $P_1 - P_0 + p - \pi$. Cette erreur a dû être commise après que les colonnes des résultats eurent été calculées d'après les poids corrigés. Dans toutes les expériences dont les résultats paraissent avoir été mal établis, la somme des poids de l'eau chaude et de l'eau froide semble supérieure à la capacité du calorimètre, et le poids d'eau chaude, notablement excessif, présente des discontinuités frappantes avec les quantités voisines. Le titre d'une des colonnes est : « Température *initiale* du calorimètre, » au lieu de *finale*.

Tout ceci tend à prouver que la fin du rapport a été faite très vite, afin de trouver sa place dans le premier volume. Dans le Tableau I (p. 34), les colonnes (1), (2) et (6) sont extraites des Tables de Regnault; les autres ont été calculées par

l'auteur pour tenir compte des différences entre les colonnes (6) et (7).

Dans la colonne (4), nous donnons la capacité du calorimètre jusqu'au zéro du tube de niveau à la température finale et suivant la Table de Regnault, page 735. Pour chaque expérience, le surplus donné colonne (5) doit être le poids de l'eau, en grammes, contenu au-dessus du zéro dans le tube de niveau. Quand les résultats de Regnault et ceux du nouveau calcul sont concordants, la quantité correspondante de la colonne (5) est toujours faible. Quand, au contraire, ils ne concordent pas, cette quantité est toujours forte. Dans l'expérience n° 34, par exemple, il y avait, d'après la colonne (5), $447^{gr},8$ d'eau dans le tube de niveau, tandis que, d'après le dessin de l'appareil publié, il ne pouvait, même rempli, en contenir cette quantité. Quand la tringle de l'agitateur le traversait, le volume resté libre se trouvait réduit; en outre, pour éviter, au moment où l'on agitait le mélange, toute perte de liquide, on ne remplissait pas le tube. Nous donnons ces chiffres maintenant, pour que l'on puisse vérifier nos conclusions en examinant l'appareil qui existe encore au Collège de de France.

Des expériences plus récentes, particulièrement celles faites en 1883 par Rowland, à Baltimore (États-Unis), montrent que la chaleur spécifique de l'eau, prise comme unité dans les expériences de Regnault, n'est pas constante aux basses températures. La chaleur spécifique diminue de 1 pour 100 de 5° C. à 29° C., elle augmente ensuite jusqu'à 36°, température à laquelle s'arrêtent les expériences de Rowland.

La détermination la plus importante d'une quantité de chaleur qu'ait faite Regnault est celle de la chaleur totale de la vapeur d'eau à 100° C. Les six premières expériences ne furent que des essais. Pour les trente-huit expériences suivantes, la température moyenne calorimétrique fut de 15°, avec une variation de 13°. Entre ces limites, la moyenne des chaleurs spécifiques de Rowland équivaut au travail de l'élévation de l'unité de poids de $427^{m},445$. Déduisant $0^{m},50$ pour tenir compte des différences des latitudes et ramener les mesures à $g = 9^{m},81$, on a $426^{m},945$.

Tableau I. — Chaleur spécifique de l'eau, revue.

Numéros des expériences.	Poids de l'eau froide (Regnault).	Poids de l'eau chaude (Regnault).	Poids total de l'eau. (1) + (2)	Calorimètre. Capacité jusqu'à la ligne zéro.	(3) — (4).	Chaleur spécifique moyenne de l'eau, 0° à t°. Résultats de Regnault.	Calculée à nouveau d'après les données.	Différence de (6) et (7).	Température centigrade.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
Nos	gr	gr	gr	gr	gr				
1	99626,6	10059,8	109686,4	109663,2	23,2	1,00184	1,00208	0,00024	107,70
2	99656,0	10035,6	109691,6	109642,3	49,3	1,00440	1,00441	0,00001	109,90
3	99614,4	10187,0	109801,4	109675,2	126,2	1,00527	0,99261	0,01266	107,79
4	99672,6	10057,4	109730,0	109693,6	36,4	1,00476	1,00475	0,00001	109,38
5	99692,7	10038,3	109731,0	109695,1	35,9	1,00837	1,00840	0,00003	109,25
6	99664,8	10064,8	109729,6	109691,4	38,2	1,00687	1,00689	0,00002	109,25
7	99657,6	10075,9	109733,5	109692,7	40,8	1,00659	1,00661	0,00002	109,25
8	99642,3	9995,9	109638,2	109600,8	37,4	1,00540	1,00518	0,00022	110,80
9	99618,3	9999,6	109617,9	109597,2	20,7	1,00489	1,00502	0,00013	111,51
10	99583,6	10039,6	109623,2	109586,3	36,9	1,00552	1,00501	0,00051	113,86
11	99640,7	10180,0	109820,7	109613,8	206,9	1,00791	0,99055	0,01736	116,60
12	99638,6	10182,0	109820,6	109614,7	205,9	1,00741	0,99053	0,01688	116,91
13	99635,8	10192,0	109827,8	109613,5	214,3	1,00599	0,98681	0,01918	118,54
14	99626,0	9973,0	109599,0	109579,8	19,2	1,00499	1,00534	0,00035	120,39
15	99568,4	10036,4	109604,4	209575,0	29,4	1,00443	1,00477	0,00034	120,84

16	99628,6	9966,4	109595,0	109576,6	18,4	1,00681	1,00735	0,00054	121,86
17	99658,6	9979,6	109608,2	109583,5	24,7	1,00631	1,00655	0,00004	128,91
18	99658,6	9959,4	109618,0	109581,6	36,4	1,00568	1,00654	0,00086	130,40
19	99631,6	9957,8	109588,8	109557,7	31,1	1,00738	1,00807	0,00069	137,16
20	99635,7	9949,1	109584,8	109556,9	27,9	1,00786	1,00921	0,00135	137,27
21	99641,6	9929,6	109571,2	109556,3	14,9	1,00663	1,00773	0,00110	138,27
22	99650,1	9986,5	109536,6	109506,5	30,1	1,00724	1,00760	0,00036	153,68
23	99642,6	9904,4	109547,0	109522,7	24,3	1,00848	1,00881	0,00033	154,80
24	99635,0	9928,2	109563,2	109520,5	42,7	1,00642	1,00672	0,00030	155,61
25	99652,2	9887,8	109540,0	109513,8	26,2	1,00925	1,00940	0,00015	156,82
26	99626,4	9912,2	109538,6	109507,8	30,8	1,00780	1,00824	0,00044	158,82
27	99662,5	10150,0	109812,5	109516,2	296,3	1,00699	0,98296	0,02403	159,19
28	99643,6	9986,6	109530,2	109504,3	25,9	1,00952	1,00973	0,00021	160,34
29	99742,6	11011,0	109753,6	109518,1	235,5	1,01053	0,99021	0,02032	160,61
30	99686,2	9931,2	109617,4	109576,1	41,3	1,00923	0,00956	0,00033	172,66
31	99689,8	9925,2	109615,0	109570,6	44,4	1,01201	1,01232	0,00031	172,75
32	99696,6	9915,6	109612,2	109568,8	43,4	1,01207	1,01237	0,00030	172,71
33	99676,0	9947,6	109623,6	109565,8	57,8	1,01228	1,01259	0,00031	172,66
34	99786,3	10125,0	109911,3	109463,5	447,8	1,01662	0,97975	0,03687	179,23
35	99774,8	10102,0	109876,8	109461,0	415,8	1,01430	0,97482	0,03948	183,55
36	99784,8	10105,0	109889,8	109449,2	440,6	1,01499	0.97494	0,04005	186,00
37	99687,4	10152,0	109839,4	109443,0	396,4	1,01756	0,97978	0,03778	186,65
38	99646,6	10182,0	109828,6	109440,2	388,4	1,01487	0,98040	0,03447	186,89
39	99710,8	10160,0	109870,8	109425,4	445,4	1,01621	0,97574	0,04047	187,75
40	99713,0	10107,0	109820,0	109422,4	397,6	1,01528	0,97990	0,03538	190,36

L'unité de chaleur adoptée ici correspond à une élévation de $424^{m},445$ par degré; on prendra donc

$$\frac{426,94}{424,45} = 1,0106,$$

pour la chaleur spécifique de l'*aquène*, ou de l'eau idéale, qui est constante à toutes les températures auxquelles l'eau peut exister à l'état liquide. Regnault considérant la chaleur spécifique de l'eau comme égale à l'unité pour les températures précédentes du calorimètre, l'unité de chaleur choisie par lui est égale à 1,0106 fois celle que nous avons adoptée.

L'*aquène* est une substance idéale; c'est H^2O, ou de l'eau considérée comme ayant un volume égal seulement au volume matériel absolu de ses molécules. La chaleur spécifique constante adoptée ici est donc moindre que la chaleur spécifique de l'eau.

La chaleur Q, nécessaire pour élever à θ° absolus et sous la pression correspondante à θ° la température de l'eau, à partir de 273° absolus, température à laquelle le pv de l'eau est une quantité négligeable, est, dans ce travail, considérée comme étant égale à

$$Q = 1,0106(\theta - 273) + \theta v \frac{dp}{d\theta}, \left(\theta v \frac{dp}{d\theta} = \text{aire } bgke \ (\textit{fig. } 3)\right),$$

v étant le volume actuel de l'unité de masse d'eau à la température θ diminué de son volume matériel absolu. La *matière absolue* est sans doute beaucoup plus dense que le platine, et cette réduction du volume apparent, qui est très faible, peut être négligée dans la comparaison suivante.

Le pv de l'unité de masse d'eau est égale à $\frac{pw}{c}$ unités thermiques, w étant le volume relatif de l'eau, le volume à la densité maximum étant considéré comme égal à l'unité; c est un diviseur constant, égal à 601, quand p est exprimé en livres par pouce carré. Quand p est exprimé en millimètres de mercure, $c = 31071$; quand p est exprimé en kilogramme par mètre carré, $c = 422449$.

Si l'on prend pour $\frac{dp}{d\theta}$ les valeurs données dans les Tables de l'ouvrage de M. Paul de Saint-Robert : *Principes de Thermodynamique*, le diviseur devient égal à 422.499. La chaleur spécifique moyenne entre t_0 et la température de la glace fondante est donnée, en fonction de la chaleur spécifique à 4° suivant la seconde loi, et, comme nous l'établissons dans cette Note, par la formule

$$1 + \frac{w}{1,0106 \times 422.449} \frac{\theta}{t} \frac{dp}{d\theta}.$$

C'est la chaleur que céderait le corps en se refroidissant sous la pression correspondant à t_0.

C'est d'après cette formule, et en prenant les valeurs de w conformes aux expériences de Hirn, que le Tableau II a été calculé.

Tableau II.

CHALEUR MOYENNE SPÉCIFIQUE ENTRE t° ET ZÉRO EN UNITÉS DE REGNAULT.

t°.	θ°.	w.	$\frac{dp}{d\theta}$	CHALEUR spécifique moyenne.
100	373	1,04315	370	1,00337
120	393	1,05992	564	1,00458
140	413	1,07949	1048	1,00782
160	433	1,10149	1611	1,01125
180	453	1,12678	2358	1,01566
200	473	1,15900	3310	1,02125

On doit remarquer, pour comparer la dernière colonne de ce Tableau avec les résultats de Regnault [*voir* Tableau I, colonne (6)] que ces derniers doivent être un peu réduits en raison de la différence des écarts de température, car la moyenne du Tableau II s'abaisse jusqu'à $t = 0^\circ$, tandis que, dans le Tableau I, elle ne s'abaisse qu'à la température finale du calorimètre : 21°. Les résultats du Tableau II doivent enfin être réduits en raison du volume matériel absolu. Ce volume,

représenté par *ab* en *fig.* 3, est d'au moins 4 pour 100 du volume apparent. Eu égard aux grandes difficultés que présentent ces expériences, et à l'irrégularité dans les résultats qui en est la conséquence, l'auteur pense que la colonne de la chaleur moyenne spécifique dans le Tableau II, calculée indépendamment, corrobore en substance la colonne (6) de Regnault dans le Tableau I. Cette rationnalisation des résultats d'expérience sera mieux comprise au moyen du diagramme entropique (θ, φ). Les déductions importantes de ce travail sont indépendantes des variations de la chaleur spécifique de l'eau.

Rapport des deux chaleurs spécifiques. — Le rapport des chaleurs spécifiques d'un gaz à pression constante et à volume constant est généralement représenté par la lettre grecque γ, avec une valeur numérique de 1,408; 1,414; 1,402, ou, comme dans ce Mémoire, de 1,4.

La valeur de 1,408, généralement adoptée, est le résultat d'expériences sur la vitesse U du son dans l'air, qui est déterminé par l'équation $U^2 = g\gamma vp$; g étant l'accélération de la pesanteur; v le volume de l'unité de masse de l'air; p la pression; le tout exprimé en unités comparables.

D'après les vitesses de son dans l'air déterminées par différents expérimentateurs, on a :

	U par seconde.	γ
Regnault.....	$330^m,70$	1,3953
Moll et Beck.....	$332^m,26$	1,4085
Szathmari.....	$331^m,57$	1,4027

D'après la théorie de la pression de l'éther, l'auteur obtient $\gamma = \frac{3,5}{2,5} = 1,4$. Les expériences de Szathmari furent faites en 1878; la vitesse publiée était le résultat de trente expériences se vérifiant rigoureusement. Ce résultat d'expérience paraît corroborer suffisamment les déductions théoriques de l'auteur. La valeur de 1,4 environ pour le rapport γ est acceptée depuis longtemps comme une relation physique bien établie, s'appliquant aux chaleurs spécifiques des gaz permanents; mais, d'après Regnault, elle ne s'applique pas à la vapeur. Ce rapport, $\gamma = 1,4$, est une importante relation physique, d'autant plus

que, pour les gaz permanents, le produit pv pour l'unité de masse, à une température quelconque, est inversement proportionnel au poids moléculaire de la substance.

En ce qui concerne les gaz dits parfaits, le rapport 1,4 donne, d'après les notations adoptées,

Produit spécifique pv ..... $\frac{2}{m}$,

Chaleur spécifique à volume constant..... $\frac{5}{m}$,

Chaleur spécifique à pression constante ..... $\frac{7}{m}$,

m étant le poids moléculaire de la substance.

On démontrera plus loin que la vapeur saturée est un gaz parfait en ce sens que c'est un corps complètement gazéifié et, par conséquent, constitué par de la matière se mouvant en molécules uniques. On désignera dans cette Note, sous le nom de *gazène*, l'état purement idéal, où le produit pv est strictement proportionnel à la température. C'est ce que l'on a jusqu'ici appelé gaz parfait. Le terme *vapène* sera également employé pour désigner la gazène de pression maximum à une température quelconque.

Ce serait une importante simplification que d'établir, si on le pouvait, que le rapport 1,4 s'applique aussi à la vapeur et aux autres gaz. Dans cette Note, l'auteur ne s'occupera que de la vapeur d'eau. On sait depuis longtemps que l'égalité $\frac{2}{m}\theta = pv$ s'applique à la vapeur aux basses températures pour lesquelles on la considère comme étant à l'état de *gazène*. Pour la vapeur, le rapport $\frac{7}{m}$ devrait être de 0,38976. Le Mémoire des expériences de Regnault donne pour la chaleur spécifique de la vapeur surchauffée, à la pression atmosphérique, le chiffre de 0,4805.

Dans une Note lue devant la *Physical Society*, le 25 février 1882, l'auteur a indiqué ce qui lui semble être, dans ce rapport, une inadvertance qui a entraîné une mauvaise détermination de la chaleur spécifique. Quand on rectifie cette erreur, le rapport de 1,4 se vérifie pour la vapeur. Dans les

expériences de Regnault, la vapeur à la pression atmosphérique était surchauffée à 124° C. La chaleur abandonnée au calorimètre, depuis cette température jusqu'à 0° C., était déterminée par expérience. La vapeur était ensuite surchauffée jusqu'à 224° C. à la même pression, et la chaleur ainsi abandonnée était déterminée de la même manière. La différence fut trouvée de 48,05 unités, la différence de température étant de 100°; on en concluait que la chaleur moyenne spécifique, pour cette variation de température, était de 0,4805, ainsi que l'a énoncé Regnault.

Telle est la méthode de ce savant, qui paraît exacte au premier abord. Le premier degré de surchauffe avait probablement pour but d'assurer à la vapeur, aux plus basses pressions, une siccité parfaite, de telle sorte que la chaleur nécessaire au changement de température entrât seule en ligne de compte, et que le résultat ne fût pas faussé par la nécessité de tenir compte, dans le calcul de la chaleur abandonnée, de celle qui était nécessitée par la vaporisation. Si cette méthode était exacte, et si de semblables expériences étaient faites entre 100° et 124°, on trouverait une chaleur spécifique supérieure à celle que Regnault a déterminée. L'auteur croit seulement que les particules liquides contenues dans la vapeur à 100° ne seraient pas évaporées avant 124°, mais seulement au delà, suivant toute apparence. Cette conjecture pourrait, du reste, être facilement vérifiée par l'expérience, bien que, jusqu'ici, l'on n'ait d'autres résultats que ceux de Regnault lui-même. Dans son premier volume (p. 698), ce savant a rendu compte de trente-huit expériences faites avec soin sur la *chaleur totale* de la vapeur à la pression atmosphérique, pour laquelle il a trouvé 636,68 calories.

Dans le Tableau III, l'auteur a ainsi rétabli les seize expériences de Regnault où l'on se servit du grand calorimètre (t. II, p. 176). La colonne (1) donne le nombre de degrés centigrades dont la vapeur fut surchauffée à la pression atmosphérique. La colonne (2) donne la *chaleur totale* de la vapeur depuis la température de la glace fondante. La colonne (3) donne l'excès de cette chaleur totale sur celle de l'eau : 636,68 calories, depuis la température de la glace fondante

jusqu'à celle de la vapeur à la pression atmosphérique. La colonne (4) donne la chaleur moyenne spécifique apparente correspondant à la petite surchauffe, le tout en unités de Regnault. La moyenne est de 0,3778, qui, multiplié par 1,0106 donne, pour la chaleur spécifique moyenne pendant ces seize expériences 0,3818 unités de l'ordre adopté dans cette Note. La chaleur spécifique de la vapeur saturée à la pression atmosphérique est, suivant la théorie émise dans ce travail, de 0,3830; la chaleur spécifique, quand la vapeur est légèrement surchauffée, est un peu supérieure à 0,3830.

Tableau III.

CHALEUR SPÉCIFIQUE DE LA VAPEUR.

VAPEUR surchauffée. (1)	CHALEUR TOTALE. (2)	(2) — 636,68. (3)	CHALEUR spécifique $\frac{(3)}{(1)}$ (4)
	Unités.	Unités.	
24,32	643,96	7,28	0,2993
23,11	643,95	7,27	0,3145
21,71	644,07	7,39	0,3404
28,11	647,25	10,57	0,3760
27,08	647,54	10,86	0,4011
18,71	644,39	7,71	0,4120
22,47	644,55	7,87	0,3503
26,84	647,78	11,10	0,4136
23,86	646,37	9,69	0,4061
26,86	647,84	11,16	0,4155
24,81	646,28	9,60	0,3869
20,34	644,44	7,76	0,3815
23,14	644,70	8,02	0,3466
24,25	644,20	7,52	0,3101
20,53	645,47	8,79	0,4282
23,43	647,54	10,86	0,4635
Chaleur spécifique moyenne			0,3778

La moyenne des expériences de Regnault peut donc être considérée comme corroborant exactement les données de la

théorie. Toutefois, cette concordance ne se rapporte qu'à une moyenne statistique, comme on le voit d'après la série des variations de la colonne (4). L'accord des résultats de Regnault avec ceux d'une théorie que ce savant ne connaissait pas prouve, si l'on accepte cette théorie, le soin avec lequel ses recherches furent conduites, et que les erreurs inévitables d'observation n'ont qu'une faible influence.

Chaleur de vaporisation. — D'après la théorie appliquée maintenant à la vapeur, la chaleur de vaporisation se compose de la chaleur ou de l'énergie de ségrégation, qui est la même à toute température, et de l'énergie constitutive du gaz, à savoir $\frac{7}{2}pv$. On doit se rappeler que l'unité pv est aussi l'unité de chaleur, d'après les conventions spéciales à ce travail. L'énergie constitutive $\frac{7}{2}pv$ est égale, comme on le démontrera, à $\frac{7}{m}x\theta$, θ étant la température absolue et x une variable, fonction, comme on le verra, de la température. La chaleur absorbée pour la ségrégation est, pour l'eau, de 501,4 unités en plus de la chaleur déjà possédée par l'eau à la température de la glace fondante. Une faible variation de cette chaleur de 501,4 amènerait une différence notable avec les résultats d'expérience en ce qui concerne les pressions. On démontrera cependant que cette valeur concorde avec les chiffres de Regnault concernant la chaleur totale ou latente. Pour la chaleur totale de la vapeur à la température de 100°, elle donne 637,49 en unités de Regnault; or, dans les trente-huit expériences déjà citées, les résultats de Regnault varient entre 635,6 et 638,4, soit en moyenne 636,68. La différence

$$637{,}49 - 636{,}68 = 0{,}81,$$

qui est seulement le $\frac{1}{8}$ de 1 pour 100, corrobore d'une manière remarquable les travaux de Regnault, si la théorie que nous présentons est acceptée.

Le coefficient x indique la valeur du pv actuel en fonction du pv du même poids de gazène à la même température.

Comme, pour cette Note, il s'agit seulement de la vapeur, nous ne désignerons plus, par le mot gazène, que la vapeur idéale.

Le poids moléculaire de l'hydrogène étant 2, son pv spécifique est $\frac{2}{m} = \frac{2}{2} = 1$. Le poids moléculaire de l'eau généralement adopté est de 18 ou, plus exactement, 17,96, déterminé comme il suit :

H^2O	Un atome d'oxygène.....	15,9598
	Deux atomes d'hydrogène.....	2.0000
	Poids moléculaire de l'eau.....	17,9598

C'est le chiffre qui est adopté dans ce travail pour le poids moléculaire de l'eau.

Ce chiffre a été adopté moins pour obtenir une plus grande exactitude que pour calculer avec cinq décimales les nombres suivants pour la gazène :

Poids spécifique pv.....	$\frac{2}{m} = 0,11136$;
Chaleur spécifique à volume constant.....	$\frac{5}{m} = 0,27840$;
Chaleur spécifique à pression constante...	$\frac{7}{m} = 0,38976$.

Diagramme entropique (θ, φ). — La portée des principes de Thermodynamique et de leurs conséquences a été considérablement amoindrie par la méthode abstraite et mathématique de tous les auteurs de renom qui en ont abordé l'exposition. L'auteur a été considérablement aidé dans ses recherches par le diagramme (θ, φ) qu'il a constamment employé depuis 1879. Les diagrammes qui représentent l'énergie ou le travail en Thermodynamique ont ordinairement pour coordonnées la pression et le volume; leur surface représentant pv ou le travail. Sur ce diagramme (p, v), les courbes importantes représentant la température et l'*adiabaticité* sont difficiles à tracer et, une fois tracées, n'apportent qu'un faible secours à l'esprit pour saisir les relations thermodynamiques. Ce défaut est particulièrement dû à ce que le diagramme ne représente pas l'énergie possédée à tout

instant par le corps travailleur, mais seulement le travail qu'il a accompli. Pour tout problème spécial, les nouvelles lignes à mener sont des courbes d'un tracé difficile, les seules lignes permanentes étant les axes des coordonnées. Dans le nouveau diagramme (θ, φ), les lignes permanentes sont seules des courbes difficiles à tracer, mais que l'on mène une fois pour toutes. Pour tout problème qui peut se présenter, les nouvelles lignes sont au contraire des droites, et une seule inspection permet de déterminer à tout instant l'énergie possédée par le corps, aussi bien que son allure de *thermation* ou d'*ergation*, c'est-à-dire de transformation d'énergie en chaleur ou de chaleur en énergie.

Dans le nouveau diagramme représenté *fig.* 1 pour la *gazène* et *fig.* 15 (*Pl. I*), pour la vapeur, on a pris pour ordonnées les températures θ, comptées à partir du zéro absolu, et pour abscisses les quotients $\frac{dQ}{\theta}$ de chaque variation de chaleur par la température à laquelle elle se produit; c'est-à-dire, ce que Clausius, dans son traité purement mathématique, appelle l'entropie. La surface de ce diagramme (θ, φ) représente donc la chaleur Q en unités thermiques. Le diagramme (θ, φ) se rapporte toujours aux transformations thermodynamiques de l'unité de masse du corps travailleur.

Par conséquent, suivant ce tracé, l'entropie est mesurée horizontalement sur un diagramme dont les ordonnées sont les températures absolues θ, et dont l'aire représente l'énergie Q, en unités de chaleur. La lettre grecque φ a servi à Rankine et à Maxwell pour désigner l'entropie, que le premier de ces savants appelle *la fonction thermodynamique*. Maxwell a adopté la lettre grecque θ pour représenter les températures absolues. C'est pourquoi l'auteur a adopté la dénomination de (θ, φ) pour son diagramme de la chaleur, de même que (p, v) sert à désigner le diagramme ordinaire du travail représenté par la pression et le volume. Les ordonnées du nouveau tracé sont représentées par des lettres grecques, tandis que celles de l'ancien le sont par des lettres ordinaires. Le nouveau tracé est quelquefois appelé diagramme de température-entropie, ou diagramme entropique.

L'effort et l'espace parcouru, la pression et le volume, la température et l'entropie sont, deux à deux, les coordonnées

Fig. 1

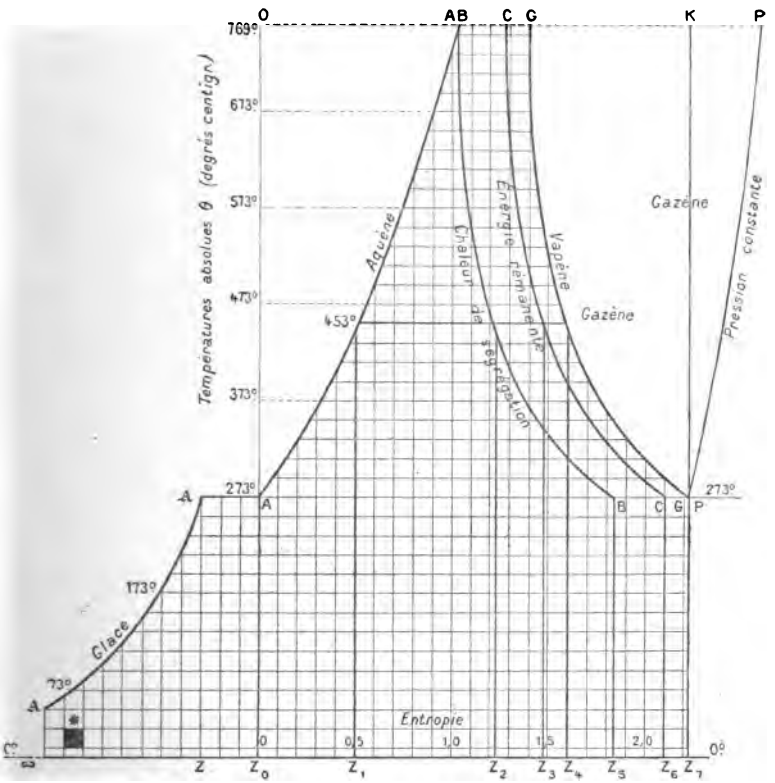


Diagramme entropique de la gazène.

de l'énergie. Sur la *fig.* 15 (*Pl. I*), les abscisses comptées sur l'horizontale de 273° absolus représentent l'entropie à l'échelle de $\frac{1}{10}$ d'entropie par division. Chacun des carrés du diagramme représente deux unités de chaleur.

Nous désignerons par le mot *graphe* toute ligne de ce diagramme considérée comme figurant une série de transformations thermodynamiques. Un graphe représente donc une série continue d'états thermiques ou de points figuratifs de ces

états. Le diagramme (p, v) ne figure que les pressions, les volumes et le travail; il ne représente ni la chaleur, ni la température. Sur le diagramme (θ, φ), au contraire, on figure la chaleur, la température et l'entropie, sans représenter le travail.

D'après la seconde loi de Thermodynamique, chaque point du diagramme (θ, φ) caractérise un état particulier; c'est-à-dire que, si l'on part d'un état initial représenté par un point du diagramme, et que l'on procède à une série de transformations thermodynamiques indiquées sur ce diagramme par un graphe, lorsque l'on revient au point de départ, le corps sur lequel on opère est aussi revenu à son état primitif. L'aire engendrée par l'ordonnée en se déplaçant vers la droite représente la chaleur fournie au corps; l'aire décrite, lorsque l'ordonnée se déplace vers la gauche, représente la chaleur abandonnée par le corps. Le diagramme n'est que la représentation graphique de la fonction Carnot-Clausius. L'exactitude de ce tracé, aussi bien que celle du principe fondamental Carnot-Clausius, ou seconde loi, repose sur celle d'une proposition plus simple et différemment conçue; à savoir que : lorsqu'un corps reçoit ou cède de la chaleur dans un ordre défini en fonction de sa chaleur et de sa température, ce corps passe successivement par des changements thermodynamiques nettement définis, et le cycle peut se redécrire en sens inverse. Ceci revient à dire, qu'en espèce, les états thermodynamiques d'une substance donnée sont définis par un diagramme de chaleur. De même qu'une courbe tracée au moyen des longitudes et des latitudes définit une route à la surface du globe, de même la différente série des états thermodynamiques d'un corps est représentée sur le diagramme (θ, φ) par un graphe donnant les variations de température et d'entropie. Les courbes permanentes du diagramme définissent à tout instant les propriétés thermodynamiques du corps, de sorte que l'on a continuellement devant soi, et sous une forme claire, les matériaux sur lesquels on opère.

On a tracé en la *fig.* 1 le diagramme (θ, φ) pour l'eau (H^2O). Strictement parlant, ses courbes sont des tracés idéaux pour la glace, l'aquène, la vapène et la gazène. La ligne de base : ∞Z_7, représente le zéro absolu de température. De

∞ à A_{273}, vers la gauche, la substance en jeu est de la glace fondante à 273° absolus. La chaleur spécifique de la glace étant de 0,5, les accroissements $\Delta\varphi$ de l'entropie sur cette courbe sont de $\Delta\varphi = \frac{0,5}{\theta}\Delta\theta$. Si l'on procède par différences infinitésimales, l'équation s'écrira : $d\varphi = \frac{0,5}{\theta}\,d\theta$; d indiquant *une différence infiniment petite*. Pour un point quelconque de la courbe, l'aire comprise entre la ligne de base et la courbe, depuis l'infini jusqu'à ce point, représente la chaleur que la glace a absorbée depuis le zéro absolu jusqu'à la température considérée. Si θ est cette température, l'aire, ou la chaleur fournie jusqu'à cette température, est $\frac{\theta}{2}$; c'est-à-dire, que la surface de la courbe des points figuratifs est, pour la glace, numériquement égale à la moitié de leurs ordonnées verticales.

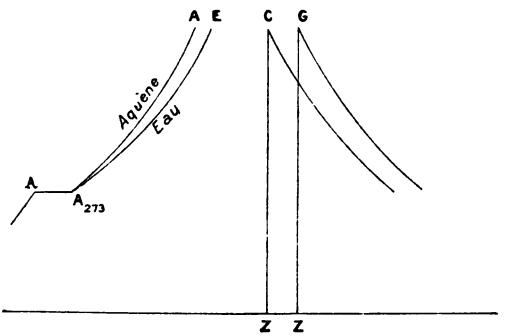
Quand l'aire de la courbe est ainsi un multiple constant de l'ordonnée verticale, la courbe est une logarithmique, dont les abscisses comptées à partir de l'ordonnée unité sont multiples du logarithme hyperbolique comme les aires de la courbe le sont des ordonnées. Pour les logarithmes vulgaires, l'ordonnée est égale à 2,3026 fois l'aire de la courbe. Quand la surface est égale à l'ordonnée verticale, comme pour la courbe des logarithmes hyperboliques, les abscisses sont 2,3026 fois plus grandes que pour les logarithmes ordinaires. Dans cette Note, l'entropie se compte à partir de l'ordonnée verticale pour l'eau à la température de la glace fondante. Les petits carrés du diagramme représentent chacun deux unités de chaleur.

La courbe depuis A_{273} et au-dessus est celle de l'échauffement, sous volume constant, de l'eau idéale que nous avons appelée aquène. Pour cette eau, la chaleur spécifique est de 1,0106; c'est pourquoi les variations des abscisses sont 1,0106 fois celles du logarithme hyperbolique de la température. Si l'on pose $\varepsilon = 2,3026$, la longueur en abscisses qui sépare une température θ_0 d'une autre θ est de $1,0106\,\varepsilon \log\frac{\theta}{\theta_0}$, en se servant des logarithmes vulgaires.

La courbe A, qui est la courbe primaire du diagramme (θ, φ),

est une courbe idéale : le graphe de l'*aquène*. Le graphe de l'eau E (*fig.* 2) est si rapproché de celui de l'aquène qu'ils

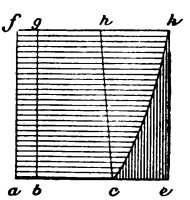
Fig. 2.



ne peuvent pas être tracés tous deux à l'échelle sur le même diagramme. Dans le calcul de pv par la théorie cinétique, v est le volume dynamique, y compris le volume du liquide initial, moins son volume atomique absolu. La courbe primaire, AA', à partir de laquelle se compte la chaleur constante absorbée par le travail de séparation moléculaire, est par conséquent le graphe de l'aquène.

La chaleur représentée par l'aire A_{273} A_θ E_θ n'est pas com-

Fig. 3.



muniquée au liquide quand il est chauffé sous des pressions croissantes. Soit (*fig.* 3) un diagramme (p, v) où

af = la pression à la température θ_1,
ab = le volume atomique absolu à θ_0,
ac = le volume du liquide à θ_0,
fk = le volume du liquide à θ_1.

La pression à θ_0 est ici considérée comme nulle. Le travail extérieur de dilatation de l'eau est égal à *cke*; les bandes verticales peuvent en être considérées comme les éléments $p\frac{dv}{d\theta}\,d\theta$. L'aire *fkca* est la somme de tous les éléments $V\frac{dp}{d\theta}\,d\theta$; V désignant le volume variable de l'eau. Si nous désignons par v le volume diminué du volume atomique absolu, ce qui est la signification donnée à v dans cette Note, l'aire *gkcb* représentera la somme des éléments $v\frac{dp}{d\theta}\,d\theta$; et elle est égale à l'aire comprise entre la courbe A et la courbe E de la *fig.* 2. La chaleur latente d'évaporation est mesurée à partir de E; mais, dans les relations thermodynamiques dont nous nous occupons ici, $S + \frac{7}{2}pv$ s'étend jusqu'à la courbe A, S étant la chaleur de ségrégation. L'aire totale, comprise entre les deux courbes, jusqu'aux plus hautes températures des expériences de Regnault, est moindre que la moitié d'une unité de chaleur. Sur le diagramme (θ, φ) on n'a tracé que la courbe A, représentant l'aquène.

Entre $\mathfrak{A}_{273}$ et A_{273}, le point représentatif de l'état du corps avance horizontalement d'une longueur égale à 0,296; de telle façon que l'aire engendrée par l'ordonnée verticale dans cet intervalle est de 80,8 unités de chaleur, ce qui est la chaleur de liquéfaction de la glace. En $\mathfrak{A}_{273}$ le point représente l'unité de poids de glace; à moitié chemin entre $\mathfrak{A}_{273}$ et A_{273}, il représente une demi-livre d'eau et une demi-livre de glace; en A_{273} il représente une livre d'eau. Si l'on fait de A_{273} le zéro de l'entropie, la chaleur absorbée par la ségrégation de l'eau, mesurée vers la droite, à partir de l'ordonnée A_{273}, est de 501,4 unités de chaleur, correspondant à l'aire du rectangle $A_{273}\,B_{273}\,Z_5\,Z_0$. La courbe B est telle que cette aire est égale à celle qui s'étend de l'ordonnée A_{273} jusqu'à toute paire de coordonnées en B; c'est-à-dire, que l'aire limitée par la courbe A, la droite de température θ jusqu'en B, et l'ordonnée du point $B\theta$ ($B\theta$ désignant le point de la courbe B à la température θ) est constante, et représente la chaleur de ségrégation.

Soit AB la distance horizontale de la courbe A à la courbe B, pour toute température, nous aurons pour déterminer la courbe B, la loi géométrique très simple : que sa sous-tangente à la ligne de base est toujours égale à AB, à la température pour laquelle la tangente est menée, et que sa sous-tangente à la verticale abaissée du point A est par conséquent égale à θ. En effet, si l'aire est constante et la courbe A déterminée, on a $AB d\theta = - BZ d\varphi = - \theta d\varphi$; d'où $AB = - \theta \frac{d\varphi}{d\theta}$ = sous-tangente à la base, et $- AB \frac{d\theta}{d\varphi} = \theta$ = sous-tangente à la verticale du point A.

En plus de la chaleur de ségrégation, il faut considérer aussi la chaleur constitutionnelle ou l'énergie de l'état gazeux $= \frac{7}{m} = 0,38976$ unités thermiques par degré de température. Si la courbe G n'est que la courbe B simplement reportée de cette quantité 0,38976 vers sa droite, la chaleur fournie quand le point figuratif arrive en G à une température quelconque sera la chaleur de désagrégation jusqu'à B, augmentée de $\frac{7}{m}\theta$ jusqu'à G. La courbe G est, par conséquent, celle des points figuratifs de la gazène à la pression maximum de saturation; c'est ce que l'on a appelé ici *vapène*.

On peut maintenant expliquer pourquoi la vapeur possède une pression maximum correspondante à chaque température. La chaleur spécifique de la gazène à pression constante est $\frac{7}{m}$. Si, à G_{273}, la pression est p_0, on peut mener le graphe P pour l'accroissement de température à la pression constante p_0. Ce graphe doit être une partie de la courbe logarithmique dont l'aire est $\frac{7}{m}\theta$. La distance horizontale sur ce graphe, de θ_0 à θ, sera donc de

$$\frac{7}{m}\varepsilon(\log\theta - \log\theta_0) = \frac{7}{m}\varepsilon \log\frac{\theta}{\theta_0}.$$

Or, lorsque la gazène est comprimée à une température con-

stante θ, tout le travail de compression est transformé en chaleur. Son graphe sera l'horizontale à la température θ, dont l'ordonnée engendrera une aire représentative de la thermation ou transformation d'énergie en chaleur, résultant de cette action. On démontre, en Thermodynamique, que l'aire d'une courbe de compression isothermique de $p_0 v_0$ à pv est égale à $pv\varepsilon \log \frac{p}{p_0}$. Pour la gazène $pv = \frac{2}{m}\theta$: l'aire de thermation sera donc de $\frac{2}{m}\theta\varepsilon \log \frac{p}{p_0}$. Sur le diagramme, la hauteur de l'aire ainsi engendrée est θ ; c'est pourquoi, en omettant le facteur θ de l'expression de cette surface, on obtient $\frac{2}{m}\varepsilon \log \frac{p}{p_0}$ pour sa dimension horizontale GP à toute température, p étant la pression en G et p_0 la pression en P.

La longueur AB est égale à

$$\frac{501,4 + 1,0106 \times 273 - 1,0106\theta}{\theta} = \frac{777,3}{\theta} - 1,0106.$$

En désignant par la lettre O la position de la verticale correspondant à A_{273}, et en comptant les abscisses à partir de cette position, on obtient, par le graphe pour l'aquène chauffée d'abord à θ, puis évaporée,

$$OG = 1,0106\,\varepsilon \log \frac{\theta}{273} + \frac{777,3}{\theta} - 1,0106 + \frac{7}{m}.$$

Le graphe de l'eau évaporée à la température de la glace fondante, ou à 273° absolus, chauffée à pression constante jusqu'à θ, puis comprimée comme gazène à température constante jusqu'à la pression p, sur la courbe G de la vapène, donne

$$OG = \frac{501,4}{273} + \frac{7}{m} + \frac{7}{m}\varepsilon \log \frac{\theta}{273} - \frac{2}{m}\varepsilon \log \frac{p}{p_0}.$$

Si l'on égale ces deux expressions de OG, il vient, après réduction,

$$\log \frac{p}{p_0} = 3031,405\,\frac{\theta - \theta_0}{\theta\theta_0} - 5,57507 \log \frac{\theta}{\theta_0}.$$

Cette formule donne la valeur de la pression p en fonction de la pression p_0 à $273^\circ = \theta_0$. Il vaut mieux admettre que la pression au point d'ébullition de l'eau, ou à 373° absolus, est de 760^{mm} de mercure, c'est-à-dire égale à la *pression atmosphérique*, et réduire la formule précédente à la suivante, pour la pression p, en millimètres de mercure à, une température quelconque θ :

$$\log p = 25,3453636 - \frac{3031,405}{\theta} - 5,57507 \log \theta.$$

Nous pouvons maintenant examiner quelle est, avec cette méthode, la loi des pressions, et la comparer aux résultats de Regnault.

Tableau IV.

COMPARAISON DES PRESSIONS DONNÉES PAR LES EXPÉRIENCES DE REGNAULT AVEC CELLES OBTENUES D'APRÈS LES FORMULES POUR LA VAPÈNE.

TEMPÉRATURE.	PRESSION en millimètres de mercure.	
	Regnault vapeur.	Formule vapène.
Degrés C.	Millim.	Millim.
273	4,6	4,566
323	91,982	93,597
373	760,	760,
423	3581,2	3442,6
473	11688,	10566,
503	20926,	18083,

Cette fois, les deux colonnes des pressions ne s'accordent plus. La pression de Regnault, dans son expérience à la plus haute température, est supérieure d'environ 16 pour 100 à celle donnée par la formule pour la vapène.

Avant d'abandonner le diagramme de la vapène et de la gazène, nous devons en faire ressortir certaines particularités géométriques importantes. Les courbes B, C et G (*fig.* 1) sont identiques mais dans des positions différentes d'entropie.

Les lettres A, B, C, G, ..., se rapportant au diagramme (θ, φ), ne caractérisent pas les points particuliers qu'ils figurent sur le diagramme. Chaque lettre désigne une courbe ou même une ligne verticale; et l'on désigne par AB, AG, BC, BG, ... les distances horizontales entre ces courbes à une température θ.

L'aire jusqu'à ACZ_3 représente l'énergie ou la chaleur possédée par le corps qui fournit le travail, à la température $\theta = 453°$ indiquée par la ligne AG. L'aire Z_3CGZ_4, ou $\theta \times CG$, est le pv de la substance; mais ce travail n'est pas *possédé* par la substance. Une partie ou la totalité de $\theta \times CG$ représente le travail extérieur accompli pendant l'évaporation. Le mode suivant lequel s'est accomplie l'évaporation détermine si ce travail est une partie ou la totalité de $\theta \times CG$. A une température quelconque θ, l'entropie varie sur les courbes B, C, G et de $\frac{AB}{\theta}$ par degré; c'est la première conséquence de la nature hyperbolique de la courbe B. On a

$$AB = \frac{777,3}{\theta} - 1,0106, \qquad (p. 51)$$

$$CG = \frac{2}{m} = 0,11136, \qquad (p. 43)$$

$$BC = \frac{5}{m} = 0,27840, \qquad (p. 43)$$

$$BG = \frac{7}{m} = 0,38976. \qquad (p. 43)$$

Température critique. — La température à laquelle les deux courbes A et B se rencontrent est la température critique, au-dessus de laquelle il ne peut exister de liquide.

Soit O (*fig.* 4) un point quelconque de la courbe G de la *fig.* 1, qui est la courbe de la gazène à la pression maximum ou, autrement dit, de la vapène; soient OG et OP des éléments tangents à la courbe G et à la courbe P, partant de O. Représentons par OK un accroissement de température infiniment petit $d\theta$. Désignons par $dG = GK$ la variation correspondante de l'entropie sur la courbe G.

On a alors

$$\mathrm{KP} = \frac{7\,d\theta}{m}$$

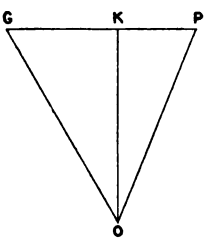
et

$$\mathrm{GP} = \frac{2\,dp}{mp} = \frac{2}{m} d(\varepsilon \log p),$$

$$-\frac{d\mathrm{G}}{d\theta}\,d\theta = \mathrm{GK} = \frac{2}{m}\frac{dp}{p} - \frac{7}{m}\frac{d\theta}{\theta},$$

$$-\theta\frac{d\mathrm{G}}{d\theta}\,d\theta = \frac{2}{m}\theta\frac{dp}{p} - \frac{7}{m}\,d\theta.$$

Fig. 4.



Mais

$$-\theta\frac{d\mathrm{G}}{d\theta} = \mathrm{AB} \quad (\text{p. } 50) \qquad \text{et} \qquad \frac{2}{m}\theta = pv \quad (\text{p. } 39),$$

$$\mathrm{AB}\,d\theta = v\,dp - \frac{7}{m}\,d\theta,$$

$$v\frac{dp}{d\theta} = \mathrm{AB} + \frac{7}{m} = \mathrm{AG},$$

puisque

$$pv = \frac{2}{m}\theta;$$

d'où

$$p\frac{dv}{d\theta} + v\frac{dp}{d\theta} = \frac{2}{m};$$

et

$$-p\frac{dv}{d\theta} = \left(\mathrm{AB} + \frac{5}{m}\right) = \mathrm{AC}.$$

Ces expressions de $v\,dp$ et $p\,dv$, qui ont été obtenues en considérant l'échauffement et la compression de la gazène, peuvent aussi s'obtenir en partant de la chaleur d'évaporation. D'après la première loi, le travail représenté par le graphe AG, GG, GA, AA est AG $\times\, d\theta$ pour une différence de température $d\theta$ ou, comme plus haut, égal à

$$\left(\mathrm{AB} + \frac{7}{m}\right) d\theta = v\,\frac{dp}{d\theta}\,d\theta.$$

Il importe, dans cette étude, de remarquer que l'on obtient la même équation, en considérant l'état du corps en G du côté de la gazène ou du côté de l'évaporation.

Lorsque la gazène est comprimée à température constante, la pression maximum est atteinte quand le point figuratif traverse G; la liquéfaction se produit ensuite en prolongeant la compression. La seconde loi démontre que, pour un point donné, il n'existe qu'un seul état thermique; il en résulte que le point auquel la gazéification est complète pendant l'évaporation doit aussi être le point auquel la liquéfaction commence pendant la compression à température constante.

Autant que la connaissance de la nature de la vapeur et les conséquences de la première et de la seconde loi de Thermodynamique nous permettent de l'affirmer, il n'y a aucune incompatibilité à admettre l'existence de la vapène et de la gazène. Tel n'est point pourtant l'ordre de la nature, aussi est-il nécessaire de découvrir quelle autre correspondance de pression, de volume et de température peut s'accorder avec ces exigences.

La position de la courbe G (*fig.* 1) correspond à la vapène, c'est-à-dire à une matière entièrement gazéifiée, pour laquelle on a $pv = \frac{2}{m}\theta$. En réalité, avec la vapeur, pv a toujours pour valeur $\frac{2}{m}x\theta$, et le coefficient x est toujours, au-dessous de la température critique, moindre que l'unité. Sans anticiper sur nos investigations par quelque hypothèse concernant la raison qui a pu faire que le pv du gaz est inférieur à la

valeur $\frac{2}{m}\theta$ que la théorie cinétique lui attribue, et, sans nous livrer, pour le moment, à aucune expérience, nous pouvons constater, en nous basant sur les résultats précédents, quel est le moyen terme qui peut remplacer ce qui, pour la gazène et la vapène, ne nous paraît pas, d'après l'expérience, être l'ordre de la nature.

Le principe du diagramme entropique une fois bien compris, il est évident que l'on peut y tracer facilement un graphe figuratif d'une série quelconque d'états thermodynamiques déterminés représentant des phénomènes naturels ou imaginaires.

Considérons, par exemple, le graphe idéal correspondant aux conditions suivantes : Imaginons l'unité de poids d'eau comme composée de molécules dont une partie x se meut à l'état de gazène à θ°, et dont les autres : $z = 1 - x$, se trouvent séparées et en repos. Nous entendons par *séparées* que les particules de la fraction $1 - x$ de l'unité de poids sont à l'état de molécules simples, désagrégées les unes des autres. Il y a donc, dans cette unité de poids, x matière à θ° et z matière au zéro absolu (repos moléculaire), de sorte que le produit pv, ou l'unité d'énergie, sera donnée, en fonction de cet état, par l'expression

$$pv = \frac{2}{m} x\theta.$$

Le problème que nous nous proposons maintenant est de tracer le graphe correspondant au passage de la température $\theta = 473^{\circ}$, par exemple, à la température $\theta = 273^{\circ}$; la pression p et le volume v, qui sont donnés, restant, pendant toute cette transformation, ceux correspondant à la vapeur saturée à ces températures : il en est de même pour x.

Rappelons-nous aussi que, d'après nos notations, l'équivalent mécanique de l'unité de chaleur est égal à l'unité de travail ou d'énergie.

A mesure que la température baisse, une partie des molécules passe de la catégorie des z dans celle des x, et leur énergie s'exalte, de sorte qu'elles possèdent une énergie de $\frac{5}{m}\theta$ par

unité de masse, en même temps qu'elles accomplissent, toujours par unité de masse, un travail $\frac{2}{m}\theta$, en prenant l'état pv, dû à leur passage de l'état de repos z à l'état de mouvement x. La chaleur à communiquer à ce corps devra donc correspondre à la somme du travail externe de détente et de l'augmentation de l'énergie potentielle ou interne du corps. L'énergie possédée par les molécules actives x est, à chaque instant, égale à $\frac{5}{m}x\theta$, et sa variation infinitésimale dx, correspondant à une variation infinitésimale corrélative $d\theta$ de la température, est donnée par l'expression

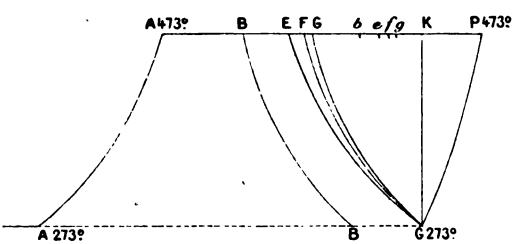
$$\frac{5}{m}d(x\theta) = \frac{5}{m}x\,d\theta + \frac{5}{m}\theta\,dx.$$

Le travail externe correspondant $p\,dv$, qui comprend le pv des molécules nouvellement activées, est égal à

$$p\,dv = \frac{2}{m}\theta\,dx.$$

Soit E (*fig.* 5) le graphe cherché. De E, traçons la courbe

Fig. 5.



B, telle que, à une température quelconque, l'on ait toujours

$$BE = \frac{7}{m}x,$$

et aussi la courbe G telle que

$$EG = \frac{7}{m}z.$$

Pour $\theta = 273^\circ$, x est à peu près égal à l'unité, de sorte que, sur la figure, les courbes E et G paraissent se rencontrer au point G. En réalité, comme on le verra plus bas, à cette température,

$$EG = 0,000119,$$

$$Ep = 0,000085 \qquad \text{et} \qquad BG = \frac{7}{m} = 0,38976.$$

Traçons par le point P, distant de E des $\frac{5}{7}$ de EG à $\theta_0 = 273^\circ$, la courbe P de la gazène augmentant de température à pression constante suivant la loi $d\varphi = \frac{7}{m}\frac{d\theta}{\theta}$, et décrivons de la courbe P la courbe F de la gazène, à la pression de saturation de la vapeur d'eau aux mêmes températures, suivant la loi

$$FP = \frac{2}{m}\,\varepsilon \log \frac{p}{p_0},$$

p et p_0 étant les pressions de saturation de la vapeur aux températures θ et $\theta_0 = 273^\circ$. Enfin, désignons par le symbole $d\varphi$ les éléments des trajets horizontaux décrits sur ces courbes affectées de leurs lettres respectives : dB, dE, dF, dG, dP, pour les courbes B, E, F, ... et des signes + ou — suivant que l'on marche vers la droite ou vers la gauche.

Cherchons maintenant à exprimer ces courbes en fonction des états p, v, x et z de la vapeur saturée.

Soient

V le volume de la gazène sur la courbe F, de sorte que $v = Vx$,

λ la chaleur latente de vaporisation à θ.

La chaleur communiquée en descendant le long de E est donnée par l'équation

$$\begin{aligned} \theta dE &= \quad p dv + \frac{5}{m} x d\theta + \frac{5}{m}\theta dx \\ d(pv) = v dp + p dv &= \qquad\quad \frac{2}{m} x d\theta + \frac{2}{m}\theta dx \\ \theta dE &= - v dp + \frac{7}{m} x d\theta + \frac{7}{m}\theta dx. \end{aligned}$$

Or on a, par construction,

$$\theta dG = \theta dE - \frac{7}{m}\theta dx,$$

$$= -v dp + \frac{7}{m} x d\theta.$$

$$v dp = -\theta \frac{dG}{d\theta} + \frac{7}{m} x;$$

et, d'après la Thermodynamique,

$$v \frac{dp}{d\theta} = \frac{\lambda}{\theta};$$

Traçons, de A, la courbe E, faisant

$$AE = v \frac{dp}{d\theta} = \frac{\lambda}{\theta} = AB + BE,$$

d'où

$$v \frac{dp}{d\theta} = AB + \frac{7}{m} x,$$

et

$$AB = -\theta \frac{dG}{d\theta}.$$

Le long de G, le signe de dG est opposé de celui de $d\theta$, de sorte que le membre droit de cette dernière équation est, en réalité, positif bien qu'affecté du signe — .

Or, bien que ce diagramme ait été construit sur des données purement théoriques, les valeurs de $v \frac{dp}{d\theta}$ données par ce diagramme correspondent aux valeurs réelles de v, p, dp et $d\theta$ de la vapeur saturée, que les ingénieurs manient chaque jour. Si donc on pouvait tracer, pour la vapeur saturée, un diagramme entropique sur lequel une courbe A représenterait le graphe de l'aquène et une courbe E celui de la vapeur saturée, comme sur la *fig.* 15 (*Pl. I*), on aurait aussi, sur ce diagramme

$$AE = v \frac{dp}{d\theta},$$

$v \frac{dp}{d\theta}$, ayant la même valeur que précédemment. La longueur AE aurait donc, dans le diagramme pratique (*fig.* 15, *Pl. I*) la même longueur que sur le diagramme théorique (*fig.* 5, p. 57) et l'on y aurait de même aussi

$$BE = \frac{7}{m} x.$$

Mais on obtiendrait ces mêmes égalités en découpant horizontalement un diagramme d'une manière quelconque, sans toucher à la courbe AG_{273}, de sorte que ces égalités ne suffisent pas pour démontrer l'identité du diagramme théorique (*fig.* 5) et de celui de la vapeur d'eau saturée.

Nous n'avons, jusqu'à présent, donné aucune indication pour le tracé des courbes du diagramme pratique de la *fig.* 15 : nous n'avons établi que leurs écartements aux diverses températures. Sur le diagramme théorique (*fig.* 5), les courbes sont toutes déterminées en fonction des volumes v et des pressions p, données pour la vapeur saturée, et nous pouvons maintenant comparer la courbe A, ainsi déterminée, à ce que nous connaissons de la courbe A du diagramme pratique. Le diagramme théorique donne une chaleur de ségrégation constante à toutes les températures, car $AB = -\theta \frac{dB}{d\theta}$, la courbe B étant la même que la courbe G; c'est-à-dire, que l'aire de la courbe de ségrégation B, limitée par la verticale de B, l'horizontale θ, la courbe A et la ligne de base, est constante. Avec la courbe A, lorsqu'on fait les calculs d'après les données expérimentales de Regnault, on obtient, entre les limites de ces expériences,

$$dA = 1,0106 \frac{d\theta}{\theta},$$

c'est-à-dire que la chaleur spécifique de l'aquène est une constante égale à 1,0106. C'est précisément la valeur déduite par Rowland pour la chaleur spécifique de l'eau d'après les expériences de Regnault et exprimée par les unités employées dans cette Note.

La chaleur spécifique de l'eau à une température quel-

conque surpasse celle de l'aquène de

$$\theta \frac{d}{d\theta}\left(v \frac{dp}{d\theta}\right),$$

c'est-à-dire d'une quantité si petite aux basses températures des expériences de Regnault que son omission dans le tracé de la courbe A ne saurait exercer aucune influence sur sa construction, d'après les pressions expérimentales. Dans l'expression ci-dessus, v désigne le volume de l'unité de poids du liquide, suivant l'unité adoptée dans ce Mémoire. La courbe idéale A de la *fig.* 5 est bien, par conséquent, la courbe A du diagramme pratique (*fig.* 15), tracée d'après les expériences de Regnault.

La chaleur totale donnée par le diagramme théorique (*fig.* 5) est, comme nous le verrons, précisément égale à la chaleur totale de la vapeur d'eau d'après les expériences de Regnault; c'est, par conséquent, celle même que doit donner le diagramme pratique (*fig.* 15).

La notion qui prédominait avant la publication de ces recherches : que la chaleur de ségrégation s'abaissait à mesure que x diminue, n'est pas confirmée par l'allure des discordances du diagramme (*Pl. I, fig.* 11). La chaleur spécifique de la vapeur, d'après laquelle on a porté la longueur $\frac{7}{m}x$ sur le diagramme théorique (*fig.* 5), concorde aussi rigoureusement avec celle donnée par les expériences de Regnault. C'est en retranchant $\frac{7}{m}x\theta$ de la chaleur totale que l'on obtient le reste constant, qui démontre que la chaleur de ségrégation est invariable dans la vapeur saturée réelle, aux températures des expériences, indépendamment des variations de x, comme elle l'est dans le diagramme théorique.

D'autre part, la seconde loi est parfaitement satisfaite si l'on considère le diagramme théorique comme identique au diagramme pratique. Dans l'esprit de l'auteur, ces considérations semblent bien suffisantes pour justifier sa conclusion de l'identité du diagramme théorique (*fig.* 5) et du diagramme entropique réel de l'eau et de sa vapeur (*fig.* 15); mais il croit

néanmoins indispensable de faire expressément remarquer qu'il ne considère pas comme répondant à la réalité des choses l'hypothèse de la division des molécules en deux classes, dont une en mouvement, et l'autre au repos absolu. Il ne considère pas que certaines molécules seulement soient vraiment en activité et les autres tout à fait inactives, mais seulement, qu'en ce qui concerne la pression, le volume et la température, les états thermodynamiques de la vapeur sont, d'après les expériences en question, les mêmes que si l'unité de poids de la matière était composée de x molécules uniformément actives, ou *ergules*, et de z molécules absolument inertes, ou *argules*. Le radical *erg* indique l'activité et le radical *arg* l'inertie.

D'après cette hypothèse, la température serait proportionnelle à l'énergie cinétique des ergules. Cette affirmation ne constitue pas, d'ailleurs, une extension de nos connaissances: elle n'est que l'expression arithmétique de la définition de l'ergule.

Le diagramme théorique (*fig.* 5), que nous discutons maintenant, a été tracé en partant des valeurs connues des pressions p aux différentes températures. Nous allons maintenant étudier la courbe F de la gazène, dont les pressions sont les mêmes que celles de la vapeur saturée, dans ses rapports avec les courbes G et P, afin d'arriver à la déterminer sans avoir besoin de connaître auparavant ces pressions. Reprenons l'équation de dG, et déduisons-en l'expression semblable de dF. Nous y avons V au lieu de v et $d\frac{7}{m}d\theta$ au lieu de $\frac{7}{m}xd\theta$, parce que, par hypothèse, le long de F, $x = 1$. Nous pouvons aussi remplacer v par xV. Les deux équations deviennent alors

$$\theta dG = -xVdp + \frac{7}{m}xd\theta,$$

$$\theta dF = -Vdp + \frac{7}{m}d\theta.$$

On a donc, pour une même variation de température $d\theta$,

$$dG = xdF.$$

Lorsque la gazène se détend à température constante, le point figuratif se déplace horizontalement vers la droite, et la pression s'abaisse suivant la loi

$$d\varphi = -\frac{2}{m}\frac{dp}{p} = \frac{2}{m}\frac{dV}{V}.$$

A chacun de ces points figuratifs de la gazène, correspondent une série de points conjugués des points B, E et G. Conservant les lettres capitales pour désigner les points sur les courbes fixes, les lettres minuscules désigneront les points correspondants situés à la droite de ces courbes, c'est-à-dire dans l'aire du diagramme figuratif de la gazène ou de l'état gazeux. Le point figuratif de la gazène détendue sera donc représenté par la lettre f (*fig.* 5); et, sur la même ligne de température, e sera le point figuratif de la vapeur saturée réelle, détendue jusqu'à prendre la même pression que la gazène au point f. Les points correspondants b et g seront distants du point e de

$$be = \frac{7}{m}x,$$

$$eg = \frac{7}{m}z.$$

Le point f_1, distant de e de

$$ef_1 = \frac{5}{m}z,$$

mérite aussi d'attirer l'attention. Sa distance au point g

$$f_1 g = \frac{2}{m}z$$

est égale à l'entropie de la diminution de pv par rapport au pv de la gazène à la même température.

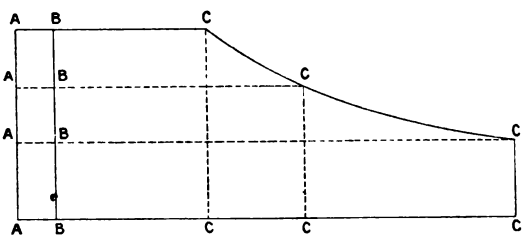
Nous verrons bientôt que, pour la vapeur d'eau, f_1 est pratiquement égal à f: de sorte que les points f_1 et F_1 ne figureront pas aux diagrammes.

Nous allons maintenant étudier la détente d'un gaz à température constante au moyen des diagrammes pv des *fig.* 6, 7 et 8, affectés de lettres correspondantes.

La détente est figurée par les courbes CCC; le volume spécifique du gaz est, à chaque instant $v = BC$. Pour la gazène à la même pression, ce volume est égal à AC, et l'on a tracé les courbes AA en portant, à partir des points C, les longueurs $AC = \frac{2\theta}{mp}$.

Sur la *fig.* 6, la ligne A est verticale, de sorte que le dia-

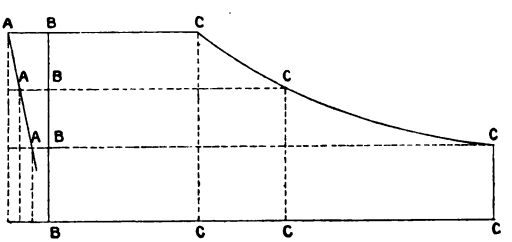
Fig. 6.



gramme complet, y compris AB, est celui de la gazène.

Sur la *fig.* 7, la courbe des A est inclinée vers la droite : elle

Fig. 7.



l'est vers la gauche sur la *fig.* 8; dans ces deux cas, elle tombe en dehors du diagramme pv, et x est < 1, comme pour la vapeur ordinaire. Dans le cas de la *fig.* 6, pv décroît avec la pression, et proportionnellement à la variation de la pression. Il en est de même dans le cas de la *fig.* 7, mais suivant aucune loi particulière. Dans le cas de la *fig.* 8, pv augmente, au contraire, mais pas proportionnellement à la pression.

Quelles que soient les variations de x, l'aire décrite par la

verticale CC en marchant vers l'intérieur du diagramme est toujours égale, puisque $pV =$ constante, à la somme des aires corrélatives décrites par AC et AA vers l'extérieur, ou encore, à la somme de l'aire décrite par BC et de l'accroissement du rectangle AB.

Or

$$\text{Rectangle BC} = pv = pxV = \frac{2}{m} x\theta,$$

$$\text{Rectangle AB} = p(V - v) = pzV = \frac{2}{m} z\theta.$$

L'aire décrite par CC $= -p\,dv =$ travail élémentaire,

$$\text{» » » BC} = v\,dp = xV\,dp = \frac{2}{m}\theta x \frac{dp}{p},$$

$$\text{» » » AB} = zV\,dp = \frac{2}{m}\theta z \frac{dp}{p},$$

$$\text{» » » AA} = p\,d(zV).$$

L'accroissement du rectangle AB

$$\Delta\text{AB} = \frac{2}{m}\theta\,dz = z\,V\,dp + p\,d(zV)$$

$$-p\,dv = x\,V\,dp + zVp\,d(zV).$$

Si, comme en *fig.* 5, la longueur AB ne varie pas,

$$-p\,dv = x\,V\,dp + z\,V\,dp = -p\,dV$$

ou

$$\theta\,df = \theta\,dg - \theta\,d\overline{fg} = \text{travail élémentaire.}$$

Pour l'élément $\theta\,d\overline{ef}$, l'action se borne à un simple transport de chaleur. Pendant la détente, une partie, $\theta\,d\overline{ef}$, de la chaleur transmise reste dans le gaz, comme chaleur de gaz, des molécules passées nouvellement à l'état actif. De même, pendant la compression à température constante, lorsqu'une partie des ergules deviennent argules, la chaleur du gaz aban-

donnée ne représente aucune partie du travail de compression. Si de la chaleur de ségrégation se transférait pendant la compression ou la détente à température constante, on n'en retrouverait aucun équivalent dans le travail acquis ou cédé par le corps. Comme l'étude du diagramme suppose que la chaleur de ségrégation est invariable pour tous les points figuratifs de l'état gazeux, il est inutile de compliquer cette étude par la figuration de ces variations imaginaires.

Dans la compression isothermique, le transport de l'énergie se décompose en trois éléments : deux sont des éléments de travail, et l'autre un élément de chaleur. Le travail de compression comprend deux éléments de travail : celui qui fait varier la pression p et celui qui fait varier le produit pv ; on désignera le premier sous le nom d'*appression* et le second par le mot *contraction* (collapse). La chaleur développée par l'énergie que les ergules perdent en devenant argules s'appellera chaleur de contraction. Nous avons donc pendant la compression les relations suivantes :

$$\text{travail} = \text{appression} + \text{contraction},$$

$$-p\,dv = v\,dp + d(pv),$$

$$\text{Chal. abandonnée} = \text{appression} + \text{contraction} + \text{chal. de contraction}.$$

$$-\theta\,de = -\theta\,dg + \theta\,dfg + \theta\,def.$$

Si le graphe f n'est pas horizontal, les points correspondants e et g accompagnent f, chacun à sa distance propre de f et la discussion précédente (p. 64) pourra s'y appliquer, de sorte que l'on aura, pour deux graphes quelconques, comme pour f et G, la relation $x\,df = dg$.

Supposons que le graphe f soit un cycle, un rectangle vertical dont les côtés verticaux soient distants de $d\varphi$. Le long des graphes verticaux, quel que soit x, $dg = 0$, parce que $df = 0$. Le graphe g est donc aussi un rectangle vertical. Si les dimensions horizontales des deux rectangles sont df et dg, leurs rapports sont constants sur toute la longueur. Or,

le rapport $\frac{dg}{df}$ est égal à x, de sorte que x est constant pour les graphes verticaux, ou pendant la détente adiabatique de la vapeur, surchauffée entre les limites où la chaleur de ségrégation reste constante.

L'aire décrite vers la gauche par la verticale de A (*fig.* 7) pendant la compression est égale à l'excès de l'aire décrite, aussi vers la gauche, par la verticale f_1 sur celle décrite par la verticale de f (*fig.* 5, p. 57). Lorsque pv décroît proportionnellement à la pression dans la compression isothermique, la courbe de compression est du même type que celle de la *fig.* 6 où la verticale de A reste fixe, et la trajectoire de f est alors la même que celle de f_1. Si cette relation se maintient de P à F, dans la *fig.* 5, le point f coïncidera avec f_1 et F identiquement avec F_1. Il n'y a qu'une seule courbe qui satisfasse à cette identité. Lorsque les points f et f_1 coïncident identiquement, les équations

$$F_1 G = \frac{2}{m};$$

et

$$\frac{dG}{d\theta} = x \frac{dF}{d\theta}$$

deviennent simultanées, en remplaçant F par F_1. La résolution de ces équations comme simultanées détermine une valeur de x définie pour chaque température, et aussi la loi des variations de la pression de la vapeur saturée avec la température. La chaleur totale de la vapeur à une température donnée est la seule donnée expérimentale nécessaire, et l'on ne peut introduire aucune constante empirique pour modifier le résultat.

Nous allons maintenant continuer nos recherches, et poursuivre les calculs nécessaires pour vérifier cette solution du problème; c'est-à-dire, pour démontrer qu'elle conduit aux mêmes températures et pressions de saturation que les expériences de Regnault.

Nous devons maintenant déterminer, d'après ces équations simultanées, les variations de x avec la température. Nous

avons démontré que $dG = x\,dF$ (*fig.* 5, p. 57 et *fig.* 15, *Pl. I*) et que

$$\frac{dG}{d\theta} = x\,\frac{dF}{d\theta},$$

$$\frac{dFG}{d\theta} = -\,\frac{1-x}{x}\,\frac{dG}{d\theta};$$

mais

$$FG = \frac{2}{m}\,z$$

et

$$\frac{dG}{d\theta} = -\,\frac{AB}{\theta}, \qquad \text{(p. 54)}$$

$$\frac{2}{m}\,\frac{dz}{d\theta} = \frac{z\,AB}{(1-z)\,\theta},$$

$$\frac{2}{m}\,dz = AB\,\frac{z}{1-z}\,\frac{d\theta}{\theta}.$$

Posons

$$c = 1{,}0106 = \text{chaleur spécifique de l'eau},$$

et

$$S = 777{,}3 = 501{,}4 + 273c = \text{chaleur de ségrégation},$$

d'où

$$AB = \frac{S - c\theta}{\theta}, \qquad \text{(p. 51)}$$

$$(1) \qquad \frac{2}{m}\,\frac{1-z}{z}\,dz = \frac{S - c\theta}{\theta^2}\,d\theta,$$

ou

$$\frac{2}{m}\,\frac{dz}{z} - \frac{2}{m}\,dz = \frac{S\,d\theta}{\theta^2} - \frac{c\,d\theta}{\theta}.$$

Intégrant :

$$\frac{2}{m}\,\varepsilon \log z - \frac{2}{m}\,z = -\,\frac{S}{\theta} - c\,\varepsilon \log \theta + \text{const.}$$

Tableau V. — VALEURS DE $FG - \frac{2\varepsilon}{m} \log\left(\frac{m}{2} FG\right) = a.$

FG.	a.	FG.	a.	FG.	a.
0,00001	1,03765	0,0007	0,56523	0,0070	0,31512
0,00002	0,96046	0,0008	0,55046	0,0080	0,30125
0,00003	0,91565	0,0009	0,53745	0,0090	0,28913
0,00004	0,88337	0,0010	0,52581	0,0100	0,27840
0,00005	0,85847	0,0012	0,50571	0,0110	0,26878
0,00006	0,83817	0,0014	0,48874	0,0120	0,26009
0,00007	0,82102	0,0016	0,47407	0,0130	0,25218
0,00008	0,80616	0,0018	0,46116	0,0140	0,24493
0,00009	0,79305	0,0020	0,44963	0,0150	0,23824
0,00010	0,78133	0,0025	0,42528	0,0160	0,23206
0,00013	0,75214	0,0030	0,40547	0,0170	0,22631
0,00016	0,72905	0,0035	0,38880	0,0180	2,22094
0,00020	0,70424	0,0040	0,37444	0,0190	0,21618
0,00030	0,65919	0,0045	0,36182	0,0200	0,21121
0,00040	0,62725	0,0050	0,35059	0,0210	0,20677
0,00050	0,59397	0,0055	0,34047		
0,00060	0,58230	0,0060	0,33128		

Tableau VI. — VALEURS DE $\frac{S}{\theta} + c\varepsilon \log\theta - 7,61496 = b.$

θ.	b.	θ.	b.	θ.	b.
273,00	0,90122	353,00	0,51562	455,99	0,27705
275,34	0,88569	360,47	0,49119	459,33	0,27193
278,98	0,86216	368,74	0,46576	462,11	0,26795
282,93	0,83740	373,00	0,45330	465,81	0,26265
289,42	0,79872	380,00	0,43370	467,46	0,26031
293,00	0,77832	390,00	0,40751	473,00	0,25273
294,41	0,77280	393,00	0,40003	476,31	0,24839
299,76	0,74152	398,70	0,38630	481,27	0,24204
304,95	0,71476	407,51	0,36625	485,19	0,23718
309,17	0,69386	411,98	0,35658	490,81	0,23048
313,00	0,67554	413,00	0,35442	493,00	0,22794
312,28	0,67422	418,26	0,34353	498,00	0,22231
321,99	0,63483	426,90	0,32659	503,00	0,21690
326,42	0,61559	433,00	0,31528	508,00	0,21175
333,00	0,58898	434,16	0,31318	513,00	0,20666
335,04	0,58094	440,40	0,30224	519,00	0,20080
343,44	0,54923	448,63	0,28857		
351,95	0,51922	453,23	0,28139		

Substituant FG et changeant de signe, il vient

$$2)\qquad \mathrm{FG} - \frac{2\varepsilon}{m}\log\left(\frac{m}{2}\,\mathrm{FG}\right) = \frac{\mathrm{S}}{\theta} + c\varepsilon\log\theta - \text{const.}$$

De la formule (1), nous tirons la valeur de θ pour $z = 1$; on alors

$$\mathrm{S} = c\theta;$$

d'où

$$\theta = \frac{777,3}{1,0106} = 769,147.$$

Quand $z = 1$, $\mathrm{FG} = \frac{2}{m} = 0,11136$. Si l'on remplace ce rapport par sa valeur, et que l'on pose $\theta = 769,147$, la constante est égale à 7,61496.

On a désigné, dans le Tableau V, par la lettre a la valeur du premier membre de l'équation (2) calculé pour diverses valeurs de FG, et, par la lettre b, dans le Tableau VI, les valeurs des membres de droite pour diverses valeurs de θ.

On a ensuite tracé une courbe avec FG comme abscisses et a comme ordonnées. Dans la *fig.* 14 (*Pl. I*), cette courbe est tracée en trois parties, désignées par les lettres CC, BB, AA.

Cette opération a été faite sur du papier très exactement quadrillé, les ordonnées a variant depuis $0^{m},500$ jusqu'à $2^{m},44$. Avec les ordonnées b, pour toutes les températures θ, ce diagramme peut remplacer les Tables donnant les valeurs de FG.

On peut lire les valeurs de FG pour les températures θ sur cette courbe au moyen des ordonnées b. Pour plus de commodité, on a tracé, d'après ces valeurs, une autre courbe, qui donne FG en ordonnées et les températures θ en abscisses.

Sur la *fig.* 14, cette courbe est tracée de même en deux parties FF et GG. On détermine ainsi les valeurs suivantes de FG.

Tableau VII. — VALEURS DE FG A DIFFÉRENTES TEMPÉRATURES.

TEMPÉRAT. centigr.	VALEUR de FG.	TEMPÉRAT. centigr.	VALEUR de FG.	TEMPÉRAT. centigr.	VALEUR de FG.
273	0,000034	363	0,001472	443	0,00828
283	0,000062	373	0,001925	453	0,00971
293	0,000103	383	0,002501	463	0,01123
303	0,000168	393	0,00314	473	0,01293
313	0,000263	403	0,00392	483	0,01474
323	0,000395	413	0,00483	493	0,01670
333	0,000568	423	0,00585	503	0,01881
343	0,000801	433	0,00699	513	0,02102
353	0,001106				

Comme $x = 1 - z$, on a $x = 1 - \frac{FG}{0,11136}$.

Chaleur totale de la vapeur saturée. — Nous pouvons dès maintenant calculer la chaleur totale de la vapeur saturée à toute température. Elle est de

$$501,4 + \frac{7}{m} x \theta = 501,4 + \left(0,38976 - \frac{7\,FG}{2}\right) \theta$$

en unités conformes à celles qui ont été choisies dans cette Note.

Les Tableaux VIII, IX, X établissent la comparaison entre les chiffres de Regnault et ceux obtenus au moyen de la formule précédente ; il faut diviser par 1,0106 pour se rapporter aux unités de Regnault. Pour plus de commodité, on a donné, dans ces Tableaux, les températures centigrades ordinaires et non les températures absolues, bien que θ, dans la formule, désigne la température absolue.

Tableau VIII. — Chaleur totale de la vapeur saturée, en unités de Regnault, a basse température.

Température centig.	Expériences. (1)	Formule (2)	(1) — (2). (3)	Température centig.	Expériences. (1)	Formule. (2)	(1) — (2). (3)
—2,0	608,1	600,7	7,4	8,6	614,1	605,0	9,1
—0,2	601,5	601,4	0,1	8,6	603,0	605,0	—2,0
0,0	605,8	601,4	4,4	9,0	611,6	605,1	6,5
2,0	613,0	602,4	10,6	11,4	602,7	606,1	—3,4
5,2	611,9	604,7	7,2	11,8	605,1	606,2	—1,1
6,4	619,7	604,1	15,6	13,5	614,3	606,9	7,4
7,4	614,5	604,5	10,0	14,0	609,9	607,1	2,8
7,6	612,6	604,6	8,0	14,7	615,5	607,4	8,1
8,5	611,3	605,0	6,3	16,1	613,0	602,4	10,6

Regnault établit que ces expériences ont été faites à dessein dans des circonstances différentes, souvent défavorables à l'exactitude. Il considère que la chaleur totale pour 10° n'est pas loin de 610 unités. La formule donne 605,2 pour cette température.

Tableau IX. — Chaleur totale de la vapeur saturée, en unités de Regnault, a température moyenne.

Température centig.	Expériences. (1)	Formule. (2)	(1) — (2). (3)	Température centig.	Expériences. (1)	Formule. (2)	(1) — (2). (3)
63,0	625,5	624,9	+0,6	80,4	628,8	631,0	—2,2
65,3	623,8	625,7	—1,9	80,6	627,7	631,0	—3,3
68,0	622,5	626,6	—4,1	81,0	628,8	631,3	—2,5
69,7	626,4	627,3	—0,9	82,7	631,0	631,8	—0,8
70,5	626,9	627,6	—0 7	83,1	628,9	632,0	—3,1
71,1	622,2	627,9	—5,7	84,9	629,9	632,6	—2,7
71,3	624,4	627,9	—3,5	85,2	631,7	632,7	—1,0
76,5	628,6	629,7	—1,1	85,2	626,6	632,7	—4,1
78,3	627,0	630,3	—3,3	86,0	628,4	633,0	—4,6
79,5	630,1	630,8	—0,7	87,8	633,1	633,6	—0,5
80,2	630,2	631,0	—0,8	88,1	633,4	633,7	—0,3

A la température de 100°,38 des expériences prouvent que la chaleur totale varie de 635,6 à 638,4, la moyenne générale étant de 636,68. La formule donne 637,51, la différence est par conséquent — 0,83. Dans le Tableau IX, les températures sont celles calculées par Regnault d'après les pressions.

Tableau X. — CHALEUR TOTALE DE LA VAPEUR SATURÉE, EN UNITÉS DE REGNAULT, A HAUTE TEMPÉRATURE.

TEMPÉRATURE centig.	EXPÉRIENCES. (1)	FORMULE. (2)	(1) — (2) (3)	TEMPÉRATURE centig.	EXPÉRIENCES. (1)	FORMULE. (2)	(1) — (2). (3)
119,4	642,1	643,3	—1,2	150,2	652,6	650,8	1,8
122,3	642,2	644,1	—1,9	153,5	650,1	651,4	—1,3
119,2	642,3	643,2	—1,1	154,1	650,2	651,5	—1,3
119,6	641,9	643,3	—1,4	155,2	651,1	651,8	—0,7
122,2	642,2	644,0	—1,8	156,1	652,1	652,0	0,1
125,3	643,7	644,9	—1,2	157,4	651,7	652.2	—0,5
127,1	644,8	645,3	—0,5	160,3	653,2	652,7	0,5
129,0	645,1	645,8	—0,7	161,8	654,1	653,0	1,1
134.3	648,2	647,8	—1,0	164,7	654,5	653,5	1,0
135,3	647,9	647,4	—0,5	171,6	655,5	654,2	1,3
136,9	647.5	647,8	—0,3	172,7	655,6	654,3	1,3
138,1	647,8	648,1	—0.3	173,2	656,0	654,7	1,3
142.2	648,6	649,0	—0,4	174,0	656,9	654,9	1,1
143,4	650,3	649,3	—1,0	175,4	656,1	655,0	1,1
144,3	649,5	649,5	0,0	179,6	662,3	655,6	6,7
145,4	649,7	649,9	—0,2	183,5	662,4	656,0	6,4
146,5	651,1	650,0	1,1	186,0	664,7	656,3	8,4
147,6	649.6	650,2	—0,6	188,1	664,7	656,5	8,2
149,0	652,8	650,5	—2,3	194.4	665,4	657,1	8,3

Dans ces Tableaux, on a souvent réuni en une seule moyenne plusieurs expériences faites à des températures presque identiques. Les cinq dernières lignes comprenant 17 expériences, qui dénotent un accroissement anormal de chaleur totale, l'auteur pense qu'il y a dû se glisser quelque erreur en colligeant les résultats au delà de 176°. L'allure de cet accroissement est mieux représentée par la *fig.* 11 (*Pl. I*) où l'on a représenté les différences de la colonne (3). Les chiffres des Tableaux VIII et IX, sont aussi représentés sur les *fig.* 9

et 10 (*Pl. I*). Le rectangle à 100° (*fig.* 10) renferme le résultat de 38 expériences, donnant la moyenne générale au point marqué. Pour juger convenablement du degré de vérification donné par ces résultats, on doit se rappeler que la ligne zéro, dans les *fig.* 9, 10 et 11 (*Pl. I*), est toujours de plus de $1^{m},50$ au-dessous de la ligne d'origine. Même dans la *fig.* 9, l'erreur maximum est remarquablement faible quand les conditions de l'expérience sont prises en considération. La ligne d'origine est tout à fait indépendante de ces expériences sur la chaleur totale. Elle est calculée d'après les pressions de la vapeur observées par Regnault.

La chaleur perdue pendant la compression de P à *e* (*fig.* 5) se compose de :

Appression + *contraction* + chal. de contraction = chal. dégagée θPe

$$\theta Pg + \theta gf + \frac{5}{m} z\theta = \theta Pe.$$

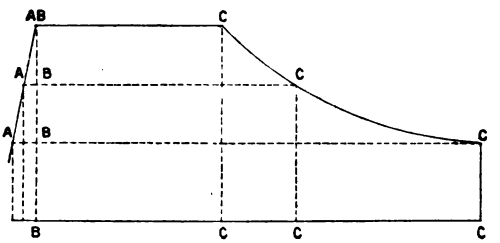
La somme *appression* + *contraction* : $\theta \times Pf$ doit, par conséquent, être l'aire représentative de l'énergie du diagramme pv de la compression.

Nous en concluons que la somme des travaux d'*appression* et de *contraction* (p. 66) pendant la compression d'un gaz est égale au travail de *compression* de la gazène entre les mêmes écarts de pression et à la même température constante. La courbe des pdv dans l'appression de la gazène, sur le diagramme pv, est une hyperbole ordinaire ; il en résulte que les différentes valeurs de pdv, pour la courbe de compression de la vapeur, représentent aussi une hyperbole ordinaire. En d'autres termes, la courbe de détente isothermique n'est pas affectée par la valeur de x. Nous parlons seulement ici de la *courbe* de détente, et non du diagramme pv dans son ensemble.

Le type du diagramme pv pour la détente isothermique est représenté par la *fig.* 8. La courbe a été tracée comme pour la gazène, et, par conséquent, comme si le volume était $AC = \frac{2}{m}\frac{\theta}{p}$; tandis que le volume réel n'est que de $BC = \frac{2}{m} x \frac{\theta}{p}$. A mesure que la pression augmente, le rapport $\frac{BC}{AC} = x$ dimi-

nue. Si l'on pose $z = 1 - x = \frac{AB}{AC}$, il est évident que z est proportionnel à la pression pour toute température. Le volume fictif AB est constant pour une même température, mais dif-

Fig. 8.



fère pour des températures variables. L'équation de la relation entre pv et la température θ est, par conséquent,

$$\frac{2}{m}\theta = p[v + f(\theta)],$$

$f(\theta)$ étant une fonction $\theta \frac{FG}{p}$ de la température constante, pour chaque température.

Nous pouvons, dès maintenant, définir comme suit la condition critique qui détermine à quelle entropie commence la liquéfaction quand le gaz ou la vapeur réels sont comprimés à température constante. Cette condition est définie comme il suit : lorsque, pendant la compression, le point d'appression dans l'entropie vient traverser la courbe de vapène G, la liquéfaction commence et l'appression cesse.

Quelle est la pression lorsque, pendant la compression, la liquéfaction se produit à une température quelconque ? C'est la pression que la gazène aurait si elle était comprimée à un degré tel que le travail dépensé pour sa compression soit égal à celui que nécessitent à la fois l'*appression* et la contraction de la vapeur. En d'autres termes, c'est la pression de la vapeur quand son point d'appression vient traverser la courbe de la vapène. Soit, par exemple, de la gazène à G 273° (*Pl. I*,

fig. 15); faisons marcher le point représentatif le long de P jusqu'à $\theta = 473^\circ$, puis en sens inverse le long de la ligne horizontale de température $\theta = 473^\circ$ jusqu'en F, le corps restant toujours à l'état de gazène; sa pression sera alors celle de la vapeur saturée, pour laquelle le point d'entropie sur la ligne horizontale de 473° est E. La longueur FG sera alors telle que $\theta \times \mathrm{FG} = \Delta pv$, entre la gazène et la vapeur saturée à cette température, soit $\frac{2}{m} z\theta$. Nous avons prouvé que, si p indique la pression de la vapeur saturée à la température θ, le lieu du point figuratif de la gazène à cette pression est à une distance $\frac{2}{m} z$ de G, qui est le point de gazéification complète, si celle-ci était possible au moment de l'évaporation. On violerait ainsi la seconde loi; mais nous avons vu que la nature s'oppose à ce recouvrement par une réduction de pv pendant toute la durée de la compression, de telle sorte que la pression de saturation est atteinte précisément en ce point où l'*appression* atteint isolément la courbe G, qui forme la limite de la gazéification complète. A cet instant

$$\mathrm{EG} = \frac{5}{m} z + \frac{2}{m} z = + \frac{7}{m} z.$$

La valeur de AB (*fig.*6) peut donc se calculer d'après celle de $\theta \frac{\mathrm{FG}}{p}$ pour la vapeur saturée. Nous allons poursuivre cette recherche en faisant F identique à F_1, et f à f_1, suivant les températures et pressions de saturation de Regnault pour la vapeur.

Puisque $z\mathrm{V}$ est constant à température invariable, et que

$$pz\mathrm{V} = \frac{2}{m} z\theta$$

pour toutes les températures, p est, à température constante, proportionnel à z, et l'on a, à chaque instant, $\frac{p}{p_0} = \frac{z}{z_0}$, de sorte que l'on a aussi, le long de toute droite de température,

$$\frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{p}{p_0} = \frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{z}{z_0}.$$

Mais

$$f_0 - f = \frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{p}{p_0},$$

d'où

$$f_0 - f = \frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{z}{z_0}.$$

Or, z étant constant le long des ordonnées du diagramme de l'état gazeux, la distance horizontale entre deux points f quelconques de ce champ, situés ou non à la même température, est égale à

$$f_0 - f = \frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{z}{z_0}.$$

On a donc

$$F_0 - F = \frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{z}{z_0},$$

et les calculs des températures-pressions du Tableau II vérifient ces valeurs de z le long de la courbe F, et, par suite, aussi sur les courbes E et G.

Les valeurs de z sont donc confirmées par les expériences de Regnault pour toute l'étendue de l'aire gazeuse du diagramme comprise entre les températures limites de ses expériences, non seulement pour la vapeur saturée, mais aussi pour la vapeur détendue à température constante au delà de la verticale de l'entropie pour la vapeur saturée à $\theta = 273°$. Comme, d'après la seconde loi, la position d'un point figuratif quelconque définit complètement toujours le même état d'un corps travailleur, quelle que soit la forme du graphe par lequel il y parvient, la valeur de z se trouve vérifiée par ces expériences pour toute espèce de détente ou de compression, sur toute l'étendue limitée par le graphe F_{503}, K_{503}, P_{273}, F_{503} (*fig.* 15).

Les valeurs de FG employées dans les calculs des pressions ont été d'abord obtenues, comme nous l'avons expliqué, par la méthode des intersections des courbes. L'auteur a imaginé, d'autre part, un procédé plus commode à appliquer lorsqu'il s'agit de calculer la pression pour une seule température.

On a démontré que la distance horizontale entre F pour z

et f_0 pour z_0, est de

$$\frac{2}{m}\varepsilon\log\frac{z}{z_0}=\frac{2}{m}\varepsilon\log\frac{p}{p_0}=f_0-\mathrm{F},$$

d'où

$$\mathrm{F}_0-\mathrm{F}=\frac{2}{m}\varepsilon\log\frac{p}{p_0}-\frac{7}{m}\varepsilon\log\frac{\theta}{\theta_0}=\frac{2}{m}\varepsilon\log\frac{z}{z_0}$$

ou

$$\mathrm{FK}=\mathrm{EP}-\mathrm{KP}=\mathrm{FK}.$$

Multipliant par $\frac{m}{2}$ et transposant,

$$\varepsilon\log\frac{z}{z_0}=\varepsilon\log\frac{p}{p_0}-\frac{7}{2}\varepsilon\log\frac{\theta}{\theta_0},$$

$$\log\frac{z}{z_0}=\log\left[\frac{p}{p_0}\left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^{\frac{7}{2}}\right],$$

$$z=\left(\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}}\right)\left(\frac{z_0\theta_0^{\frac{7}{2}}}{p_0}\right),$$

$$\frac{2}{m}z=\frac{2}{m}\left(\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}}\right)\left(\frac{z_0\theta_0^{\frac{7}{2}}}{p_0}\right)=\mathrm{FG}.$$

z et FG sont proportionnels à $\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}}$ parce que $z_0\theta_0$ et p_0 sont constants. Nous introduirons cette considération dans une modification de la formule que nous allons établir, mais sans en affecter les calculs donnés dans les Tables et les diagrammes.

Il ne nous reste plus qu'à appliquer les principes que nous avons énoncés à la détermination des pressions de la vapeur suivant toute la série de pressions comprises dans les expériences de Regnault.

Reportons-nous au diagramme (θ, φ), (*fig.* 15), et, en le lisant comme il a été indiqué, nous obtiendrons

$$\mathrm{OF}_0+\frac{7}{m}\varepsilon\log\frac{\theta}{\theta_0}+\mathrm{FG}-1{,}0106\,\varepsilon\log\frac{\theta}{\theta_0}$$
$$-\frac{777{,}3}{\theta}+1{,}0106-\frac{7}{m}=\frac{2}{m}\varepsilon\log\frac{p}{p_0}.$$

Ici, l'exposant zéro indique que la température est de 273° absolus. Les termes de cette équation sont les équivalents de OP + FG — OG = FP, car

$$OP = OF_0 + \frac{7}{m}\varepsilon \log\frac{\theta}{\theta_0},$$

$$OG = OA + AB + BG,$$

$$OA = 1,0106\,\varepsilon \log\frac{\theta}{\theta_0},$$

$$AB = \frac{777,3}{\theta} - 1,0106,$$

$$BG = \frac{7}{m},$$

$$FP = \frac{2}{m}\varepsilon \log\frac{p}{p_0}.$$

On obtient la valeur p_0 en millimètres de mercure en posant que p, à 373° (100° ordinaires), est égal à 760 millimètres. La formule donne alors $p_0 \doteq 4,4886$ millimètres de mercure. La moyenne de 64 expériences à 273° donne 4,587, de sorte que la différence est moindre qu'un dixième de millimètre. La véritable pression de la vapeur devrait être inférieure à celle donnée par l'expérience à de très basses températures, Regnault ayant éprouvé de grandes difficultés à ces températures, à cause de la petite quantité d'air qui restait inévitablement dans l'eau, et dont la pression s'ajoutait à celle de la vapeur.

Quand les termes de l'équation sont convenablement disposés pour le calcul, on obtient la formule pratique suivante, donnant la pression en millimètres de mercure :

$$\begin{aligned}\operatorname{Log} p = {} & (0,5910552)\,FG + 25,3379 \\ & - (0,7462505)\log\theta - (3,4816439)\frac{1}{\theta}.\end{aligned}$$

Les nombres entre parenthèses sont les logarithmes vulgaires de coefficients numériques.

Puisque FG est proportionnel à $\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}}$, on a

$$(0,5910552 + \text{constante})\,\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}} = (0,5910552)\,\text{FG}.$$

On peut déterminer la constante en calculant FG exactement pour une température donnée par l'équation (2), a et b étant déterminés par l'expérience. Nous l'avons fait pour $\theta = 473^{\circ}$, température à laquelle

$$a = b = 0,25273$$

et

$$\text{FG} = 0,01292$$

(*voir* Tableaux V, VI et VII). La constante est alors de 3,40675. La nouvelle formule est donc, en millimètres de mercure,

$$3,99781\,\frac{p}{\theta^{\frac{7}{2}}} = \frac{p}{4,00219\,\theta^{\frac{7}{2}}}.$$

L'équation modifiée est donc (p étant exprimé en millimètres de mercure)

$$\log p = p_1 : (4,00219)\,\theta^{\frac{7}{2}}$$
$$+ 25,3379 - 0,74625 \log\theta - 3,48164\,\frac{1}{\theta}.$$

On peut prendre pour p_1 la détermination expérimentale la plus rapprochée possible de p. Si l'on trouve, en appliquant la formule, pour p_1, une valeur trop éloignée de p, on applique les corrections pour cette différence au premier terme. Par exemple, pour $\theta = 473$, $p = 11662^{\text{mm}}$ de mercure. Supposons qu'on ne le sache pas, et que l'on suppose seulement qu'elle doit être d'environ 8000^{mm} : prenons $p_1 = 8000^{\text{mm}}$. La somme des termes, après le premier de la formule, serait égale à 4,01636, et le logarithme vulgaire du dénominateur du premier terme égal à 5,36420. On arriverait ainsi pour p aux valeurs successives 11245, 11664, 11657, 11662.

Si l'on veut comparer les pressions données par le dia-

gramme entropique à celles d'une Table quelconque, on n'a qu'à appliquer la formule en prenant pour pressions expérimentales p_1 celles de la Table, et le premier résultat obtenu sera pratiquement la pression exacte du diagramme entropique (θ, φ).

Cette formule s'applique seulement pour les températures supérieures à 273°. A cette température, on trouve un rejet sur la courbe A. Une déviation correspondante se présente sur la courbe G au-dessous de 273°. Notre connaissance des divers phénomènes relatifs aux chaleurs spécifiques au-dessous de 273° est imparfaite. L'auteur s'est donc contenté d'adopter le chiffre rond 0,5 comme représentant la chaleur spécifique constante de la glace. La chaleur latente de liquéfaction, d'après les meilleures autorités, est un peu inférieure à 80 calories; c'est pourquoi, dans les nouvelles unités, on en a fixé la valeur à 80,8.

A la température de 273°, la valeur de FG est seulement de 0,000034; et comme 0,001 fait une différence de pression inférieure à 1 pour 100, on omettra FG dans la formule pour les pressions de la vapeur issue de la glace. Dans la compression le long d'une ligne de température, le changement mesuré horizontalement, ou en entropie, est de $\frac{2}{m}\frac{dp}{p}$. Pour de faibles différences, ce changement est en raison de $\frac{2}{m} = 0,11136$ pour 100. La formule modifiée pour la pression de la vapeur émise par la glace est

$$\log p = 13,35517 - (3,4476028 - \log\theta) - \log\theta.$$

Comme plus haut, le terme entre parenthèses est le logarithme vulgaire de la valeur numérique du terme.

L'auteur a calculé d'après ces formules toutes les expériences de Regnault. Les résultats sont donnés Tableau XI et sont représentés graphiquement *fig.* 12 et 13 (*Pl. I*). Nous nous rapprochons ainsi davantage des résultats d'expériences qu'en nous servant des formules les plus exactes de Regnault.

Tableau XI.

EXPÉRIENCES DE REGNAULT SUR LES PRESSIONS DE LA VAPEUR.

TEMPÉRATURE centigrade.	PRESSION EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.		
	Expériences de Regnault.	(θ, φ).	Formule de Regnault.
— 32,84	0,27	0,20	0,29
— 32,52	0,28	0,21	0,30
— 30,59	0,33	0,26	0,36
— 30,34	0,33	0,26	0,37
— 28,45	0,38	0,32	0,45
— 28,39	0,43	0,32	0,45
— 28,13	0,47	0,33	0,46
— 28,00	0,41	0,34	0,46
— 27,80	0,48	0,34	0,47
— 27,11	0,46	0,37	0,50
— 25,31	0,52	0,44	0,59
— 25,00	0,52	0,46	0,60
— 23,95	0,53	0,51	0,66
— 23,36	0,61	0,54	0,70
— 22,74	0,71	0,57	0,74
— 22,18	0,66	0,60	0,77
— 21,79	0,71	0,63	0,80
— 21,16	0,73	0,67	0,84
— 20,38	0,74	0,72	0,90
— 19,41	0,88	0,79	0,96
— 18,69	0,93	0,85	1,03
— 18,68	0,90	0,85	1,03
— 18,41	0,98	0,87	1,06
— 17,30	1,02	0,97	1,16
— 16,83	1,16	1,01	1,21
— 16,43	1,17	1,05	1,25
— 16,15	1,15	1,08	1,27
— 14,62	1,38	1,24	1,45
— 14,31	1,38	1,28	1,48
— 13,25	1,51	1,42	1,61
— 12,55	1,62	1,50	1,72
— 12,42	1,62	1,52	1,72
— 11,69	1,70	1,63	1,84
— 10,69	1,88	1,78	1,96
— 10,55	1,98	1,80	2,00
— 10,30	1,99	1,85	2,04
— 8,11	2,39	2,24	2,43

Tableau XI (*suite*).

EXPÉRIENCES DE REGNAULT SUR LES PRESSIONS DE LA VAPEUR.

TEMPÉRATURE centigrade.	PRESSION EN MILLIMÈTRES DE MERCURE. Experiences de Regnault.	(θ, φ).	Formule de Regnault.
— 7,82	2,46	2,30	2,49
— 7,85	2,51	2,31	2,50
— 7,78	2,40	2,31	2,50
— 7,57	2,49	2,35	2,54
— 6,33	2,83	2,62	2,80
— 5,54	2,94	2,81	2,99
— 5,40	2,96	2,84	3,02
— 4,85	3,20	2,98	3,15
— 4,61	3,19	3,04	3,21
— 3,73	3,39	3,28	3,44
— 3,71	3,41	3,28	3,45
— 3,58	3,49	3,33	3,48
— 2,43	3,81	3,67	3,81
— 2,26	3,85	3,71	3,87
— 0,37	4,48	4,35	4,48
— 0,83	4,34	4,20	4,32
0,00	4,59	4,49	4,60
2,34	5,35	5,32	5,43
3,84	5,96	5,92	6,03
5,98	6,91	6,88	6,99
7,61	7,64	7,70	7,81
7,96	7,88	7,89	7,99
9,70	8,87	8,88	8,90
9,73	9,04	8,91	9,01
9,93	8,94	9,02	9,12
11,63	10,23	10,11	10,20
12,54	10,72	10,75	10,84
14,37	12,25	12,11	12,20
15,63	13,15	13,15	13,23
16,42	13,62	13,83	13,91
18,96	16,27	16,25	16,31
19,35	16,72	16,66	16,72
20,16	17,63	17,52	17,57
21,37	18,79	18,88	18,93
21,41	18,63	18,93	18,96
23,66	21,76	21,71	21,74
24,36	22,64	22,67	22,67

Tableau XI (*suite*).

EXPÉRIENCES DE REGNAULT SUR LES PRESSIONS DE LA VAPEUR.

TEMPÉRATURE centigrade.	PRESSION EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.		
	Expériences de Regnault.	(θ, φ).	Formule de Regnault.
25,69	24,52	24,53	24,54
26,02	25,07	25,02	25,01
26,76	26,21	26,14	26,14
27,09	26,66	26,66	26,65
28,21	28,50	28,46	28,45
28,27	28,61	28,58	28,56
28,80	29,45	29,48	29,44
31,95	35,28	35,27	35,26
33,70	38,89	39,00	38,92
34,76	41,26	41,37	41,29
35,13	42,32	42,24	42,17
35,87	43,88	44,01	43,89
36,17	44,64	44,74	44,62
36,58	45,76	45,77	45,65
37,06	46,85	46,98	46,86
38,09	49,55	49,69	49,54
40,28	55,70	55,91	55,70
41,03	58,00	58,18	57,99
42,86	64,13	64,11	63,90
43,65	66,61	66,78	66,57
44,08	68,18	68,30	68,08
44,38	69,28	69,39	69,17
46,22	75,87	76,28	76,04
47,00	79,61	79,39	79,11
47,16	80,19	80,01	79,74
48,99	87,57	87,76	87,44
48,97	87,59	87,65	87,36
48,99	87,55	87,78	87,45
49,58	90,06	90,39	90,10
51,21	97,40	98,03	97,71
52,32	103,80	103,53	103,15
53,49	109,61	109,55	109,22
53,61	109,90	110,19	109,88
56,81	128,46	128,51	128,13
60,87	155,25	155,38	154,91
62,04	163,44	163,93	163,47
62,64	168,62	168,52	168,05

Tableau XI (*suite*).

EXPÉRIENCES DE REGNAULT SUR LES PRESSIONS DE LA VAPEUR.

TEMPÉRATURE centigrade.	PRESSION EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.		
	Expériences de Regnault.	(θ, φ).	Formule de Regnault.
65,86	194,62	194,75	194,30
70,44	238,20	238,12	237,58
71,44	248,17	248,63	248,04
71,76	251,75	252,04	251,49
75,25	292,21	292,14	291,59
76,47	306,53	307,36	306,83
78,95	340,30	340,39	339,79
79,50	348,16	348,10	347,50
80,11	356,00	356,88	356,28
82,80	397,44	397,50	396,93
83,06	401,30	401,63	401,06
83,06	401,29	401,68	401,15
84,15	419,66	419,28	418,76
84,90	432,29	431,82	431,34
86,66	462,30	462,56	462,18
87,47	476,46	477,44	477,01
89,74	519,58	520,95	520,47
89,83	522,02	522,47	522,10
90,68	539,51	533,63	539,20
91,30	550,26	552,26	551,79
92,18	569,79	579,03	570,73
92,39	573,97	575,42	575,12
93,65	604,08	603,09	602,87
93,57	601,98	603,26	603,07
94,02	610,54	611,44	611,31
94,85	628,70	630,52	630,28
95,74	651,43	651,52	651,43
95,81	653,04	653,01	652,75
96,76	676,22	676,16	676,08
96,84	677,91	678,24	678,16
98,73	727,13	726,14	726,11
100,00	760,00	760,00	760,00
105,07	904,59	907,93	908,54
111,66	1131,47	1135,5	1136,9
122,48	1601,2	1608,6	1612,6
125,70	1779,1	1773,3	1782,6
128,45	1927,8	1932,1	1938,1

Tableau XI (*fin*).

EXPÉRIENCES DE REGNAULT SUR LES PRESSIONS DE LA VAPEUR.

TEMPÉRATURE centigrade.	PRESSION EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.		
	Expériences de Regnault.	(θ, φ).	Formule de Regnault.
134,51	2316,1	2312,8	2320,4
138,98	2626,3	2830,1	2640,0
145,26	2127,0	3135,0	3147,0
150,00	3057,2	3565,6	3581,2
153,90	3944,6	3954,1	3972,4
157,32	4308,9	4222,1	4343,7
160,60	4704,7	4700,6	4723,0
161,16	4757,48	4767,0	4790,8
163,83	5089,0	5098,5	5123,9
166,99	5505,9	5511,8	5540,7
167,40	5554,8	5569,6	5596,4
175,63	6765,2	6787,6	6818,8
179,57	7459,1	7440,5	7472,5
180,23	7561,2	7553,0	7586,6
187,99	8060,0	8044,7	8079,0
185,65	8569,5	8543,1	8577,7
186,33	8664,3	8672,8	8708,0
189,07	9206,7	9225,5	9259,8
192,81	10004,0	10001,0	10035,0
194,46	10356,0	10368,0	10399,0
203,31	12433,0	12495,0	12516,0
208,27	13794,0	13828,0	13839,0
212,19	14861,0	14957,0	14958,0
216,78	16259,0	16375,0	16354,0
217,07	16350,0	16480,0	16445,0
217,09	16347,0	16491,0	16451,0
217,72	16644,0	16700,0	16674,0
219,93	17346,0	17402,0	17367,0
220,13	17360,0	17470,0	17434,0
221,36	17803,0	17885,0	17844,0
222,40	18222,0	18252,0	18195,0
226,85	19760,0	19839,0	19759,0
227,03	19806,0	19921,0	19825,0
230,53	21137,0	21246,0	21126,0

Dans les *fig.* 12 et 13, on a rapporté les différences entre les pressions de vapeur obtenues dans les expériences de Regnault et par le calcul (θ, φ), aux températures correspondantes. On a pris comme ligne d'origine la droite (θ, φ), chacune des positions étant indiquée par une petite croix. La courbe RR représente les pressions calculées d'après les dernières Tables de Regnault. On peut estimer l'importance des erreurs d'expérience d'après la largeur de la bande dans laquelle sont distribuées les différences rapportées.

Toutes les expériences relatées par Regnault, à l'exception de quatre qui se trouvent dans ses séries préliminaires *n* et *o*, sont rapportées sur ces diagrammes. On remarquera (*Pl. I*, *fig.* 12) les courbes marquées R, F, C et T. La courbe R, comme plus haut, représente les pressions calculées d'après les dernières Tables de Regnault. La courbe F, qui s'étend depuis — 28° jusqu'à — 1°, correspond à une première formule employée par Regnault, sur laquelle il s'est basé pour calculer les pressions relatives aux expériences sur la vapeur émise par la glace. La courbe C, pour la vapeur émise par la glace, montre la différence que l'on obtiendrait si l'on se servait de la même formule (θ, φ) que pour la vapeur émise par l'eau. La courbe T montre quelle est la variation pour un dixième de degré.

Les formules établies par Regnault pour les pressions de la vapeur n'ont l'intention de représenter que ses résultats d'expériences, elles ne s'appliquent donc pas pour des pressions et des températures supérieures à celles des expériences. La méthode de calcul que nous présentons est le résultat d'un raisonnement basé sur des principes simples et fondamentaux. Ces principes ne sont pas nouveaux; le premier a depuis longtemps été établi pour la Chimie et le second a été depuis longtemps aussi considéré comme applicable aux gaz parfaits. Beaucoup de physiciens ont aussi du reste prévu une plus large application de ces principes. L'auteur a, dans cette Note, exposé en détail la méthode générale d'après laquelle ces principes peuvent s'appliquer à tout changement d'agrégation de la matière. Les expériences de Regnault sur la vapeur sont une confirmation complète de l'exactitude de la méthode. Il

sera intéressant de donner ici quelques exemples de pressions de vapeur calculées pour les plus hautes températures par la formule (θ, φ), et pour lesquelles on n'a jusqu'ici que des présomptions plus ou moins fondées.

La température critique se présente quand l'ordonnée verticale de la courbe E, pour l'eau (*fig.* 2), qu'il ne faut pas confondre avec E du diagramme (*fig.* 15), a décrit une aire égale à la chaleur de ségrégation, c'est-à-dire quand l'aire à droite de l'intersection avec la courbe de la gazène B, dans le diagramme (θ, φ), *Pl. I* (*fig.* 15), est égale à celle qui s'étend de A à E, soit quand la courbe E (*fig.* 2) rencontre la courbe E de l'entropie (*fig.* 15). M. Cagniard-Latour a trouvé que la température critique était environ celle de la fusion du zinc, soit 415°C. ou 688° absolus. La formule pour FG cessera donc d'être applicable au delà de cette température.

Tableau XII. — Pressions de la vapeur jusqu'à la température critique, calculées d'après la formule (θ, φ).

Températures		$\frac{2}{m}$ Z.	Pressions.		
t.	θ.	FG.	Livres par pouce carré.	Millimètres de mercure.	Kilogrammes par mèt. carré.
230	593	0,01881	406,9	21042	286090
240	513	0,02102	488,9	25282	343740
250	523	0,02338	579,9	29988	407720
260	533	0,02687	691,6	35764	486240
280	553	0,03118	940,0	48613	660940
300	573	0,03695	1261,8	65250	887140
320	593	0,04315	1661,9	85939	1168400
340	613	0,05000	2156,2	111504	1516000
360	633	0,05665	2742,5	141820	1928200
380	653	0,06385	3448,1	178310	2424400
400	673	0,07180	4300,2	222275	3022100
415	688	0,07747	5017,1	259450	3527450
427	700	0,08223	5659,9	292690	3979350

Comme on ne connaît pas, à quelques degrés près, quelle est réellement la température critique, le Tableau XII va jusqu'à

$\theta = 700°$, c'est-à-dire à 12° au-dessus de la température de fusion du zinc. Ces pressions sont plus élevées que celles obtenues d'après la formule de Regnault, qui donne, à 415°, les résultats suivants :

t Centigr.	θ Centigr.	Millimètres de mercure.	Kilogrammes par mètre carré.
415°	688°	210321	2859510

La formule de Regnault, il faut le dire, n'a pas été établie pour des pressions supérieures au dixième des précédentes.

On trouvera (*Pl. I, fig.* 15) la portion du diagramme (θ, φ) qui renferme l'aire suivant laquelle fonctionne la machine à vapeur. Les pressions absolues, *en livres par pouce carré*, sont indiquées numériquement pour toutes les températures sur deux courbes qui traversent le diagramme près du sommet. La courbe auxiliaire H est tracée d'après la formule

$$AH = \frac{2}{m}\frac{\theta}{p}\frac{dp}{d\theta} = AE : x.$$

Dans cette formule, p est la pression de la vapeur saturée, et H occupe la place où serait E si le volume de la vapeur saturée était celui de la gazène à la même pression. La courbe β (*fig.* 16) sert concurremment avec la courbe H; on la trace comme suit : de A, pour toute température, menez une ligne verticale jusqu'à Z, et une droite de ce point Z jusqu'en H à la même température que A; faites-en autant pour un certain nombre de températures, ce qui vous donnera un même nombre de lignes obliques; on trace ensuite la courbe β, qui vient toucher ces lignes obliques. Toute ligne oblique Hβ, menée sur H pour toute température, coupe les lignes d'entropie pour la vapeur à la même température à une température proportionnée au produit pv pour le point figuratif de cette ligne d'entropie. Par exemple, dans la *fig.* 15, on a mené la ligne d'entropie cZ pour la vapeur saturée à la température de 440 degrés. Une ligne oblique Hβ coupera cZ à 408 degrés. Le produit pv, pour la vapeur à 440 degrés absolus, est par conséquent moindre que le pv de la gazène à 440 degrés dans le rapport

de 408 à 440. Cette température proportionnelle est désignée par le symbole β, et comme

$$1,386\frac{2}{m} = 0,11136 \times 1386 = 154,345,$$

on obtient l'expression $154\frac{1}{3}\beta = pv$ en pieds-livres. Quand le graphe est relatif à la vapeur saturée, ou quand il y a une condensation initiale, la courbe des β est très commode, la valeur de β pouvant se déterminer en menant une droite de H à la courbe β. Si l'on trace des courbes adiabatiques, on évite la multiplication par $154\frac{1}{3}$ en employant les unités de la Thermodynamique au lieu des pieds-livres.

Sur la *fig.* 15, les lignes pointillées montrent l'ordre suivant lequel s'établit l'ergation, ou le changement de la chaleur dans le travail mécanique, pour une machine à vapeur parfaite. Dans l'exemple donné, la pression de la vapeur est de 106 livres par pouce carré ($7^{kg},40$); la vapeur se détend jusqu'à 10 livres; elle s'échappe ensuite avec une contre-pression de 3 livres par pouce carré. L'eau d'alimentation est prise à une température de 333° C. absolus. De la température 333° en m, sur la courbe primaire A, menez une verticale mZ jusqu'à la base du diagramme. L'aire à gauche de cette ligne représente l'énergie possédée déjà par l'eau à cette température. De 106 livres, sur la courbe des pressions, tracez l'horizontale ac, de A en E, à la température de 440° absolus. Soit b l'intersection de cette droite, avec la courbe d'*intropie* I, c'est-à-dire d'entropie E diminuée des pv de la substance. Cette courbe d'intropie permet de voir quelle est, à toute température, la quantité de chaleur ou d'énergie que possède la vapeur saturée. A toute température,

$$\mathrm{IE} = \frac{2}{m} - \mathrm{FG} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{BI} = \frac{5}{m} - \frac{5}{2}\,\mathrm{FG}.$$

L'aire θIE représente le pv de la vapeur; elle représente le travail déjà accompli, et n'est donc plus l'énergie possédée par la vapeur. Menez des verticales par b et c. Le produit pv, pour une livre de vapeur à 440°, est représenté par l'aire θbc. Du point 10, sur la courbe des pressions, menez l'horizontale dh, à la température de 363° C. Mesurez β pour 363° sur cZ,

et soit $fh = \frac{1}{9}$ de $\beta : 363$: exactement $0,11136\,\beta : 363$; mais si l'on prend, comme d'habitude, 18 pour poids moléculaire de l'eau, $\frac{2}{m}$ est égal à $\frac{1}{9}$ et nous avons encore $pv = 154\,\beta$. Menez la verticale fZ et portez à une échelle quelconque $hk = 10$ livres : pression finale, et $kl = 3$: contre-pression, puis menez une verticale gZ par l.

L'ergation ou la transformation de chaleur en énergie mécanique est représentée par la somme de la bande horizontale *achd* et du rectangle vertical $fhZZ$. La perte due à la contre-pression est représentée par le rectangle vertical $fgZZ$. Pendant l'admission de la vapeur, le travail développé a été $bcZZ$; pendant la détente, le point d'intropie (¹) est descendu de b en f et, si l'on suppose que l'angle de droite d'une équerre se meuve avec le point d'intropie, tandis que les arêtes restent horizontales et verticales, l'ergation sera représentée par la surface découverte par l'arête horizontale, diminuée de la surface recouverte par l'arête verticale. L'auteur a appelé cette dernière surface la *perte d'expansion* (Slip of expansion), que l'on néglige trop souvent. L'aire découverte par l'arête horizontale représente le travail dû à la chaleur de liquéfaction. La perte est le produit pdv de la contraction pendant cette liquéfaction. Le rapport du volume actuel au volume initial à tout instant est $\beta_2 p_1 : \beta_1 p_2$, p_1 et p_2 étant les pressions et β_1, β_2 les températures proportionnelles correspondantes, telles qu'on les a établies plus haut. Quand une machine est disposée pour un certain rapport de détente, une certaine pression initiale et une certaine contre-pression, comme ceux choisis précédemment pour exemple, le travail parfait de cette machine, par livre de vapeur fournie, est représenté par la surface $acZZgd$, et le rendement de la machine, comparé à celui d'un appareil parfait, sera représenté par la portion de cette quantité que l'on pourra réaliser.

Le travail et la chaleur ou l'énergie étant tous deux repré-

(¹) L'*intropie*, c'est l'entropie $\frac{pv}{\theta}$, ou l'entropie du travail *externe*.

sentés toujours par des surfaces appropriées du diagramme (θ, φ), les ingénieurs peu familiarisés avec les Mathématiques peuvent reconnaître exactement les relations et les possibilités thermodynamiques dans tout problème relatif à la vapeur, sans employer des expressions analytiques qu'ils pourraient ne pas bien interpréter. L'auteur, ayant compris cet avantage, a persévéré à essayer de vaincre la difficulté que l'on éprouvait à tracer un diagramme unique continu pour la vapeur humide et pour la vapeur surchauffée. Il y est arrivé en démontrant que, d'après les expériences de Regnault, la vapeur saturée possède jusqu'à 27 atmosphères la chaleur totale de ségrégation des molécules à toutes les températures, et en démontrant de quelle manière le produit pv de la vapeur diffère de celui de la gazène. L'auteur regrette que cette Note ne soit pas écrite d'une manière attrayante, et qu'elle risque de paraître peu intéressante à la plupart de ses auditeurs. Ceux qui saisissent le sens de cette recherche, et qui entrevoient la portée qu'elle donne à une application bien définie de la seconde loi Carnot-Clausius, penseront, nous le croyons, comme l'auteur, que, si les conclusions auxquelles il est arrivé sont bien fondées, le temps consacré à cette étude n'aura pas été perdu.

DISCUSSION.

Le Président de l'*Institution of Mechanical Engineers*, M. Ch. Cochrane, fait remarquer l'intérêt que présente pour tous les ingénieurs la connaissance exacte du rapport des chaleurs spécifiques de l'air à pression et à volume constant, déduite d'une façon si remarquable de la vitesse du son. Ce passage du Mémoire de M. Macfarlane Gray est très frappant. Prenons une colonne d'air de 12387 pieds de haut et d'un pied carré de base; elle pèsera juste une livre sous la pression atmosphérique de 760^{mm} de mercure et à zéro degré. Une augmentation de température d'un degré la dilatera de $\frac{1}{493}$ fois son volume, augmentera sa hauteur de 0,025 pied ou de 12387 à 12412 pieds. La pression exercée par l'atmosphère sur cette colonne étant de 14,7 livres par pouce carré, ou

de $144 \times 14,7$ livres au total, le travail exercé contre la pression atmosphérique par cette colonne d'air pendant sa dilatation sera de

$$14,7 \times 144 \times 0,025 = 53 \text{ pieds-livres.}$$

En prenant 772 pieds-livres pour l'équivalent mécanique anglais de la chaleur, ou de la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré Fahrenheit une livre d'eau, ces 53 pieds-livres équivalent à une dépense de chaleur de 0,069 calories anglaises. Or, la chaleur spécifique de l'air à pression constante est, d'après les expériences de Regnault, de 0,238, c'est-à-dire qu'il faut, pour élever d'un degré Fahrenheit une livre d'air à la pression atmosphérique, dépenser une chaleur totale de 0,238 calories anglaises [1]. Mais cette chaleur comprend les 0,069 calories dépensées en travail externe pour vaincre la pression de l'atmosphère, de sorte que la chaleur spécifique à volume constant ne doit plus être que de

$$0,238 - 0,069 = 0,169.$$

On trouve ainsi, pour le rapport γ des deux chaleurs spécifiques, la valeur

$$\gamma = \frac{0,238}{0,169} = 1,408.$$

Appliquant cette même idée à la vitesse du son, il faudrait une pression équivalente à une colonne d'air de 5540 mètres de haut pour obtenir, dans le vide, la vitesse d'écoulement de 330 mètres par seconde, nécessaire, d'après Arago, Prony, Humboldt, pour la transmission des vibrations sonores. Mais, d'autre part, Newton était arrivé à la conclusion qu'il suffisait, pour la transmission du son, d'une vitesse de 280 mètres par seconde, équivalant à une hauteur d'air de 3930 mètres.

C'est à Laplace que l'on doit la remarque que l'on avait oublié d'ajouter à cette hauteur celle correspondant au travail de compression de l'air avec la force nécessaire pour produire les ondes sonores : il pensa que la différence de ces deux hauteurs représentait ce travail de compression, aussi bien dans le cas d'un coup de canon que dans celui de la voix humaine ou de la foudre, compression qui déplace l'air, le met en mouvement et l'échauffe. La valeur du quotient de 5540 par 3930, égale à 1,408, ou au rapport des chaleurs spécifiques, confirme l'hypothèse de Laplace.

M. le professeur Ryan. — Le poids total de l'eau employé par Regnault dans ses expériences calorimétriques se trouve donné dans la colonne C du Tableau I de M. Macfarlane Gray, et son excès sur le volume du calorimètre, au-dessus de sa ligne zéro, par les chiffres de la colonne E.

---

[1] En unités françaises, 424 kilogrammètres par calorie.

Cet excès représente les poids supplémentaires d'eau que les exigences des expériences forçaient à laisser dans le tube de jauge au haut du calorimètre. La hauteur de l'eau dans ce tube variait d'une expérience à l'autre proportionnellement aux différences des chiffres des colonnes (3) et (4) du Tableau I. M. Gray pense que Regnault avait pesé l'eau très exactement et que ses conclusions sont exactes, mais que les nombres inscrits dans son rapport ont été fournis, probablement avec moins d'exactitude, par un de ses aides, qui commit quelques fautes de calcul, ce qui expliquerait notamment le changement de signe de π dans la formule de Regnault, citée page 32, d'après la page 739 de son Mémoire. Il y avait donc grand intérêt à constater exactement si possible le volume du récipient qui servit à Regnault pour ses expériences sur la chaleur spécifique de la vapeur d'eau, ainsi que le volume du tube de jauge en question. On se rendit, à cet effet, au Collège de France, mais on n'y trouva pas ce récipient dans la collection classique des appareils de Regnault. On ne le trouva qu'à l'état dépareillé et légèrement modifié; pas assez cependant pour empêcher d'en rétablir l'identité d'après les dessins de Regnault. C'est un cylindre terminé par deux troncs de cône dont quelques ouvertures, correspondant à celles indiquées sur les dessins, sont bouchées par deux feuilles de zinc. Le tube de jauge, qui pénétrait par le haut de l'un des troncs de cône et contenait l'excès d'eau en question, ne pouvait pas, d'après les dessins types de Regnault, renfermer plus de $0^{lit},400$ rempli bord à bord, non compris le volume de la tige de l'agitateur. Un expérimentateur aussi soigneux que Regnault n'aurait, d'autre part, jamais permis de remplir ce tube jusqu'au bord. Les dessins de Regnault confirment donc la conclusion de M. Gray (p. 31) que la capacité de $0^{lit},447$ attribuée à ce tube est fausse. Mais l'examen de l'appareil démontre que ce tube ne pouvait pas même contenir $0^{lit},400$. En effet, d'après les dessins, ce tube aurait dû avoir $59^{mm},2$ de diamètre extérieur, $54^{mm},7$ de diamètre intérieur, une hauteur de $168^{mm},4$, et renfermer, par conséquent, au plus $0^{lit},396$ d'eau, tandis que, d'après les dimensions de l'appareil, le diamètre intérieur du tube qui coiffait l'ajutage du tronc de cône n'était que de 38^{mm}, de sorte que sa capacité réelle ne pouvait guère dépasser $0^{lit},191$. En tout cas, le dessin ne peut pas être exact : il donne pour le diamètre extérieur de l'ajutage $59^{mm},2$, tandis qu'en réalité l'ouverture de la feuille de zinc, parfaitement intacte et sans retouche tout autour de l'ajutage, n'est que de 38^{mm} : il se peut donc que le diamètre de l'ajutage primitif n'ait été plus petit que de 38^{mm}; mais il n'a jamais pu être plus grand. L'excès d'eau n'a donc jamais pu dépasser 200^{gr}, et l'on doit tenir pour erronés les chiffres supérieurs de la colonne (5) du Tableau I. C'est à M. Gray qu'il appartient de discuter l'importance de cette conclusion; en fait, il pense qu'elle n'infirme pas l'exactitude des calculs de Regnault.

Que M. Macfarlane Gray soit dans le vrai ou non en ce qui concerne l'application de la théorie de l'éther-pression à l'explication des phénomènes de la Thermodynamique, il n'en aura pas moins rendu service à la Science et aux ingénieurs, en leur montrant qu'ils ne doivent pas ignorer constamment les premiers principes, et se borner à considérer comme incompréhensibles et mystérieuses les propriétés de la vapeur d'eau. Ces phénomènes doivent, en effet, dépendre de quelques principes mécaniques élémentaires de la nature, et l'on doit savoir gré à l'auteur d'avoir exposé sa pensée à ce sujet : il n'a fait du reste, en agissant ainsi, que suivre les traces de Newton qui suggéra le premier, comme cause de la gravitation universelle, l'éther qui entoure tous les corps. En ce qui le concerne, M. Ryan se déclare charmé de la manière exacte ou non dont M. Gray a su déduire de l'hypothèse de Newton les principaux phénomènes de la nature : la gravitation, l'affinité chimique, la cohésion, etc. C'est une étude des plus intéressantes, lors même qu'elle serait encore incomplète. Rankine aussi est parti d'une hypothèse mécanique analogue dans son caractère général, bien que différente par ses détails, dans sa tentative d'explication des phénomènes thermodynamiques d'après des principes mécaniques élémentaires. Il est vrai qu'il dut ensuite abandonner ces hypothèses et se ramener à des lois élémentaires, comme la seconde loi de la Thermodynamique, par exemple, de sorte que sa tentative échoue en partie.

La seule critique qu'il y aurait peut-être lieu de faire est que M. Gray semble à la page 46 énoncer comme une nouvelle seconde loi de la Thermodynamique, à ajouter aux nombreuses secondes lois déjà proposées antérieurement. Telle que l'a énoncée Clausius, cette seconde loi n'est guère que la constatation du fait que la chaleur ne peut, d'elle-même et sans compensation, passer d'un corps froid sur un corps chaud. On peut considérer les lois de la nature comme des collections de faits, semblables à ceux qui se trouvent impliqués dans une courbe, qui n'est que le lien de certains « points figuratifs » sujets aux déductions mathématiques, mais seulement autant qu'elles suivent la loi.

M. Ryan croit utile d'ajouter un mot à l'explication si claire, donnée par le Président, du calcul du rapport des chaleurs spécifiques d'après la vitesse du son. La valeur attribuée par Newton à la vitesse du son est, comme l'a constaté le Président, inexacte. Les variations de la température de l'air, par le fait de sa compression et de ses dilatations successives, font aussi varier son élasticité ; la chaleur que lui communiquent les condensations augmente son élasticité, celle que lui enlèvent les raréfactions la diminue, de sorte que ces phénomènes thermiques augmentent la vitesse du son. Comme l'a très bien fait voir le professeur Tyndall, ils augmentent la tension ou le ressort de l'air en arrière de l'onde sonore et la diminuent en avant.

M. KENNEDY, *membre du conseil.* — Tout en rendant hommage à la grande valeur du travail de M. Macfarlane Gray et à l'utilité de son diagramme entropique, M. Kennedy pense que la clarté de l'exposition gagnerait peut-être à se présenter sous une forme moins chargée de mots nouveaux. Il demande en outre à l'auteur jusqu'à quelles décimales il faut employer pratiquement les coefficients des formules données aux pages 42 et 71 de son Mémoire.

M. le professeur HELE SHAW se plaît à reconnaître la portée très élevée du travail de M. Gray, dont l'objet est de remplacer par des formules rationnelles, déduites des principes généraux, les expressions purement empiriques de Regnault. Ces formules, surtout si l'on pouvait les simplifier un peu, seraient d'un emploi plus commode que les Tables, que l'on n'a pas toujours à sa portée.

Le diagramme entropique (θ, φ) présente le grand avantage pratique de permettre d'y déterminer, par une simple mesure directe, l'énergie de la vapeur, au lieu de la calculer, comme dans les diagrammes ordinaires, d'après des évaluations de surfaces $\int p\,dv$.

M. J. MACFARLANE GRAY. — En réponse aux diverses observations présentées, M. Macfarlane Gray dit qu'il emploie son diagramme entropique depuis 1879 sous sa forme actuelle. La même idée aurait été poursuivie, à son insu, en Amérique par M. le professeur J. W. Gibbs qui s'exprime comme il suit dans un Mémoire sur les *Graphical Methods on the Thermodynamics of Fluids*, publié dans les *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, t. II, avril 1873.

« Bien que les représentations graphiques des propositions de la Thermodynamique soient d'un emploi général, et qu'elles aient rendu de grands services en répandant des notions exactes de cette science, elles n'ont pas encore acquis l'extension dont elles sont susceptibles comme variété et comme généralité. En général, sinon toujours, on emploie des diagrammes à coordonnées rectangulaires de pression et de volume pour le tracé de courbes qui représentent d'un coup toutes les propriétés d'un corps décrivant un cycle fermé, ainsi que pour la démonstration des théorèmes et le calcul de leurs applications. L'objet de ce Mémoire est d'attirer l'attention sur des diagrammes de construction différente, qui permettent l'emploi de méthodes graphiques nouvelles, concurremment avec les anciennes, et souvent plus correctes ou plus faciles à appliquer », puis il ajoute, p. 317 : « On peut, bien entendu, décrire ces diagrammes d'une infinité de manières, car il existe une infinité de manières de déformer une figure plane sans altérer la grandeur de ses éléments. Parmi ces méthodes, deux sont particulièrement importantes : la méthode ordinaire, où les pressions et les volumes sont portés en coordonnées rectangulaires, et celle où l'on

représente de même l'entropie ». M. Gibbs démontre ensuite les avantages du diagramme entropie-température, mais il ne trace qu'une seule ligne du diagramme entropique : à savoir une partie de la courbe A, sans aucune distinction entre l'aquène et l'eau. Le Mémoire de M. Gibbs est de la plus haute valeur, et dénote un mathématicien distingué; il démontre que M. Gibbs connaissait avant moi les avantages du diagramme entropique, dont je ne revendique pas la priorité absolue. Ce que je revendique, c'est d'avoir réalisé ce dont on n'avait fait avant moi qu'indiquer la possibilité : à savoir la détermination et le tracé à l'usage de la pratique des ingénieurs des courbes entropiques A, B, C, I, F, G, H de la vapeur et de l'eau (*Pl. I*).

On peut faire remonter la première idée du diagramme entropie-température à Sadi Carnot, qui a comparé, dans ses *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, l'action d'une chute de température dans un moteur thermique à l'action de l'eau sur les moteurs hydrauliques, en assimilant le rapport de la chaleur utilisée à la chaleur totale dépensée au rapport de la portion de chute d'eau utilisée à la totalité de la chute. Le diagramme entropique n'est que la représentation de cette idée.

En ce qui concerne la question posée par M. Kennedy sur l'emploi des décimales, je ferai remarquer que l'emploi de ces décimales n'a pas eu, dans mon Mémoire, pour objet de simplifier les calculs, mais d'arriver, si possible, à l'établissement et à l'explication des lois réelles de la vapeur dans la nature. On a pris comme exacts les résultats de Regnault en ce qui concerne les mesures des pressions, et les résultats du calcul ont concordé pratiquement avec ses expériences. On ne connaît guère qu'à $\frac{1}{4}$ de degré près les températures correspondant aux pressions élevées et les différences, aux plus hautes températures (*fig.* 13, *Pl. I*) ne dépassent pas cette quantité. Sur la *fig.* 12 les divergences paraissent plus étendues, mais l'échelle est différente; chacune des divisions y représente une pression de $\frac{1}{250}$ de pouce ($0^{mm},10$) de mercure. De $+110°$ à $-33°$ les pressions déduites du diagramme entropique ne s'écartent pas de celles de Regnault de 1^{mm} de mercure. On mesurait très difficilement les températures, et les résultats de Regnault diffèrent autant entre eux que des calculs du diagramme entropique.

Le professeur Hele Shaw a parlé de simplifier les formules pour la pratique; les formules de mon Mémoire sont nécessaires pour la construction aussi exacte que possible et la vérification des courbes permanentes ou maîtresses du diagramme entropique. En pratique, on résoudra très facilement les problèmes en traçant quelques droites sur le diagramme tout fait. Cherchons, par exemple, la valeur de l'exposant n dans l'expression

$$p^{n-1} v^n = \text{constante}$$

pour un point donné dans la détente de la vapeur, soit à la fin de la détente proprement dite du diagramme (*fig.* 15, *Pl. I*), c'est-à-dire pour le point d'entropie h ou le point d'entropie f. Prolongeons dh jusqu'en H, sur la courbe H (*fig.* 16, *Pl. I*) et menons de H une tangente en R à la courbe β, coupant h Z en S. De S abaissons $ST = 9dh = 9 \times 1,312 = 11,808$ à une échelle quelconque. Joignons RT et prolongeons cette droite jusqu'en V, sur la verticale de H. Abaissons HW tangent en H à la courbe H, traçons VW parallèle à RH, et l'horizontale WU coupant HV en U. La longueur $HU = n = 8,84$ à la même échelle que ST.

L'échelle du diagramme entropique fondamental pratique est quadruple de celle des figures. Les nombres 0,1, 0,2 de la ligne de température 273 y représentent l'entropie φ mesurée à partir de la verticale A_{273} et tous les calculs du Mémoire, relatifs à OA, OB, OF, OG, OP, ont été établis en fonction de l'entropie mesurée à cette échelle. Les valeurs $\frac{2}{m} \varepsilon \log \frac{p}{p_0}$ de la formule p. 77 sont celles des EP mesurées à la même échelle d'entropie; les valeurs de la colonne FG Tableau V, p. 69, ont été calculées aussi d'après cette échelle. On apprécie mieux l'utilité numérique de l'entropie par quelques applications pratiques.

Tableau XIII.

CONSTRUCTION DU DIAGRAMME ENTROPIQUE (*fig.* 15, *Pl. I*).
Valeurs des entropies φ des abscisses des courbes A, B, E, F, G, H, P *pour des températures absolues* θ *variant de* 273° *à* 513°.

θ° centig.	φ = OA.	φ = OB.	φ = OE.	φ = OF.	φ = OG.	φ = OH.	φ = OP.
513	0,63749	1,14208	1,45827	1,51082	1,53184	1,64925	2,47222
503	0,61760	1,15232	1,47656	1,52336	1,54208	1,65013	2,46377
493	0,59730	1,16336	1,49460	1,53640	1,55312	1,65313	2,45672
473	0,55545	1,18818	1,53272	1,56502	1,57794	1,66098	2,44058
453	0,51179	1,21707	1,57235	1,59712	1,60683	1,67528	2,42004
433	0,46616	1,25070	1,61599	1,63347	1,64046	1,69302	2,40614
413	0,41836	1,28983	1,66268	1,67476	1,67959	1,71911	2,38771
393	0,36820	1,33545	1,71426	1,72208	1,72521	1,75317	2,36836
373	0,31541	1,38870	1,77171	1,77653	1,77846	1,79737	2,34800
353	0,25927	1,45109	1,83698	1,83974	1,84085	1,85280	2,32652
333	0,20078	1,52440	1,91217	1,91359	1,91416	1,92095	2,30379
313	0,13818	1,61095	1,99979	2,00045	2,00071	2,00419	2,27965
303	0,10537	1,66010	2,04927	2,04969	2,04986	2,05222	2,26699
293	0,07145	1,71373	2,10313	2,10339	2,10349	2,10501	2,25391
283	0,03636	1,77238	2,16192	2,16208	2,16214	2,16312	2,24038
273	0,00000	1,83663	2,22627	2,22636	2,22639	2,22658	2,22636

Le Tableau XIII donne les abscisses ou les valeurs de φ pour les courbes A, B, E, F, G, H, P du diagramme entropique (*fig.* 15, *Pl. I*) correspondant aux valeurs successives des températures absolues θ, de 273° à 513°, qui ont servi à construire ces courbes.

En pratique, il suffit des trois courbes A, E, H, dont les valeurs φ sont données dans les colonnes OA, OE, OH de ce Tableau XIII.

Les conclusions que nous avons déduites du diagramme entropique ne diffèrent pas de celles de Maxwell. Il n'y a qu'une seule deuxième loi de la Thermodynamique, bien qu'exprimée d'une façon particulière dans ce Mémoire, p. 46, afin de la rendre plus acceptable pour la pratique.

DISCOURS

PRONONCÉ LE 14 MAI 1891

AUX OBSÈQUES DE

M. A.-E. BECQUEREL,

Membre de l'Académie des Sciences,
Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers [1],

Par le Colonel A. LAUSSEDAT.

MESSIEURS,

L'année dernière, presque à pareille époque, avec un sentiment de profonde reconnaissance associée aux plus vifs regrets, nous faisions nos adieux au doyen vénéré des professeurs du Conservatoire des Arts et Métiers, l'illustre chimiste Peligot.

Edmond Becquerel, que nous accompagnons aujourd'hui, était devenu, à son tour, notre doyen depuis la retraite de Peligot, et rien ne nous faisait prévoir, il y a quelques jours à peine, à la dernière séance du Conseil de perfectionnement à laquelle il assistait, la brusque séparation qui nous prive de son concours dévoué et des conseils que son expérience consommée rendait si précieux. Le coup qui nous frappe, en bien peu de temps pour la seconde fois, dans la personne du

[1] BECQUEREL (Alexandre-Edmond), né à Paris le 24 mars 1820, décédé à Paris le 11 mai 1891.

plus ancien de notre corps, ne nous trouve ni moins émus ni moins reconnaissants.

Ces deux hommes, en effet, n'étaient pas seulement des savants éminents dont les découvertes honoraient la France; ils avaient, l'un et l'autre, une foi ardente, une foi d'apôtres, en leur mission de vulgarisateurs et ils nous la communiquaient; ils ne doutaient pas que leur parole autorisée, leurs démonstrations appuyées d'expériences convaincantes dussent exercer une influence considérable sur les progrès de nos arts et de nos industries, et le public intelligent, sympathique, qui remplissait le grand amphithéâtre du Conservatoire, à chacune de leurs leçons, leur apportait, par sa respectueuse attention, la preuve qu'ils ne se trompaient pas et qu'ils semaient en bon terrain.

Peligot enseignait au Conservatoire depuis 1841 et avait succédé à Clément Desormes, l'un des fondateurs des cours publics en 1819. Edmond Becquerel avait été nommé en 1852, en remplacement de l'illustre Pouillet qu'un scrupule de conscience des plus respectables avait déterminé à abandonner, par démission, la chaire de Physique dont il était le premier titulaire depuis 1829.

Si je fais ce rapprochement, c'est qu'il me paraît à la fois très significatif et très honorable pour la mémoire des deux excellents collègues que nous venons de perdre, à un si court intervalle de temps.

Leurs longues carrières parallèles dans un enseignement essentiellement populaire, garanti, fortifié par leur science éprouvée, prolongeant celles des autres maîtres illustres qui les ont précédés dans la tombe et dont la liste est déjà longue, hélas! révèlent éloquemment l'existence, la persistance de fortes vocations répondant à des besoins nouveaux d'une société en plein travail de transformation. Et la satisfaction de ces besoins, nous devons le proclamer bien haut, n'est en définitive, que la réalisation, la consécration de l'idée féconde qui a présidé à la fondation du Conservatoire des Arts et Métiers, de cette première Université industrielle, accessible à tous, que les étrangers imitent aujourd'hui, quelques-uns sur une grande échelle et à l'aide de sacrifices considérables.

Je viens de prononcer le mot de vocation, et dans quelle famille trouverait-on, plus que dans celle des Becquerel, des exemples aussi frappants, aussi multipliés de ce besoin de connaître, d'inventer et d'enseigner les applications utiles des découvertes scientifiques.

Des circonstances particulières ont même précipité, pour Edmond Becquerel, les effets de cette vocation; admis en 1837, à dix-sept ans, à l'École Normale et l'année suivante à l'École Polytechnique, il eût pu aborder la carrière de l'enseignement, en passant, soit par l'une, soit par l'autre de ces deux grandes écoles. Mais, précisément à la même époque, une chaire de Physique expérimentale était créée au Muséum d'Histoire naturelle et confiée à son illustre père, qui, ayant besoin d'un aide, savait qu'il n'en trouverait pas de plus zélé ni de plus capable que lui et l'attacha à son laboratoire.

Edmond renonça donc, non sans quelque hésitation, à suivre la voie commune, à vivre un peu plus longtemps avec les jeunes gens de son âge et, comme pour faire acte de maturité, dès le mois de juillet de cette même année 1838, où il devait être reçu à l'École Polytechnique, il sortait du rang et présentait à l'Académie des Sciences un premier Mémoire ayant pour titre : *Recherches sur la résistance des milieux et sur le frottement,* qui devait être suivi de tant d'autres.

Il n'est peut-être pas hors de propos, à l'occasion de ce fait intéressant de la création d'un cours de Physique au Muséum, venant peu de temps après celle du cours de Physique appliquée aux Arts, à notre Conservatoire, de constater que l'on sentait déjà, il y a un demi-siècle et plus, la nécessité de recourir aux sciences expérimentales pour éclairer les sciences jusque-là surtout descriptives, aussi bien que les différentes branches de l'Agriculture et de l'Industrie. La Physique et la Chimie, dont les progrès étaient si rapides depuis la fin du siècle précédent, devenaient, en effet, des auxiliaires de plus en plus précieux pour tous ceux qui s'efforçaient de mettre à profit les forces naturelles, lesquelles ne cessent d'agir sous nos yeux, mais dont il faut prendre la peine de découvrir les lois pour pouvoir ensuite les diriger. Les deux Becquerel au Muséum, le fils au Conservatoire, s'acquittèrent avec une

grande supériorité, de la double tâche répondant à cet ordre d'idées qui leur fut successivement confiée.

Je n'entreprendrai pas de faire l'analyse des recherches ainsi entreprises par notre collègue dans les branches les plus importantes de la Physique, chaleur, lumière, électricité, météorologie, tantôt seul, tantôt en collaboration avec son père et, plus tard, avec son fils Henri. On les trouve exposées dans quatre Ouvrages fondamentaux qui sont entre les mains de tous les physiciens, dans quatre-vingt-dix Notes insérées aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, enfin dans une foule de Mémoires originaux ou d'articles étendus et pleins d'érudition publiés dans les *Annales de Physique et de Chimie*, dans la *Bibliothèque universelle de Genève*, dans les *Annales* de *l'Institut agronomique*, du *Muséum* et du *Conservatoire des Arts et Métiers*.

Ses confrères de l'Académie des Sciences ont apprécié, avec plus d'autorité que je ne saurais le faire, l'ensemble de l'œuvre de l'éminent physicien; ce que j'ai le droit et le devoir de signaler à la reconnaissance de tous, c'est le talent et le dévouement du professeur du Conservatoire des Arts et Métiers, sa préoccupation constante de diriger ses recherches de manière à répondre aux besoins de son enseignement, l'un des plus délicats que l'on puisse aborder.

Si l'on se reporte, en effet, à quarante ans en arrière, on comprendra sans peine que les conditions de cet enseignement sont devenues de plus en plus difficiles pour un seul professeur, quelle que soit l'étendue de sa science. Les applications de la Physique, déjà bien nombreuses assurément en 1852, ont pris, depuis cette époque, le développement prodigieux que chacun sait : la Chaleur, dont les théories et les instruments se perfectionnent de jour en jour et sont d'un si grand secours pour le mécanicien et le métallurgiste, la Lumière, qui a donné naissance à la Photographie, à la Spectroscopie, à des instruments nouveaux comme le saccharimètre, l'actinomètre, le phosphoroscope, etc., l'Électricité et le Magnétisme qui nous ont dotés de la Télégraphie, de la Galvanoplastie, de l'Éclairage électrique, de la Téléphonie, et en prononçant chacun de ces mots, le nom d'Edmond Becquerel ou celui de son père

reviennent aussitôt à l'esprit. Édmond Becquerel a su cependant suffire, jusque dans ces derniers temps, à cet enseignement écrasant pour tout autre, mais au prix de quels sacrifices de son temps et de sa santé! Je ne veux pas insister sur ce sujet, mais je dois cependant déclarer qu'il n'y a rien eu de notre faute, car c'est avec beaucoup de peine que nous sommes parvenus, mes autres collègues et moi, à convaincre ce vaillant qu'il devait laisser faire pour la Physique ce qui avait été fait depuis longtemps pour la Chimie, en détacher les branches trop lourdes et créer des cours nouveaux. Ce n'est cependant que de cet hiver que nous avions pu le soulager en instituant le cours si important par lui-même d'Électricité industrielle.

Avec une apparence frêle et presque maladive, Edmond Becquerel avait une énergie qu'eussent enviée les hommes les plus robustes. Il venait souvent faire sa leçon avec des névralgies violentes et l'on pouvait craindre que son auditoire ne s'en aperçût et qu'il ne fût même obligé de quitter l'amphithéâtre. A force de volonté, ce vaillant, comme je viens déjà de l'appeler, restait maître de sa pensée et de sa parole, ne manquait aucune des expériences qu'il avait d'ailleurs soigneusement préparées dans la journée, et arrivait à la fin de sa leçon juste à temps pour se faire reconduire chez lui où il prenait le loisir d'être malade.

Les services qu'Edmond Becquerel a rendus à la Science qu'il cultivait avec passion et aux industries qu'elle a inspirées ou même créées de toutes pièces, sont trop nombreux pour que je cherche à les rappeler en ce moment. Ils ressortiront d'ailleurs de l'ensemble des témoignages que viennent d'apporter ou qu'apporteront les représentants des corps savants, des grandes institutions et des sociétés importantes auxquelles il a appartenu et où son souvenir restera comme celui d'un homme d'un jugement sûr et du caractère le plus bienveillant.

Edmond Becquerel accueillait notamment les jeunes savants avec bonté, les encourageait et les admettait même dans son laboratoire du Muséum ou dans celui du Conservatoire des Arts et Métiers.

Plusieurs hommes distingués ont dû une partie de leurs

succès à cette généreuse protection, à ses excellents conseils. Celui qui lui doit le plus et qui lui fait le plus d'honneur me permettra de ne pas autrement le désigner et de terminer cet éloge trop rapide en adressant à toute la famille désolée qui m'entend l'expression de la douleur du Conseil de perfectionnement du Conservatoire en apprenant la mort imprévue de l'éminent collègue dont il appréciait tant les rares qualités.

LA

POPULATION ET LA RICHESSE [1],

Par M. É. LEVASSEUR.

SOMMAIRE.

L'accroissement des produits manufacturés. — Le vêtement. — Le logement. — La consommation de la houille, des métaux, des matières grasses et des produits chimiques. — Les machines à vapeur et les brevets d'invention. — Les transports et la circulation. — Les caisses d'épargne, l'escompte et le commerce. — L'inventaire général de la richesse. — Les salaires. — L'amélioration du bien-être dans la classe ouvrière. — Le progrès de la richesse en Angleterre et aux États-Unis. — L'accroissement comparé du commerce et de la population dans les pays étrangers. — Le passé, le présent et l'avenir. — Conclusion sur le rapport entre la richesse et la population.

L'accroissement des produits manufacturés. — La plupart des aliments sont produits par l'Agriculture. Or, l'accroissement de la production agricole rencontre un obstacle dans l'étendue du sol. Quelque grand que soit le territoire d'un État, il est limité; la plupart des parcelles qui le composent, dans les pays anciennement civilisés, sont en exploitation de temps immémorial; le progrès consiste surtout à transformer l'exploitation et à appliquer plus de capitaux, de travail et de science à la terre afin de lui faire rendre davantage, c'est-à-dire à la mieux utiliser; mais il ajoute relativement très peu à la superficie

---

(1) Ce chapitre est extrait du troisième volume de *La Population française,* qui est sous presse.

même des terres. On sait d'ailleurs combien coûte la transition d'une exploitation extensive à une exploitation intensive et avec quelle prudence il convient de conduire une opération de ce genre pour y trouver avantage.

L'industrie n'a pas les mêmes entraves. Elle doit sans doute, dans certains cas, subordonner sa production à la quantité de matières que l'Agriculture lui fournit; mais, le plus souvent, elle peut l'étendre par l'importation; elle concentre aussi plus facilement que l'Agriculture des groupes considérables d'ouvriers, et elle a reçu jusqu'ici de la Mécanique et de la Chimie beaucoup plus de perfectionnements qu'elle.

Si donc la quantité des aliments a plus augmenté que le nombre des habitants sur la terre, il n'est pas étonnant que les produits de l'industrie se soient multipliés avec plus de rapidité et que le mouvement général de la richesse ait très sensiblement devancé celui de la population. Les nombres que la statistique recueille confirment cette opinion. Nous citerons quelques-uns des plus probants pour la France, en nous attachant tout d'abord au vêtement et au logement.

Après la nourriture, le vêtement et le logement sont au nombre des besoins les plus impérieux de l'homme dans notre état social.

Le vêtement. — Les vêtements sont fabriqués avec des fibres textiles sur la consommation desquelles les relevés du commerce extérieur nous fournissent des renseignements.

Ils les fournissent complets pour le coton dont tout notre approvisionnement vient de l'étranger. Or, cette importation est aujourd'hui (1885-1887) sept fois plus considérable (en poids) qu'au commencement de la Restauration, et la population n'a pendant ce temps augmenté que de 27 pour 100. Nous réexportons peu de coton [1], et, si nous exportons une certaine quantité de cotonnades, l'étranger nous en apporte

[1] 23726000 kilogrammes en 1885 exportés (commerce spécial) contre une importation de 141932000 kilogrammes au commerce général. La plus forte réexportation de coton (en 1878) a été de 54386000 kilogrammes. L'importation en 1889 a été de 155288000 kilogrammes.

au moins autant (1), malgré les obstacles que le tarif des douanes n'a cessé d'opposer à l'importation de cette marchandise. Il est à remarquer, d'une part, que l'industrie cotonnière est loin d'être aujourd'hui une des plus florissantes de notre pays, qu'elle a rétrogradé surtout depuis qu'elle a obtenu, il y a dix ans, un renforcement de protection douanière; d'autre part, que les tissus de coton sont ceux que consomment en plus grande quantité les classes peu aisées, que, par conséquent, l'accroissement qui a eu lieu dans la proportion de 1 à 6 est non le résultat d'une vogue momentanée, mais la marque d'un progrès général dans l'usage du linge.

La statistique a depuis longtemps calculé le rapport entre la quantité de coton consommée et le nombre des habitants. Voici sommairement le résultat qu'elle constate pour la France :

CONSOMMATION DE COTON PAR HABITANT.

	kg		kg
Vers 1789	0,5	1867-1869	2,05
1812-1815	0,35	1880-1885	2,85
1826-1830	0,97	1886-1889	3,00
1841-1845	1,70		

Il est inutile de serrer davantage ces rapports qui ne sont qu'approximatifs; ils suffisent pour montrer que dans l'espace de moins d'un siècle, depuis la fin du premier Empire, la consommation de ce textile par tête a presque décuplé; et que, depuis la fin de la période de la Restauration, elle a pour le moins triplé (2).

(1) En 1885, la valeur des fils de coton importés a été de 38,8 millions de francs et celle des tissus de coton importés de 66,8; total : 105,6 millions de francs; l'exportation a été de 104,3 millions de francs (2,1 de fils et 102,2 de tissus).

(2) La consommation moyenne de coton en France était évaluée par la Commission des valeurs de douanes à 115 millions de kilogrammes pour 1886-1889; celle de 1889 à 133 millions.

La France est loin d'être le pays où le développement de l'industrie cotonnière ait été le plus remarquable.

La production du coton dans le monde (pour les pays dont on connaît la production ou l'exportation) était évaluée à 290 millions de kilogrammes (dont 160 pour les Etats-Unis, 85 pour l'Inde, etc.) en 1830; à 1076 millions

Le linge, il y a un siècle, était fabriqué presqu'exclusivement avec le lin, comme le nom l'indique, et avec le chanvre. La production de ces deux plantes par l'agriculture française n'est pas en progrès. Elle était restée à peu près stationnaire de 1840 à 1862, pendant que l'importation augmentait. La superficie qui leur est consacrée a diminué environ de moitié de 1862 à 1882, ainsi que le constatent les enquêtes décennales de l'Agriculture (1), et, de 1882 à 1888, celle du chanvre a diminué encore de 5 pour 100. La production était de 109 millions de kilogrammes en 1862 et de 75 millions en 1882 (2). Une des causes de cette diminution est l'importation qui a comblé et bien au delà le déficit et fait baisser les

---

en 1860, à 1815 en 1880, et à 2000 millions en 1889 (dont 1200 pour les États-Unis, 200 pour l'Inde, etc.)

En Angleterre la consommation a suivi la progression suivante :

ANNÉES.	MILLIONS de kilogrammes consommés.	PROVENANCE POUR 100 DU TOTAL des importations de coton en Angleterre.		
		ÉTATS-UNIS.	INDE.	AUTRES PAYS.
1801	21,9	32,3	5,3	62,4
1810	35,7	44,0	14,0	42,0
1820	54,5	53,1	10,1	36,8
1830	112,3	70,9	4,0	25,1
1840	207,9	77,4	13,5	9,1
1850	266,1	67,7	17,0	15,3
1860	491,3	76,6	16,0	7,4
1870	489,0	48,1	30,7	21,2
1880	617,0	72,3	15,6	12,1
1888	691,3	74,6	10,7	14,7

L'Angleterre est l'État du monde qui consomme le plus de coton. Il n'est pourtant pas celui qui depuis vingt ans a fait le plus de progrès. De 1870 à 1889, la production et la consommation du coton ont augmenté de 85 pour 100 (6200000 balles de 400 livres anglaises en moyenne la balle en 1870; 11400000 en 1889); or la consommation de l'Angleterre a augmenté de 25 pour 100 (3013000 balles en 1870; 3770000 en 1889); celle de l'Europe continentale de 110 pour 100 (1962000 balles; 4069000); celle des États-Unis de 140 pour 100 (1116000 balles; 2692000 balles); celle de l'Inde de 1,015 pour 100 (87000 balles; 891000).

(1) 205500 hectares en 1862 et 107600 en 1882.

(2) 45 pour le chanvre et 30 pour le lin.

prix : 20 millions de kilogrammes de lin et 6 millions et demi de kilogrammes de chanvre, valant en tout 42 millions de francs en 1862; 68 millions de kilogrammes de lin et 19 millions de kilogrammes de chanvre, valant 86 millions de francs en 1882 (1). D'autres causes du peu de développement de l'industrie linière (2) sont la substitution de la vapeur à la voile, la concurrence que le coton fait à la toile et le progrès de l'industrie du jute qui se substitue dans maint emploi au chanvre (3).

La laine est, avec le coton, la principale matière dont on fait les vêtements. En 1789, les habitants de la France consommaient une vingtaine de millions de kilogrammes (4), (production indigène et importation réunies), soit environ $0^{kg},77$ par tête. Chaptal, en 1812, évaluait la consommation à 46 millions et demi de kilogrammes, soit $1^{kg},5$ par tête. En 1850, cette consommation s'élevait à 89 millions de kilogrammes, soit $2^{kg},5$ par tête; en 1860, elle atteignait 130 millions de kilogrammes (80 de laine indigène, 50 de laine étrangère), soit $3^{kg},6$ par tête.

---

(1) En 1888, l'importation a été de 85 millions de kilogrammes de lin et 19 de chanvre.

(2) Le commerce extérieur des produits fabriqués avec le lin et le chanvre a été :

IMPORTATION :

	1862.	1885.
De fils	5,6	6,4
De tissus	13,5	5,6

EXPORTATION :

De fils	3,1	8,8
De tissus	14,7	12,9

(3) Importation du jute (millions de kilogrammes) :

1839	2,4	1889	497,6
1859	69,4	(Et en outre	86,2

d'autres végétaux filamenteux, phormium, abaca, etc.).

(4) La consommation en 1789 était évaluée (trop bas probablement, suivant la remarque de M. Block, *Statistique de la France*, t. II, p. 421) à 10 millions et demi de kilogrammes et l'importation était de 7 millions.

Aujourd'hui, suivant l'enquête agricole de 1882, la tonte fournit environ 43 millions de kilogrammes (1) et l'importation, qui a distancé de beaucoup la production nationale, y ajoute en moyenne environ 160 à 170 millions; en nombre rond, 210 millions de kilogrammes, soit par tête $5^{kg},4$.

La consommation n'est pas en réalité aussi forte; cependant, si l'on défalque de ce total les exportations de filés et de tissus (2), on trouve que, depuis le premier Empire, elle a à peu près quadruplé et que la cote-part individuelle, s'étant élevée à $4^{kg},3$, a triplé.

La soie est une consommation de luxe; elle peut d'autant mieux accuser certain progrès du bien-être. Dans les cinq dernières années du premier Empire, la production de la soie grège a varié de 311 000 à 465 000 kilogrammes (3). Vers la

---

(1) 40 600 000 kilogrammes pour la laine de mouton et environ 2 millions et demi pour la laine d'agneau. La statistique ne peut fournir à cet égard qu'une évaluation approximative. *La Situation économique de la France* (*Annales du commerce extérieur*) n'évalue cette production en 1882 qu'à 36 millions et demi de kilogrammes et le total de l'approvisionnement de la France à 177 millions et demi; mais, pour l'année 1885, le même document évalue la production nationale à 47 millions et demi et le total de l'approvisionnement à 216 812 000 kilogrammes. La Commission des valeurs de douanes évalue cette même production à 51 millions pour 1889 et le total de l'approvisionnement à 190 millions en 1887, à 205 en 1888 et à 220 en 1889, à savoir :

Excédent de l'importation des laines sur l'exportation...	147,2
Laine de peaux et de moutons importés.....	22,7
Production de la laine française.....	50,7
Total de la laine brute en suint.....	220,6
Correspondant à.....	90,5

de laine lavée à fond, dont 12 millions réexportés et 78,5 consommés en France.

(2) En 1885, le total des importations de laine, bourre, déchets et objets fabriqués en laine (y compris les mélangés) a été d'environ 185 millions de kilogrammes. Le total des exportations de même espèce a été de plus de 62 millions. La différence est donc d'environ 123 millions, qui, avec 50 millions de production indigène, représentent une consommation de 173 millions. Ce nombre n'est qu'une approximation; car il contient des unités de valeur très différente, de la laine en suint et des tissus de laine.

(3) Vers 1789, la production des cocons était évaluée à 6 ou 7 millions de kilogrammes, tandis qu'elle n'était que de 5 à 5 et demi vers la fin de l'Empire.

fin de la Restauration, elle s'élevait à plus de 660000 kilogrammes, auxquels l'importation ajoutait environ 800000 kilogrammes; au commencement du second Empire, elle dépassait 1 million et demi de kilogrammes, et l'importation faisait monter l'approvisionnement total de la France à près de 5 millions de kilogrammes de soie grège. En 1854, l'élevage ayant été très éprouvé par la maladie des vers à soie, la production, qui s'était élevée à 3600000 kilogrammes en 1852, tomba tout à coup; elle ne s'est jamais relevée jusqu'au niveau qu'elle avait atteint. Cependant, M. Natalis Rondot évalue à 4 millions de kilogrammes en moyenne la consommation annuelle de la soie en France de 1878 à 1883, dont un septième environ vient de l'élevage français et les six autres septièmes sont importés (1).

Cette industrie souffre aujourd'hui beaucoup plus que celle du coton; elle est atteinte dans sa matière première qu'elle est obligée d'acheter au dehors, dans la consommation totale de cette matière qui a diminué et dans les prix de vente qui ont baissé (2). L'étranger fait une rude concurrence à la fabrique de Lyon, qui défend énergiquement ses positions en modifiant ses procédés et ses types pour s'accommoder aux exigences du bon marché, mais qui cependant a décru de 7,5

---

(1) CONSOMMATION DES SOIES EN FRANCE.

	FRANÇAISES.	ÉTRANGÈRES.	TOTAL.
De 1874 à 1877	622250	3872000	4495000
De 1878 à 1880	503000	3612000	4125000
De 1881 à 1883	711000	3270000	3981000
En 1889	595000	3532000	4127000

L'importation des soies étrangères en 1889 a été en réalité de 5804000 kilogrammes (5378000 kilogrammes de soies grèges et 426000 kilogrammes de soies moulinées); mais l'exportation a été de 2271000 kilogrammes.

(2) Soies moulinées écrues :

1826	70fr	1866	93fr
1847	60	1885	49

pour 100 en douze ans (1874-1885) [1]. La France ne vend plus (sinon en poids, du moins en valeur sur les marchés étrangers) autant de soieries que vers la fin du second Empire où l'exportation de tissus de soie et fleuret s'était élevée à 485 millions de francs en 1870; elle est retombée à 223 en 1888 [2]. En même temps, les produits étrangers pénètrent plus que par le passé sur notre propre marché : de 3 millions de francs vers 1830 l'importation s'est élevée, surtout depuis 1870, et a monté jusqu'à 33 millions (commerce spécial) en 1887. Quelques réflexions que cette situation suggère sur l'état économique de la France, ce qui demeure constant pour le sujet que nous traitons, c'est qu'il y a eu accroissement dans la consommation française pour cet article de luxe comme pour les articles d'usage plus commun fournis par le coton et la laine.

Nous n'avons pas la prétention de donner la mesure de ce progrès dans les chiffres qui suivent et dans la figure qui les traduit (*fig.* 1), puisque la série en est tirée seulement du commerce extérieur et que ce commerce ne représente qu'une portion, laquelle n'est pas la même à toutes les époques de la consommation; mais nous pensons qu'ils fournissent un indice instructif.

---

(1) Le droit de 1fr par kilogramme de soies grèges et de 2fr par kilogramme de soies ouvrées sur les importations italiennes a, en outre, détourné du marché de Lyon une partie des soies de l'Italie; les fabriques de Milan sont devenues plus actives et l'exportation italienne s'est détournée surtout vers la Suisse et l'Allemagne.

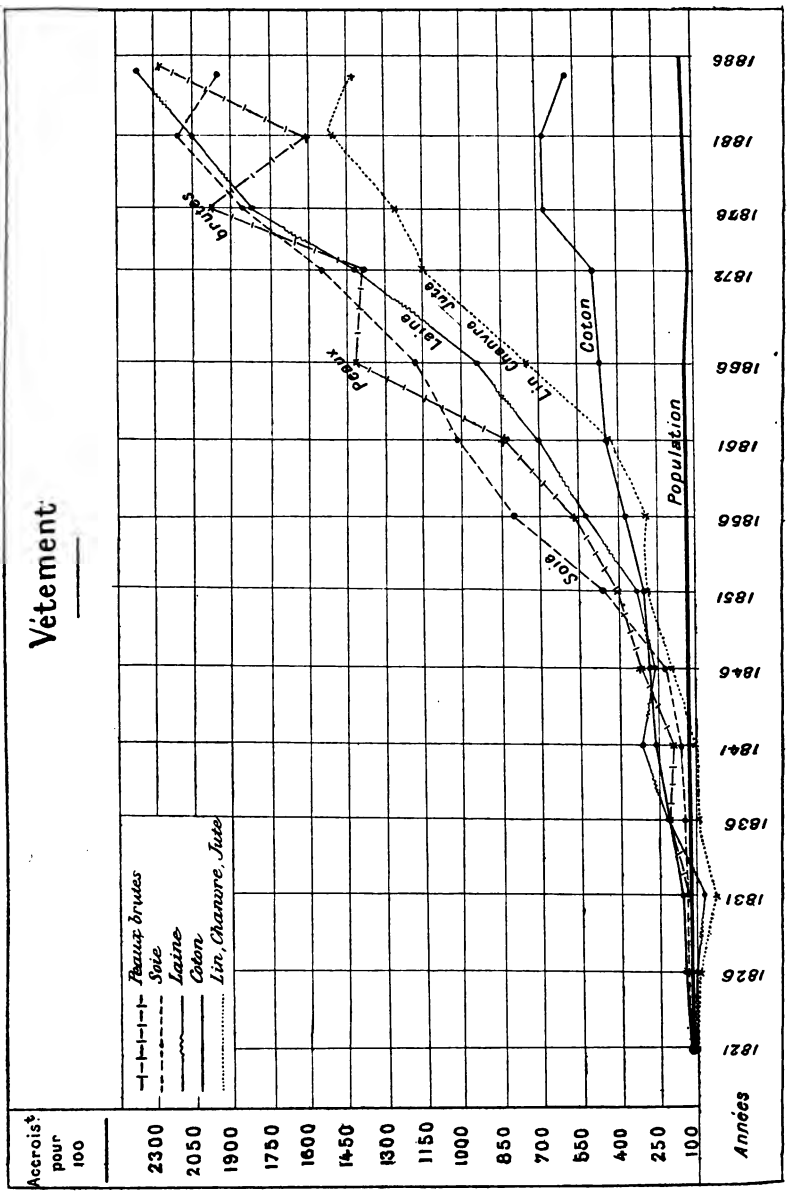
(2) Cependant le poids des soieries exportées qui était de 3 317 000 kilogrammes en 1857, était d'environ 4 millions en 1889.

Tableau I. — INDUSTRIE DES TEXTILES ET DES PEAUX.

ANNÉES. (Moyenne de trois années).	SOIE. — IMPORTATION.		COTON. — IMPORTATION.		LAINE. — IMPORTATION.		LIN, CHANVRE, JUTE. — IMPORTATION.		PEAUX BRUTES. — IMPORTATION.	
	Tonnes.	Accr. pour 100.	Milliers de tonnes.	Accr. pour 100.	Milliers de tonnes.	Accr. pour 100.	Tonnes.	Accr. pour 100.	Tonnes.	Accr. pour 100.
1820-1822.....	540	100	21,3	100	7,0	100	8,7	100	3,5	100
1825-1827	670	124	29,6	138	7,3	105	7,0	80	4,3	122
1830-1832.....	700	129	31,0	145	5,1	73	3,3	37	4,3	122
1835-1837.....	900	166	42,0	197	16,0	227	8,0	91	7,2	205
1840-1842...	960	179	55,3	259	20,0	284	9,6	109	7,2	205
1845-1847.....	1170	216	56,6	265	18,6	264	16,6	190	10,7	305
1850-1852.....	2330	431	63,3	297	25,3	359	24,3	278	14,0	400
1855-1857.....	4400	814	78,6	369	37,3	530	25,6	293	19,3	550
1860-1862.....	5560	1029	94,6	443	50,7	721	36,0	412	29,3	857
1865-1867.....	6460	1196	101,0	474	65,3	930	65,6	571	49,6	1417
1870-1872.....	8300	1537	106,6	500	99,3	1412	97,0	1110	47,6	1360
1875-1877.....	9960	1844	146,6	664	128,0	1820	109,3	1251	69,6	1988
1880-1882.....	11430	2116	141,3	663	144,3	2052	132,6	1518	66,3	1608
1885-1887..	11525	2134	141,1	662	179,2	2560	132,7	1525	78,3	2237

NOTA. — Ces importations sont celles du commerce spécial; l'exportation n'est pas déduite de l'importation.

Fig. 1.


Vêtement
Accroiss.t pour 100
2300
2050
1900
1750
1600
1450
1300
1150
1000
850
700
550
400
250
100
Peaux brutes
Soie
Laine
Coton
Lin, Chanvre, Jute
Peaux
Laine
Lin, Chanvre, Jute
Coton
Population
Soie
Bruyères
1821
1826
1831
1836
1841
1846
1851
1856
1861
1866
1872
1876
1881
1886
Années

Le logement. — Le nombre des maisons est relevé par le ministère des Finances, qui compte, à propos de la perception de l'impôt, les maisons d'habitation et les usines, sans comprendre les constructions non imposables, édifices publics, manufactures, bâtiments ruraux, et par le ministère du Commerce qui, depuis 1851, fait le recensement des maisons d'habitation en même temps que celui de la population, mais qui a compté d'abord toutes les maisons sans distinction, puis les maisons habitées et inhabitées, et en dernier lieu les maisons habitées seulement (*voir* la fin du Chapitre IV du livre II). Les deux statistiques, dressées par des procédés divers et portant sur une chose, « la maison », dont la définition n'est pas précise, ne concordent pas parfaitement. Celle du ministère des Finances fournit seule une série régulière; cette série présente un accroissement constant et un progrès de 42 pour 100 de 1821 à 1886, pendant que le progrès de la population était de 27 pour 100.

Nous avons constaté ailleurs (1) que la population urbaine avait augmenté pendant que la population rurale diminuait. Or, les maisons des villes sont en général plus grandes que celles de la campagne (2) et, si l'augmentation a eu lieu surtout au profit des premières, le nombre des maisons ne donne qu'une idée affaiblie du progrès. Le nombre des portes et des fenêtres a, sous ce rapport, une signification plus précise : que l'accroissement de ce dernier nombre ait pour cause la construction de nouvelles maisons contenant plus de logements, ou la substitution de maisonnettes saines à des chaumières autrefois privées d'air et de lumière, il est dans un cas comme dans l'autre un signe de bien-être. Or, le principal de la contribution des portes et fenêtres a triplé depuis l'applica-

(1) Livre II, chap. IV et XVII.

(2) D'après le *Rapport sur les résultats de l'évaluation des propriétés bâties prescrite par la loi de* 1885, le revenu net moyen des propriétés bâties était de 76fr dans les communes de 2000 habitants et au-dessous, de 141fr dans les communes de 2001 à 5000 habitants et de 231fr dans les communes de plus de 5000 habitants. Ces dernières ne formaient que 13,56 pour 100 du nombre total des propriétés, tandis que les premières formaient 65,41.

tion de la loi de 1835 qui a soumis les ouvertures nouvelles à l'impôt; les maisons imposées avaient en moyenne 5,4 ouvertures en 1822, et 7,2 en 1886 (1), et le nombre total de ces ouvertures a augmenté de 90 pour 100, pendant que la population augmentait de 27.

Tels sont les renseignements numériques que la statistique fournit sur cette question. On peut les prendre comme un essai de mesure approximative. Mais la sécheresse d'un nombre ne donne qu'une idée très insuffisante du changement accompli. On n'est pas loin de la réalité, lorsqu'on déclare que, depuis 1851, la valeur de la propriété bâtie a augmenté en France dans le rapport de 1 à 2 et demi (2). Nous

---

(1) Nombre moyen d'ouvertures imposées par maison :

En 1822	5,4	En 1866	6,5
1835	5,5	1872	6,0
1846	5,9	1876	6,7
1856	6,0	1886	7,2

(2) L'enquête de 1851 avait porté à 19279 millions de francs la valeur des propriétés bâties soumises à l'impôt. La nouvelle évaluation, faite en vertu de la loi du 8 août 1885, la porte à 48563 millions, à savoir :

CLASSIFICATION.	NOMBRE de propriétés.	VALEUR VÉNALE en 1887-89 en millions de francs.	Accroissement de la valeur vénale de 1851-1853 à 1887-1889.
Maisons ordinaires (maisons d'habitation, magasins, etc.)	8869888	44204	149 p. 100
Châteaux et maisons exceptionnelles	44635	1933	261 p. 100
Manufactures et usines	137019	3184	147 p. 100
Locaux occupés dans les bâtiments publics par les instituteurs, curés, fonctionnaires, etc.)	95639	?	
Propriétés de toute nature (non compris les bâtiments publics)	9051542	49321	152 p. 100

Le revenu des maisons ordinaires a même augmenté plus encore que leur valeur vénale, probablement parce que le grand nombre de valeurs mobilières créées depuis 1851 et vers lesquelles s'est portée l'épargne, a eu pour résultat de faire moins rechercher la propriété foncière. Ce revenu

avons vu qu'à la fin de l'ancien régime, des témoins impartiaux s'applaudissaient des progrès accomplis de leur temps; Moheau, par exemple, pensait que les maisons de torchis étaient en moins grand nombre que dans les siècles précédents. Elles sont devenues de nos jours l'exception dans la plupart des départements français. Le mobilier des chaumières s'est amélioré comme le vêtement des habitants. La demeure du paysan fait encore souvent une impression pénible au citadin qui y pénètre aujourd'hui pour la première fois; mais celui qui l'a connue il y a un demi-siècle juge que, s'il reste encore une large place pour les progrès de l'avenir, celui qui a été réalisé dans notre siècle est déjà très sensible (1).

Les chiffres du Tableau II et les courbes qui l'accompagnent (*fig.* 2) fournissent des témoignages irrécusables du progrès du logement, mais n'en sont pas, ainsi que nous venons de le dire, l'expression complète.

Ce progrès a été moindre, en général, dans les petites villes, restées en dehors des courants d'activité économique, que dans les villages; mais il l'est peut-être plus que partout ailleurs dans les grandes villes, où de vieux quartiers ont été démolis et de nouveaux construits, où l'on voit moins de rues obscures et de logements infects, où les demeures mêmes de la bourgeoisie ont gagné, sinon toujours par l'étendue et la commodité, du moins sous le rapport de la distribution des pièces, de l'élégance et de l'hygiène. Il suffit de comparer l'aménagement des cabinets d'aisance dans les maisons vieilles et dans les maisons neuves à Paris pour se faire une idée des changements accomplis. Riches ou pauvres, les habitants ont un mobilier à divers égards plus confortable et d'un luxe plus apparent que celui de leurs pères; probablement moins de linge dans les armoires, moins de provisions dans les buffets et dans les caves, parce que les approvisionnements du com-

---

était en moyenne de 3,65 pour 100 en 1851-1853 et de 4,27 en 1887-1889.

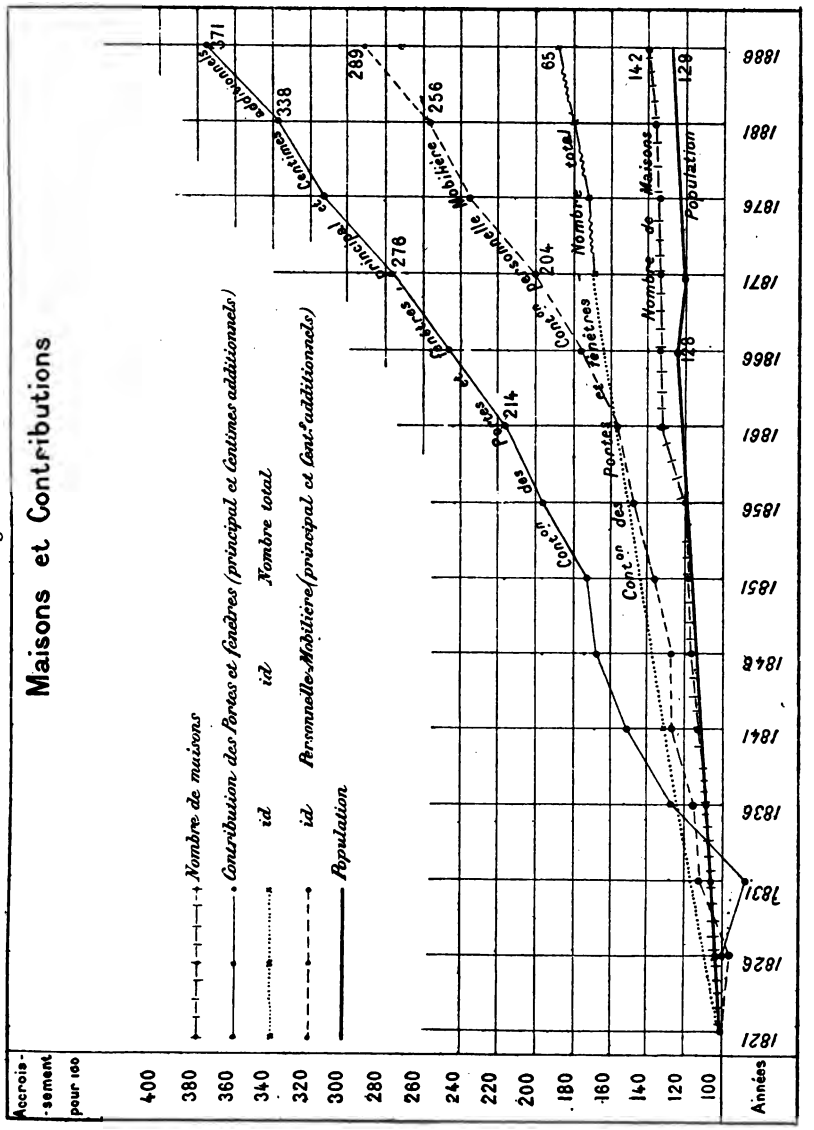
Parmi les maisons, le tiers (33,27 pour 100) avait une valeur locative de 50fr au plus, près de la moitié (48,46 pour 100) une valeur de 50 à 500fr, et moins d'un dixième (8,27 pour 100) une valeur supérieure à 500fr.

(1) On en trouvera un exemple dans *Un heureux coin de terre*, par le comte de Montalivet, 1878.

Tableau II. — MAISONS ET CONTRIBUTIONS.

ANNÉES.	NOMBRE DE MAISONS d'après le ministère des Finances. — (Maisons et usines.)		ANNÉES.	CONTRIBUTION PERSONNELLE ET MOBILIÈRE. — Principal et centimes additionnels.		CONTRIBUTION DES PORTES ET FENÊTRES. Principal et centimes additionnels.		Nombre total de portes et fenêtres d'après le ministère des Finances.	
	Milliers de maisons.	Accroiss. pour 100.		Millions de francs.	Accroiss. pour 100.	Millions de francs.	Accroiss. pour 100.	Par millions.	Accroiss. pour 100.
1821	6341	100	1820-1822	46	100	21	100	33,9	100
1826	6484	102	1825-1827	44	95	21	100		
1831	6677	105	1830-1832	51	110	17	81		
1836	6805	107	1835-1837	54	118	27	129		
1842	7142	112	1840-1842	57	124	32	152	4,48	132
1846	7462	118	1845-1847	58	126	34	162		
1851	7519	119	1850-1852	62	135	37	176		
1856	7623	120	1855-1857	66	145	41	195		
1861	8233	129	1860-1862	73	158	45	214		
1866	8473	133	1865-1867	81	176	51	243		
1872	8477	133	1870-1872	94	204	58	276	56,3	166
1876	8630	136	1875-1877	107	233	65	310	58,5	172
1881	8812	138	1880-1882	118	256	71	338	61,3	180
1886	9017	142	1885-1887	133	289	78	371	65,0	191

Fig. 2.


Maisons et Contributions
Nombre de maisons
Contribution des Portes et fenêtres (principal et centimes additionnels)
id Nombre total
id Personnelle-Mobilière (principal et cent.es additionnels)
Population
Accroissement pour 100
Années
400
380
360
340
320
300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
1821
1826
1831
1836
1841
1846
1851
1856
1861
1866
1871
1876
1881
1886
371
338
289
256
276
214
204
65
142
128
129
Contribution des portes et fenêtres
Nombre total
Nombre de Maisons
Population

merce dispensent la ménagère d'une prévoyance autrefois recommandable. Mais le parquet a remplacé le carreau, les pièces sont plus meublées, les tuyaux de la ville remplacent avantageusement le porteur d'eau; le gaz est dans les ateliers et une lampe éclaire les petits ménages qui se contentaient autrefois de la chandelle.

A Paris et dans beaucoup d'autres villes, la rue est un exemple frappant des transformations accomplies dans la voirie. Elle s'est élargie; elle n'est plus envahie par le ruisseau qui la coupait en deux et l'inondait les jours de pluie; elle est plus régulièrement balayée; elle a des trottoirs; le pavé est meilleur et quelquefois la chaussée est faite de bitume ou de bois; le gaz y a remplacé les lanternes et sur certains points l'électricité fait concurrence au gaz. Les boutiques, même celles du boulanger et du boucher qui étaient autrefois grillées comme des prisons, ont des devantures élégantes et les lumières les égaient (1).

Paris a des halles bien aérées, des abattoirs sains, des hôpitaux d'une architecture monumentale, des places ornées avec luxe, des fontaines, des jardins qui sont des créations de notre siècle. Beaucoup de villes de France se sont embellies à l'exemple de Paris. Ces changements, qui ont profité aux habitants, doivent être considérés non seulement comme un indice, mais comme une des formes du progrès de l'habitation pour les citadins.

La consommation de la houille, des métaux, des matières grasses et des produits chimiques. — Il y a des milliers de marchandises consommées par la population française, qui contribuent à son bien-être, mais dont il serait impossible de dresser l'inventaire comparé. Nous essayons de donner indirectement quelque idée du progrès de cette consommation en plaçant, dans les deux Tableaux III et IV accompagnés de graphiques (*fig.* 3 et 4), un certain nombre de faits qui témoignent de l'activité industrielle et qui peuvent être considérés comme

(1) Cependant à Paris, l'éclairage des boutiques dure moins longtemps en général aujourd'hui qu'il y a quarante ans.

des indices de son développement dans certaines branches de la production.

La houille et le fer sont pour ainsi dire l'âme et les muscles de la grande industrie : ils fournissent une expression de sa puissance. Or, de 1820-1822 à 1885-1887, la consommation de la houille a augmenté dans la proportion de 1 à 17, celle de la fonte dans la proportion de 1 à 20 et celle de l'acier dans la proportion d'environ 1 à 81 (1). N'oublions pas que dans le même temps la population a augmenté de 27 pour 100, soit de 1 à 1,27 et que, par conséquent, si chaque Français consommait en 1821 1 unité de ces substances, il a consommé en 1885 13 unités de houille, 15 unités de fer et plus de 70 unités d'acier.

Sans doute l'expression est exagérée. Toute la houille consommée en France ne l'est pas pour la production industrielle; mais elle l'est d'une manière quelconque pour la satisfaction des besoins de l'homme et c'est là ce qui nous intéresse. On peut en dire autant de la fonte et ajouter que, si la consommation de l'acier a presque centuplé, c'est que, coûtant peu aujourd'hui, il est d'un usage général, tandis qu'il était très cher et, par suite, très rarement employé dans l'outillage en 1830; précisément ce bon marché et cette abondance ont profité à la population.

---

(1) La statistique officielle ne donne la production de l'acier que depuis 1830. C'est pourquoi, voulant établir une comparaison avec la population qui, à cette époque encore, était représentée par 108 (100 étant le point de départ en 1821), nous avons pris ce nombre de 108 pour représenter la quantité d'acier consommée en 1830 et nous obtenons pour 1885-1887 un rapport suffisamment approximatif eu égard au but que nous cherchons à atteindre.

Tableau III. — INDUSTRIE : MATIÈRES PREMIÈRES.

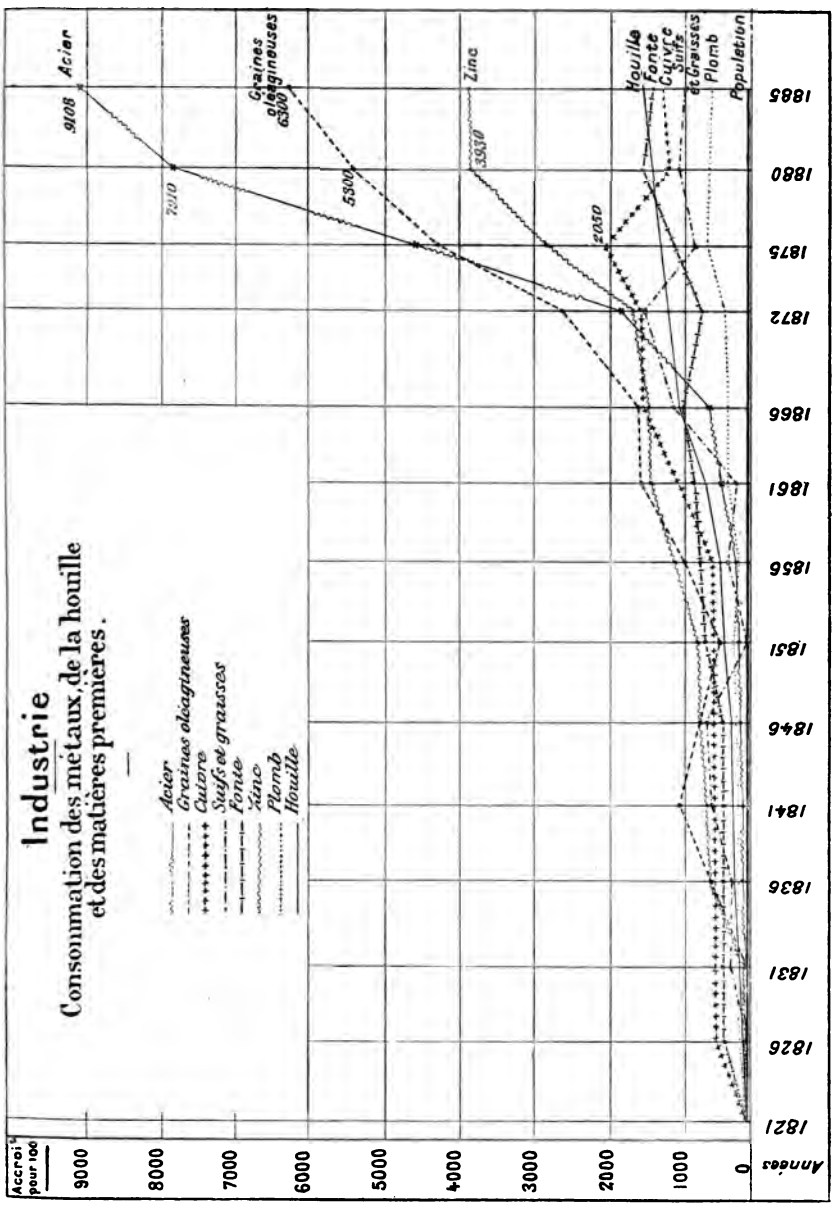
ANNÉES.	HOUILLE. — Production et Importation.		FONTE. — Production et Importation.		ACIER. — Production et Importation.		PLOMB. — Production et Importation.		CUIVRE. — Production et Importation.		ZINC. — Production et Importation.		SUIFS ET GRAISSES. — Importation.		GRAINES OLÉAGINEUSES. — Importation.	
	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.	Milliers de tonnes.	Accroissement p. 100.
1820-1822.	1,8	100	131	100			8	100	2	100	2	100	1,8	100		
1825-1827..	2,1	116	219	167			12	150	4	200	2,5	125	1,9	105		
1830-1832.	2,4	133	262	200	5,6	108	13	162	4	200	2,5	125	3,4	188	6	108
1835-1837.	3,8	211	351	267	6,0	107	16	200	6	300	7,5	375	3,9	216	21	350
1840-1842.	4,8	266	454	346	8,0	142	18	225	9	450	7,5	375	7,8	433	62	1033
1845-1847.	6,8	337	702	535	12,6	225	20	250	10	500	12,0	600	7,8	433	42	700
1850-1852.	7,6	422	931	710	14,1	251	21	262	10	500	14,6	730	3,5	194	27	450
1855-1857 .	12,7	705	1128	861	22,0	393	23	287	16	800	23,0	1150	9,2	511	61	1016
1860-1862..	15,4	855	1209	922	39,0	696	54	675	22	1100	30,7	1535	11,9	661	97	1616
1865-1867..	19,6	1088	1382	1054	41,0	732	42	525	32	1600	31,7	1585	19,6	1088	99	1650
1870-1872..	20,0	1111	1143	872	110,0	1964	46	575	33	1650	35,4	1770	28,3	1572	161	2683
1875-1877..	24,1	1339	1607	1226	256,0	4570	60	750	41	2050	56,0	2800	17,6	977	258	4300
1880-1882..	29,6	1644	2179	1662	443,0	7910	55	687	27	1350	78,0	3900	22,3	1238	318	5300
1885-1887..	30,3	1694	2577	1990	464 (1)	8285	51,9	648	29,6	1480	69,7	3485	26,6	1477	367	6117

NOTA. — Pour établir ces quantités, on a ajouté l'importation à la production métallurgique de la France et l'on a déduit les exportations.

Quant aux suifs, aux graisses et aux graines oléagineuses, il n'a été tenu compte dans ce Tableau que des importations, déduction faite des exportations.

(1) Pour l'acier, la moyenne des exportations l'emporte de 13000 tonnes sur celle des importations pendant la période 1885-1887.

Fig. 3.


Industrie
Consommation des métaux, de la houille et des matières premières.
Acier
Graines oleagineuses
Cuivre
Suifs et graisses
Fonte
Zinc
Plomb
Houille
Accroissement pour 100
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
Années
1821
1826
1831
1836
1841
1846
1851
1856
1861
1866
1872
1875
1880
1885
9108
7010
6300
5900
3930
2050
Acier
Graines oleagineuses
Zinc
Houille
Fonte
Cuivre
Suifs et graisses
Plomb
Population

A côté du fer, nous citons, comme témoignage secondaire, l'accroissement de la consommation des autres métaux usuels : de 1 à 6 $\frac{1}{2}$ pour le plomb, de 1 à 14 pour le cuivre, de 1 à 35 pour le zinc qui est relativement un nouveau venu sur le marché. Nous citons aussi l'accroissement, plus significatif peut-être, des peaux et des matières grasses dont l'importation favorisée par les progrès de la navigation, est venue ajouter un contingent considérable à la production française (1).

Les produits chimiques, qui jouent un grand rôle dans l'industrie comme matières premières ou comme réactifs, ont fait des progrès merveilleux depuis un siècle, grâce à la science qui a pris la direction des fabriques. On estime, vaguement il est vrai, que la France consommait en 1830 environ 14000 tonnes d'acide sulfurique et qu'elle en consomme aujourd'hui plus de 200000; la seule région de Lille, qui, vers 1789, produisait 45 tonnes de cet acide au prix de 20 sous le kilogramme, en a produit en 1888 près de 50000 au prix de 5 à 6 centimes le kilogramme. Ce genre de produit est vraisemblablement celui dont les perfectionnements scientifiques ont le plus abaissé les prix et facilité, par suite, la consommation; en dix ans, de 1878 à 1888, la substitution d'un nouveau procédé (la réaction de l'ammoniaque et du bicarbonate d'ammoniaque sur le chlorure de sodium) au procédé Leblanc a fait tomber de 60fr à 14fr le prix du quintal de soude.

---

(1) Voici la valeur moyenne (exprimée en millions de francs) de l'importation du commerce spécial de ces marchandises :

	MOYENNE DE LA PÉRIODE DÉCENNALE.	
	1827-1836 Millions.	1877-1886 Millions.
Peaux brutes	16	171
Peaux préparées	0,2	32
Bois communs	23	208
Bois exotiques	3	23
Graisses	2	48
Graines oléagineuses	10	153

Les machines à vapeur et les brevets d'invention. — La puissance de la grande industrie se mesure peut-être plus exactement par les machines à vapeur que par le fer et la houille qui servent à leur construction et à leur mouvement. La statistique du ministère des Travaux publics en fournit l'état annuel depuis 1839. La force des 2783 machines de toute sorte enregistrées en 1840, était de 56422 chevaux-vapeur; les chemins de fer étaient alors à leur début et ne possédaient que 142 locomotives; les bateaux à vapeur n'étaient qu'au nombre de 211 et la machine avait peu pénétré jusque-là dans les usines et fabriques. Or, en 1887, le nombre des machines était de 70390 et leur force de 4728836 chevaux-vapeur. Quoique le mode d'évaluation de la force adopté pour la statistique ne soit plus le même (1), on peut dire que l'accroissement a été dans le rapport de 1 à 25 pour les machines et approche de 1 à 80 pour les chevaux-vapeur (2).

La vapeur a aujourd'hui, pour certains usages, une rivale dans l'électricité. Il est vrai que le plus souvent jusqu'ici, c'est la vapeur qui fournit l'électricité; mais les moteurs hydrauliques ont déjà leur part, qui augmentera probablement dans l'avenir. C'est une force nouvelle mise à la disposition de l'industrie humaine par la science, qui ne figure pas dans le précédent calcul.

Le progrès de la force motrice (3) est assurément un des

---

(1) Avant 1876, l'administration comptait invariablement 100 chevaux-vapeur par locomotive; depuis 1876, elle donne la force réelle, qui est beaucoup plus considérable. On évaluait aussi trop bas, avant cette époque, la force des bateaux à vapeur.

(2) Le rapport est celui de 114 (nombre représentant en 1840 la population, 100 étant la population de 1821), à 2850 et à 8984.

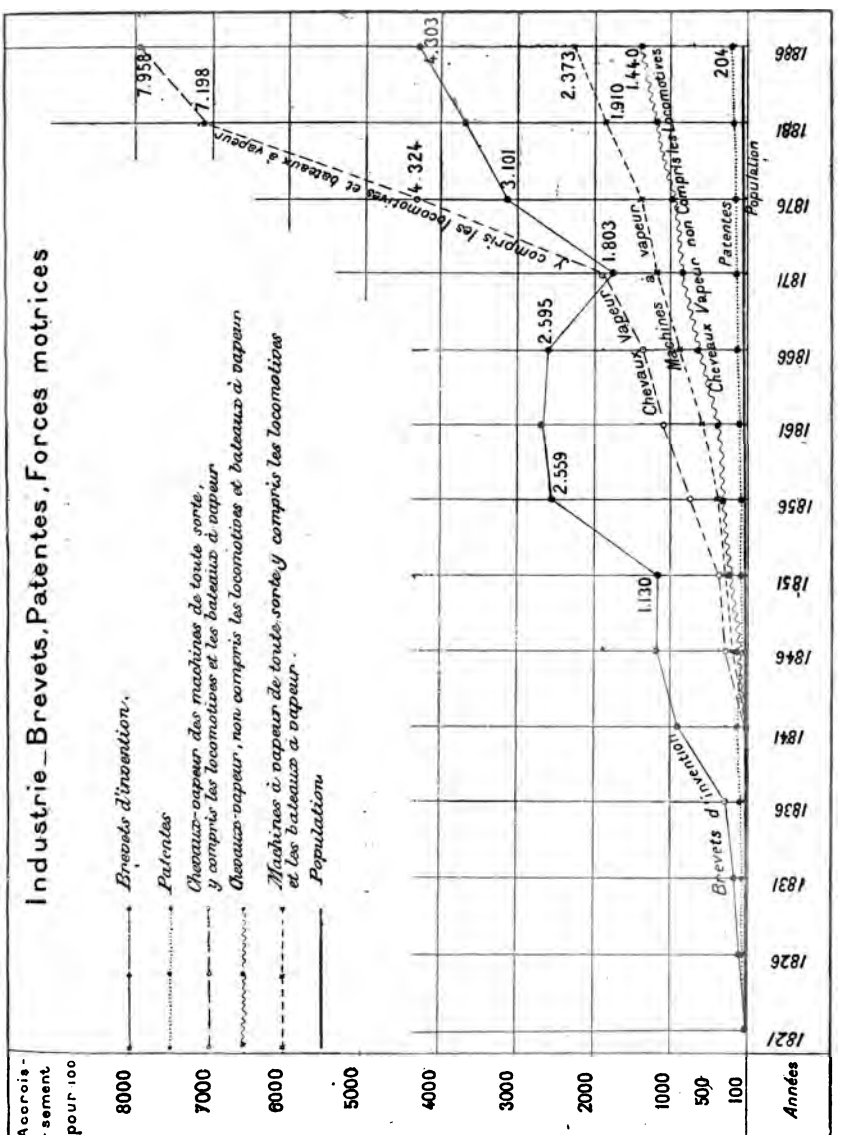
(3) Ce progrès n'est que celui de la force motrice. Il faudrait pouvoir mesurer celui de l'outillage entier des usines, manufactures et ateliers. La mesure nous manque et l'importation dont nous insérons ici les chiffres n'en donne qu'une idée bien insuffisante.

	IMPORTATIONS (COMMERCE SPÉCIAL). Moyenne de la période décennale.	
	En millions de fr. 1827-1836.	En millions de fr. 1877-1886.
Machines et mécaniques.....	1	55
Outils et ouvrages en métal..	2	22

Tableau IV. — INDUSTRIE, BREVETS, PATENTES, FORCES MOTRICES.

ANNÉES.	BREVETS D'INVENTION.		PATENTES. (Nombre des articles du rôle des patentes.)		MACHINES A VAPEUR de toute sorte, y compris les locomotives et les bateaux à vapeur.		Force en CHEVAUX-VAPEUR des machines de toute sorte employée par l'industrie privée, y compris les locomotives et les bateaux à vapeur.		Force en CHEVAUX-VAPEUR des machines spécialement employées par l'industrie privée (sans les locomotives et les bateaux à vapeur).	
	Nombre des brevets (sans les certific. d'addition).	Accroiss. p. 100.	Nombre en milliers d'unités.	Accroiss. p. 100.	Nombre.	Accroiss. p. 100.	Nombre en milliers d'unités.	Accroiss p. 100.	Nombre en milliers d'unités.	Accroiss. p. 100.
1820-1822	168	100	955	100						
1825-1827	226	134	1125	117						
1830-1832	273	163	1150	120						
1835-1837	660	395	1252	131						
1840-1842	1630	964	1425	148	2882	114	58	114	50	114
1845-1847	2100	1250	1382	144	5690	197	118	232	58	116
1850-1852	1900	1130	1432	149	7281	252	218	429	80	160
1855-1857	4300	2559	1683	176	12766	443	398	765	125	250
1860-1862	4530	2696	1729	181	20133	698	559	1098	175	350
1865-1867	4360	2595	1721	181	27500	954	750	1474	310	620
1870-1872	3030	1803	1730	181	34100	1184	955	1877	365	730
1875-1877	5200	3101	1800	188	42000	1458	2200	4324	420	840
1880-1882	6170	3630	1870	195	55013	1910	3662	7198	570	1140
1885-1887	7230	4303	1955	204	68405	2373	4616	7958	720	1440

Fig. 4.


Industrie_Brevets, Patentes, Forces motrices
Accroissement pour 100
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
500
100
Années
Brevets d'invention.
Patentes
Chevaux-vapeur des machines de toute sorte, y compris les locomotives et les bateaux à vapeur
Chevaux-vapeur, non compris les locomotives et bateaux à vapeur
Machines à vapeur de toute sorte, y compris les locomotives et les bateaux à vapeur.
Population
1821
1826
1831
1836
1841
1846
1851
1856
1861
1866
1871
1876
1881
1886
7.958
7.198
4.324
4.303
3.101
2.595
2.559
2.373
1.803
1.910
1.440
1.130
204
Brevets d'invention
Chevaux vapeur
Machines à vapeur
Chevaux vapeur non compris les locomotives
Patentes
Population

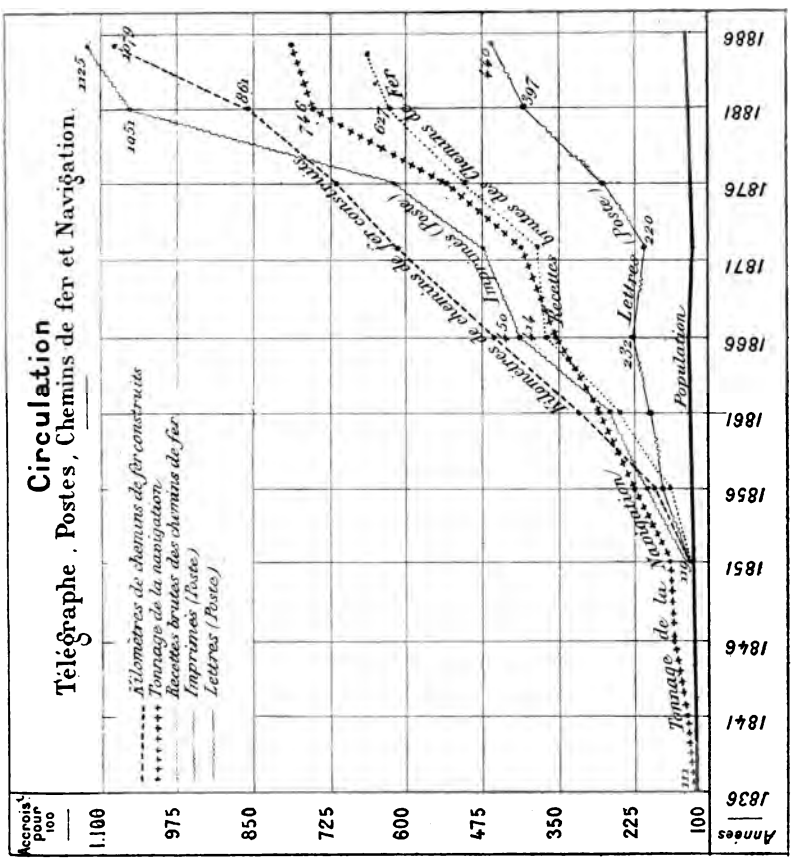
plus considérables et des plus caractéristiques de notre temps et un de ceux qui expliquent le mieux la diffusion et le développement général du bien-être. En effet, si, conformément à l'évaluation de l'administration des mines, on estime le travail d'un cheval-vapeur comme équivalant à celui de 21 manœuvres, on voit, d'une part, qu'en 1840, l'industrie et le commerce disposaient de 1 185000 manœuvres de cette espèce, dont le travail ne coûtait que de la houille et en a coûté, depuis ce temps, d'autant moins que la Mécanique s'est perfectionnée davantage, qui ne réclamaient aucune part dans les bénéfices et dans les jouissances de la vie, qui étaient de véritables esclaves, les plus sobres, les plus dociles, les plus infatigables que l'imagination puisse rêver; d'autre part, qu'en 1885-1887 leur nombre s'était élevé à près de 98 millions : deux esclaves et demi par habitant de la France. Or, comme il s'en faut de beaucoup que le nombre des citoyens actifs d'un pays, entrepreneurs ou salariés, soit égal à celui des habitants, on peut se faire une idée de l'immensité du service que la Mécanique a rendu à l'homme pour la production des richesses et pour la commodité de l'existence.

Le nombre des producteurs de l'industrie a augmenté, depuis 1820, comme on peut s'en rendre compte par le nombre des patentes qui a doublé (955000 en 1820-1822 et 1955000 en 1885-1887); mais beaucoup moins que la force productive et que la quantité des produits. Il n'y a pas lieu de s'étonner qu'il en soit ainsi.

Dans une société active, où la science a transformé et transforme chaque jour les procédés industriels en accroissant cette force productive et en créant de nouveaux produits, il est rationnel que l'invention ait pris un rapide essor; la statistique des brevets, qui sont secondés, il est vrai, par les facilités de la loi de 1844, constate une augmentation de 1 à 43 en soixante-cinq ans.

Les transports et la circulation. — Sans vouloir entasser trop de preuves pour démontrer l'évidence, nous invoquerons

Fig. 5.



encore quelques témoignages empruntés à la circulation. Depuis 1850 le transport des lettres par la poste a plus que quadruplé, celui des imprimés a décuplé, il y a dix fois plus de kilomètres de chemins de fer, lesquels ont transporté dix fois plus de voyageurs et trente fois plus de marchandises en

Tableau V. — CIRCULATION. — TÉLÉGRAPHE, POSTES, CHEMINS DE FER ET NAVIGATION.

ANNÉES.	TÉLÉGRAPHE.		POSTES.		IMPRIMÉS.		CHEMINS DE FER.		RECETTES BRUTES DE CHEMINS DE FER.		TONNAGE TOTAL DE LA NAVIGATION DANS LES PORTS DE FRANCE. (Entrée et sortie réunies des navires chargés français et étrangers.)	
	Milliers de dépêches.	Accr. pour 100.	Millions de lettres.	Accr. pour 100.	Millions d'imprimés.	Accr. pour 100.	Nombre de kilomètres construits	Accr. pour 100.	Millions de francs.	Accr. pour 100.	Millions de tonnes.	Accr. pour 100.
1820-1822...												
1825-1827...												
1830-1832...											1,9	107
1835-1837...											2,6	111
1840-1842...											3,0	115
1845-1847...											3,9	150
1850-1852...			140	119	70	119	3010	119	170	119	4,2	161
1855-1857...	500	120	245	175	131	187	5535	183	281	165	5,9	227
1860-1862...	800	160	273	195	189	270	9440	313	458	269	7,3	281
1865-1867...	2630	256	326	232	290	414	13563	450	620	364	9,4	361
1870-1872. .	5500	1100	308	220	332	474	18536	616	673	396	10,9	419
1875-1877..	8000	1600	378	270	435	621	21546	715	856	503	13,8	531
1880-1882...	19700	3940	557	397	736	1051	25920	861	1066	627	19,4	746
1885-1887...	27090	5418	640	457	857	1224	32491	1079	1040	612	21,3	819

1888 qu'en 1850 (¹) et, si leur recette totale a seulement sextuplé, c'est que les premiers desservaient les régions les plus riches, tandis qu'ils rayonnent aujourd'hui sur tout le territoire. La navigation dans les ports de France, dont on déplore parfois l'état stationnaire, est à peu près huit fois plus considérable aujourd'hui qu'elle n'était en 1830.

Les caisses d'épargne, l'escompte et le commerce. — Si nous interrogeons le commerce, il répond dans le même sens.

L'escompte des effets de commerce à la Banque de France est seize fois plus considérable qu'en 1820, et cependant on sait que, si la Banque de France a attiré par ses succursales une grande quantité d'effets de commerce des départements qui ne venaient pas auparavant jusqu'à elle, il s'est créé à Paris depuis une vingtaine d'années des banques qui lui enlèvent en temps ordinaire une notable partie des affaires (²).

(¹) Voici de cinq en cinq ans le progrès des transports par chemins de fer exprimé en millions de voyageurs kilométriques et de tonnes kilométriques, c'est-à-dire de parcours de kilomètres faits par des voyageurs ou par des tonnes de marchandises :

Années.	Millions de voyageurs kilométriques.	Millions de tonnes kilométriques.
1845	247	97
1850	739	314
1855	1822	1517
1860	2521	3119
1865	3226	5172
1870	4272	5057
1875	4787	8136
1880	5863	10350
1885	7025	9791
1888	7345	10409

En même temps le prix moyen réel du transport a baissé (à cause surtout des billets de faveur, billets à prix réduits, etc.), de 6 centimes 4 pour les voyageurs et 11 centimes 6 pour les marchandises par kilomètre en 1845 à 4 centimes 54 et 5 centimes 8 en 1887.

(²) En 1876, les quatre principales sociétés de crédit de Paris avaient en dépôt 560 millions; en 1888, les mêmes sociétés avaient en dépôt 910 millions. En 1877, la Chambre de compensation des banquiers de Paris avait un mouvement d'affaires de 2200 millions; en 1888, un mouvement de 5418 millions. (*Voir* le discours du Ministre des finances, M. Rouvier, à la séance de la Chambre des députés du 21 mai 1889.)

Les versements aux Caisses d'épargne ont plus que décuplé. Il est vrai qu'une grande part de cet accroissement est due à la loi qui, en 1881, a porté de 1000fr à 2000fr le montant du livret individuel et autorisé le versement intégral de cette somme en une fois.

Néanmoins, la part réelle des petites épargnes, réalisées par des ouvriers, des domestiques, des employés, des artisans ou des bourgeois, s'est considérablement accrue.

Quelque extension qu'aient pris — hors des limites rationnelles de l'institution — les dépôts aux Caisses d'épargne, ils ne représentent que la moindre partie des épargnes, qui, chaque année, grossissent le capital de la France. Bon an, mal an, on évalue en moyenne cette épargne à un milliard et demi de francs, depuis une quinzaine d'années au moins. Les entreprises qui se constituent sous forme de sociétés et dont le capital est représenté par des titres mobiliers en absorbent la plus grande partie. En 1871, M. Wolowski évaluait à 55 milliards la valeur totale des titres mobiliers en France et, il y a soixante ans, ces titres qui commençaient à peine à avoir un marché en dehors des fonds d'État ne représentaient certainement pas la dixième partie de cette somme. En 1888, deux statisticiens très compétents sur la matière, MM. Coste et Neymark, estimaient la valeur des titres mobiliers l'un à 70, l'autre à 80 milliards (1).

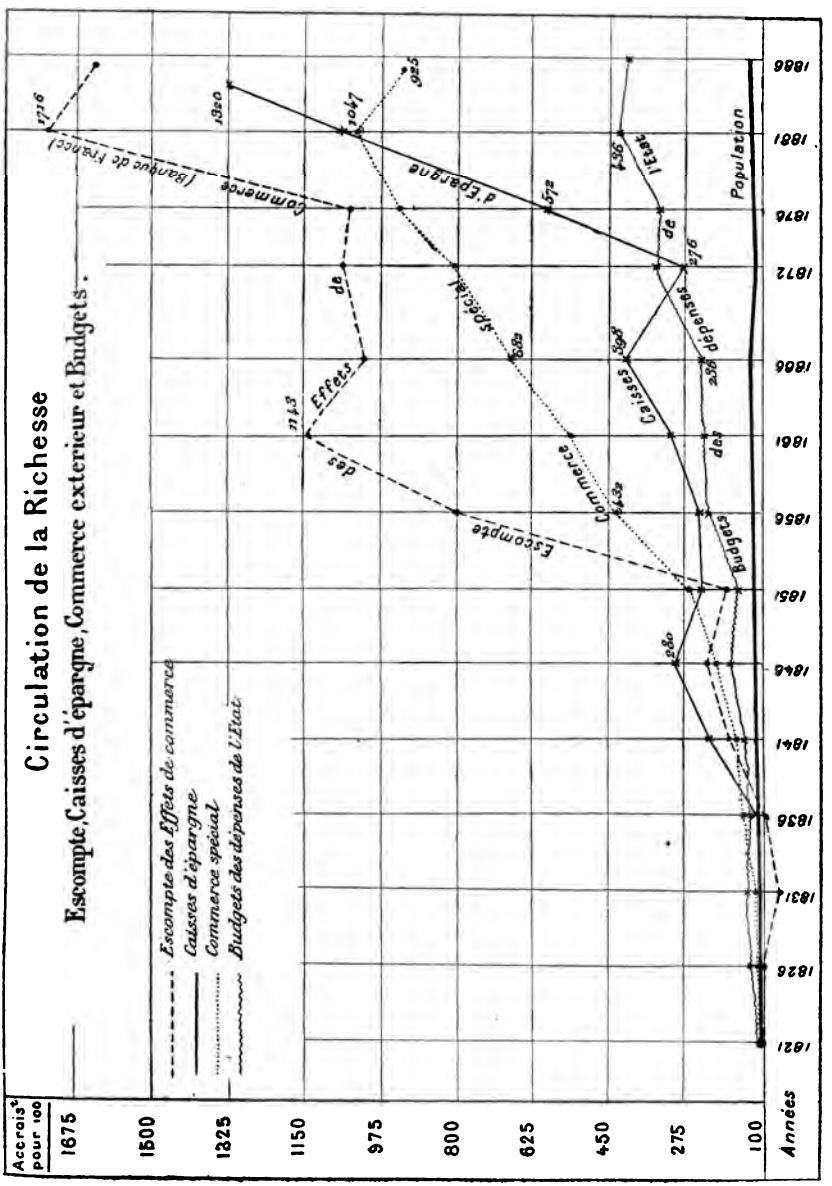
Le commerce extérieur, favorisé par le progrès des voies de communication non moins que par celui de la richesse, a presque décuplé depuis 1821.

Nous ne citons que pour mémoire l'accroissement des dépenses de l'État : le grossissement des budgets publics n'est pas toujours réglé sur celui de la fortune des contribuables ; toutefois il est certain qu'une nation qui supporte sans révolte un impôt quadruplé, est une nation dont les ressources ont dû s'accroître.

---

(1) Des statisticiens estiment que les Français ne possèdent pas aujourd'hui moins d'un demi-milliard de revenu provenant de placements ou titres mobiliers sur l'étranger.

Fig. 6.


Circulation de la Richesse
Escompte, Caisses d'épargne, Commerce extérieur et Budgets.
Escompte des Effets de commerce
Caisses d'épargne
Commerce spécial
Budgets des dépenses de l'Etat
Accroiss.s pour 100
1675
1500
1325
1150
975
800
625
450
275
100
Années
1821
1826
1831
1836
1841
1846
1851
1856
1861
1866
1872
1876
1881
1886
Population
Budgets
Escompte
Commerce
Caisses
Effets
Commerce
(Banque de France)
d'Epargne
spécial
Etat
dépenses
des
des
des
1716
1313
1047
1350
572
976
980
1432
1898
1964
980

L'inventaire général de la richesse. — Quelque objection qu'on puisse faire au choix de chacun des articles de ce chapitre en arguant que, pris en particulier, il n'est pas probant ou qu'une part notable de son accroissement est due à certaines causes spéciales, voire même à une manière différente de dresser la statistique, l'ensemble montre d'une manière manifeste ce que nous voulions prouver : c'est que la richesse en France, depuis la Restauration, a progressé plus vite que la population. Si la quantité d'aliments a doublé, la somme des produits fabriqués a peut-être triplé et au delà, la circulation a augmenté beaucoup plus encore et, en général, comme nous l'avons déjà remarqué dans d'autres ouvrages ([1]), les produits manufacturés, plus faciles à multiplier que les produits agricoles, ont fait des progrès plus rapides; parmi les produits manufacturés, ceux dont la matière première a pu être tirée en quantité illimitée de l'étranger, ceux dont la Mécanique ou la Chimie ont transformé la fabrication sont dans la catégorie la plus favorisée; les transports, grâce à la vapeur, ont gagné en général plus que les marchandises et leur progrès est même une des grandes causes de la multiplication des marchandises.

Des statisticiens ont cherché à diverses reprises à dresser un inventaire général de la richesse et du revenu de la France. On n'a réussi qu'à esquisser des évaluations, toujours très critiquables. Néanmoins, quand on rapproche la suite de ces évaluations, totales ou partielles, faites à diverses époques par des contemporains, on voit qu'il y a une gradation et qu'elles sont beaucoup plus élevées aujourd'hui qu'il y a une soixantaine d'années. Si chacun de ces chiffres ne représente pas exactement la valeur des richesses nationales à une époque déterminée, la constance de la progression dans ces évaluations successives nous semble une démonstration du progrès. Nous donnons donc, dans le Tableau VI (p. 138 et 139), les estimations soit officielles, soit privées qui nous ont paru le plus dignes d'attention.

([1]) Notamment dans *La Question de l'Or*, ouvrage publié en 1859.

Ne voulant pas traiter à fond une question qui exigerait un long développement (1), nous nous contentons de les enregistrer en indiquant la source et sans discuter la valeur des chiffres. Nous faisons cependant remarquer que les revenus, revenu brut total, revenu brut agricole, revenu net agricole, revenu industriel, sont des quantités qu'il est impossible de déterminer avec quelque exactitude et que la comparaison de deux résultats de cette nature ne doit être faite qu'avec beaucoup de réserve, que la valeur de la propriété foncière est un élément un peu plus précis de connaissance que celle des successions et donations annuelles dont la série, résultant de déclarations des contribuables, et la plus complète que nous possédions en ce genre, fournit, malgré les fraudes, l'indice le plus certain du progrès de la fortune immobilière et même mobilière en France, que l'augmentation du nombre des cotes foncières correspond probablement dans une certaine mesure à une augmentation du nombre des propriétaires et enfin que la valeur moyenne de l'hectare, provenant d'enquêtes du ministère des Finances ou du ministère de l'Agriculture, est un témoignage considérable de l'accroissement de la richesse agricole.

A la progression des nombres de ce Tableau on peut objecter que l'argent n'a plus aujourd'hui autant de valeur qu'en 1820. L'objection est grave et il n'est pas douteux qu'il faille rabattre quelque chose du triplement et du quadruplement de la fortune des Français qu'indiquent la plupart des séries. Toutefois, il n'y a peut-être pas à réduire autant qu'on se l'imagine. Si dans presque toutes les conditions sociales nous dépensons plus d'argent que nos pères, il faut en rapporter la cause moins au renchérissement de chaque marchandise qu'à l'accroissement général des consommations. Nos besoins se sont multipliés; ce changement même est une conséquence du progrès de la richesse en même temps qu'il est la manifestation

(1) *Voir* dans notre ouvrage *La France et ses Colonies,* le dernier Chapitre « la fortune publique de la France » du Livre septième, *Le Commerce.*

Tableau VI.

DATES.	VALEUR en capital de la fortune de la France (en milliards de fr.).	REVENU brut total (en milliards de fr.).	VALEUR de la propriété foncière (en milliards de fr.).	REVENU brut agricole (en milliards de fr.).	REVENU net agricole (en milliards de fr.).	CAPITAL mobilier (en milliards de fr.).	REVENU industriel (en milliards de fr.).	VALEUR en capital des successions (avec les donations) (en millions de fr.).	COMMERCE spécial extérieur (en milliards de fr.).	COTES FONCIÈRES par millions d'unités.	VALEUR moyenne de l'hectare (en francs).
1780	38 (1)	4,01 (2)		4,0 (3)	1,5 (4) 2,4 (5)				0,9		
1789			42 (6)	2,7 (7)	1,2 (7) à 1,05 (8)		0,9 (7)				
1790		4,65 (2)									
1791					1,44 (10)						
1800		5,40 (2)									
1810		6,27 (2)		4,7 (11)							
1812			37 (12)				1,3 (13)				
1815	45 (14)				1,62 (15)		1,8 (16)		0,621		
1818					1,34 (16)						
1820	120 (17)	7,86 (2)	40 (18) 60 (19)	5,2 (20) 5,0 (21)	1,75 (22)	15 (23) 60 (24)			0,8		
1821					1,58 (25)					10,2	500
1825			39,5 (26)					1600			
1826	71 (27)							1786		10,3	
1830		8,80 (2)						1916	0,9		
1831			36,8 (28) 4,3 (29)		1,9 (30) 2,0 (31)						
1835				6,7 (32)				2059	1,0	10,9	1000
1839				Plus de 6,2 (33) 6,0 (34)		40 (35)					
1840					2,50 (36)			2216	1,4		
1843			45	7,5 (37)	2,0 (38)		4,167 (39)	2444	1,7 (40)		
1847			Plus de 100 (41)					2055			
1850		16,5 (42)		8 (43)		45 (44)	8,5 (45)	2684	1,8		
1851			83,7 (46) 92 (47)	8,35 (48)	2,64 (49)	33 (50)		3133	2,8	12,4	1276
1858			19,3 (51)		2,31 (52)	114 (53)					
1860				5,00 (54)				3526	4,1		
1862				8,00 (55)	3,096 (56)		10 (57)			13,6	
1866		[illegible] (58)		[illegible] (59)				[illegible]	[illegible]		[illegible]

1869	157 (61)						[illegible]			13,8	
1871	175 (62)		120 (63)				55 (64)				
1872	179 (65) 195 (66)		100 (67)				95 (68)		5079		
1873	159 (69)		Plus de 120 (70)	16 (71)							
1874					3,959 (72)		100 (73) 105 (74)		5777	7,4 (75)	2000
1877	200 (76)	25,0 (77) 26,0 (78)	100 (79)								
1878	240 (80) 240 (81) 210 (82)		135 (83) 196 (84) 125 (85)	13,5 (86)	5,20 (87)		44 (88)	12,5 (89)		7,3	
1879	243 (90)		136,5 (91)				106 (92)			8,5 (93)	14,29	1830
1881	216 (94)				2,6 (95)		101 (96)		6001 (97)		
1882	210 (98)		130 (99)	13,4 (100)			80 (101)				
1885	240 (102)		120 (103)				100 (104)		6429	7,57 (105)	14,27	1785 (106)
1888			140 (107)						6586 (108)		
1889			48,5 (109)				70 (110) 80 (111)			8,02	

(1) Estimation de Lavoisier et Tolosan, revue par Moreau de Jonnès et Lavergne. Capital foncier : 28 (agricole : 21, urbain : 7); capital mobilier : 10, cité par M. Fournier de Flaix : Société de Statistique; décembre 1885. — (2) Cités par Schnitzler. — (3) Dupont de Nemours. — (4) Calonne. — (5) Young. — (6) Capital engagé dans l'agriculture. — (7) Lavoisier. — (8) Sans les animaux. — (9) D'après Tolosan, qui comprend les matières premières pour 55 p. 100, les salaires pour 45 p. 100, les bénéfices pour 10 p. 100. — (10) Revenu net cadastral. — (11) D'après Chaptal; mais il ajoute 1400 millions pour valeur des semences, que Lavoisier n'avait pas comptée. — (12) D'après Chaptal (propriété agricole). — (13) D'après Montalivet, *Exposé de la situation de l'Empire en* 1812. — (14) D'après Chaptal : capital foncier, 34 (agricole, 26, urbain, 8); capital mobilier, 11 (cité par M. Fournier de Flaix). — (15) Répartit on de 1815. — (16) Chaptal. — (17) D'après J.-B. Say (dont 60 mobilier et 60 immobilier). M. de Foville a critiqué avec raison cette évaluation comme étant trop forte. — (18) Block. — (19) J.-B. Say. — (20) Dupin. — (21) Châteauvieux. — (22) D'après Châteauvieux, vers 1820. — (23) Block. — (24) J.-B. Say (?). — (25) Revenu net cadastral. — (26) Evaluation officielle. — (27) D'après M. Fournier de Flaix, en multipliant 1867 millions (valeurs successorales ?) par 36. — (28) Dutens (valeur des terres). — (29) Dutens (valeur de la propriété bâtie). — (30) Dupin. — (31) Thiers. — (32) Dutens. — (33) Statistique de l'agriculture de la France. — (34) Dombasle. — (35) Block. — (36) Thiers. — (37) Roger. — (38) Schnitzler (?). — (39) Enquête de 1845. — (40) En 1845. — (41) Block. — (42) Moreau de Jonnès. — (43) Block. — (44) Moreau de Jonnès : arts et manufactures, 4,5; manufactures, 4. — (45) Evaluation officielle. — (46) Girardin. — (47) Statistique officielle de 1852, publiée en 1860. — (48) Evaluation officielle : revenu net cadastral. — (49) Girardin. — (50) Propriété bâtie (Enquête officielle). — (51) Enquête agricole. Révision générale sur la propriété bâtie. — (52) Block. — (53) Lavergne, en déduisant les données administratives et en ajoutant 250 millions pour les bois. — (54) Foy (en 1860). — (55) Revenu net cadastral. — (56) Foy. — (57) De Foville. — (58) Végétaux (statistique officielle). — (59) Animaux. — (60) En 1865. — (61) De Foville. — (62) Block (titres mobiliers). — (63) Wolowski : Dit à la tribune de la Chambre des Députés, le 22 décembre 1871, entre 150 et 200 milliards. — (64) Wolowski. — (65) Duc d'Ayen. — (66) Block. — (67) Dont 6 pour les animaux et 10 pour les cultures (statistique officielle). — (68) Revenu net cadastral. — (69) Mony. — (70) En 1875. — (71) Mony. — (72) Leroy-Beaulieu. — (73) Mony. — (74) Amelin. — (75) Vacher, après correction (donnait d'abord 260). — (76) De Foville. — (77) Dont 13,5 agricole et 12,5 industriel (Vacher). — (78) Amelin. — (79) Vacher. — (80) Dont 100 pour la propriété non bâtie et 25 pour la propriété bâtie (de Foville). — (81) Vacher. — (82) Vacher. Revenu net imposable sur la propriété bâtie en comptant le travail du cultivateur et sans compter le revenu de la propriété bâtie, soit 1,04. — (83) Vacher. — (84) Dont 7,6 pour les matières premières, 2,2 pour les salaires, 0,9 pour le loyer et l'outillage, 1,7 pour les bénéfices (Vacher). — (85) Dont 136,5 du capital foncier et 106 du capital mobilier. — (86) Dont 91,5, d'après la nouvelle évaluation de 1879-1881, pour la propriété non bâtie et 45 pour la propriété bâtie, estimée d'après un revenu de 2,2 (Ministère des finances). — (87) D'après les valeurs successorales. — (88) En 1880. — (89) Mony. — (90) Rente foncière, statistique agricole. — (91) Mony. — (92) En 1880. — (93) De Foville. — (94) Statistique agricole. — (95) De Foville. — (96) Fournier de Flaix. — (97) De Foville. — (98) Fournier de Flaix. — (99) En 1884. — (100) Fournier de Flaix. — (101) En 1886. — (102) Propriété bâtie (enquête officielle). — (103) Titres mobiliers, d'après Carte. — (104) Titres mobiliers, d'après Neymarck.

du bien-être. En réalité, la moyenne du prix de la majorité des objets de consommation s'est abaissée.

L'habitude des jouissances inconnues à nos pères ou rares pour eux est si profondément entrée dans nos mœurs que nous crions misère dès qu'il faut retrancher quelque chose de ce que les siècles passés auraient considéré comme un superflu ou comme un rêve irréalisable. Sans doute, certains articles de l'alimentation, la viande et les légumes frais, par exemple, ont augmenté de prix; cependant, comme on en produit davantage, il faut reconnaître que ce renchérissement est dû à ce que le nombre des consommateurs assez riches pour les acheter a augmenté plus rapidement encore que la marchandise offerte. La valeur des terres, qui est en baisse depuis 1880, s'était élevée en conséquence de l'augmentation de la quantité et de la valeur de leurs produits. Le loyer des maisons a augmenté aussi; beaucoup moins cependant dans la plupart des petites villes que dans les grandes. Mais le blé ne coûte pas plus et coûte même moins qu'au commencement du siècle; les cultivateurs s'en sont plaints amèrement. Beaucoup de denrées exotiques sont en baisse par suite de la facilité d'approvisionnement. Le plus grand nombre des produits manufacturés, tissus, meubles communs, faïences et verreries, objets en métal, sont beaucoup moins chers qu'autrefois, grâce aux perfectionnements de l'industrie. L'argent, toute balance faite, a peut-être un peu moins, mais n'a certes pas beaucoup moins de puissance d'achat en 1890 qu'en 1820, et probablement qu'en 1789.

Les salaires. — Une dernière question se pose : le bienfait de cet accroissement de richesse s'est-il fait sentir jusque dans les classes pauvres? L'ouvrier en a-t-il profité comme les propriétaires d'immeubles dont la rente avait triplé en trois quarts de siècle (1).

Le salaire agricole sous le premier Empire paraît avoir été en moyenne d'environ 1fr à 1fr,10; puis de 1fr,25 vers 1820,

(1) Toutefois depuis plus de dix ans le revenu des propriétaires de fermes, dans le rayon d'approvisionnement de Paris surtout, a baissé sensiblement.

d'après Chaptal ; d'après Moreau de Jonnès, de 1fr,30 en 1840 ; de 1fr,85 pour les hommes en 1862 et de 2fr,32 en 1881, d'après la statistique du ministère du Commerce. D'après ces renseignements, il aurait doublé de 1820 à 1880 (1). Dans une période moitié plus courte, de 1852 à 1882, les enquêtes décennales de l'Agriculture constatent une augmentation de 57 et de 60 pour 100 pour les ouvriers agricoles.

SALAIRES AGRICOLES COMPARÉS

D'après les enquêtes décennales du Ministre de l'Agriculture.

	1852.	1862.	1882.	ACCROISS. P. 100 de 1852 à 1862.	
OUVRIER NON NOURRI :	fr.	fr	fr.		
Homme : hiver (la journée)...	1,41	1,85	2,22	57	20
Id. été id.....	»	2,77	3,11	»	12
Femme : hiver id.....	0,89	1,14	1,42	60	24
Id. été id.....	»	1,73	1,87	»	8
Enfant : hiver id.....	0,64	0,82	0,94	47	14
OUVRIER NOURRI :					
Homme : hiver (la journée)....	»	1,08	1,31	»	21
Laboureurs et charretiers (à l'an).	»	256 »	324 »	»	»
Servants de ferme (à l'année)..	»	130 »	235 »	»	»

De 1862 à 1882, en vingt ans, l'augmentation a été de 65 centimes au moins (ouvrier non nourri en hiver) dans l'Aude, la Seine, l'Aveyron, les Pyrénées-Orientales, l'Orne, la Cha-

(1) *Voir* M. Beauregard, *Essai sur la théorie du salaire*, première partie. M. A. de Foville, cité par M. Chevallier (*Les salaires au* XIXe *siècle*), donne comme revenu moyen d'une famille d'ouvriers agricoles 400fr en 1813 et 800fr en 1870-1875.

M. Risler, dans son rapport sur la situation de l'Agriculture dans le département de l'Aisne, donne 0fr,60 en 1820-1830 et 2fr,10 en 1875-1884 comme représentant le salaire moyen en argent de l'ouvrier nourri par le fermier.

M. Chevallier cite l'accroissement des salaires dans le domaine de La Grange, propriété de M. de Montalivet, de 1825 à 1878 ; cet accroissement a varié, suivant les professions, de 100 à 160 pour 100. Dans la ferme de Tremonvilliers (Oise) il s'est élevé, entre 1834 et 1884, de 66 à 200 pour 100, suivant les professions. Dans une ferme de Marchiennes-Campagne (Nord), le journalier était payé 1fr en 1845 et 2fr,50 en 1883 ; l'accroissement était de 150 pour 100 ; il était de 200 pour 100 pour les moissonneurs et les servantes. Tous ces renseignements sont assez concordants pour autoriser à dire que les salaires ont pour le moins doublé dans l'espace de soixante ans.

rente, l'Indre-et-Loire, la Manche, la Vienne; dans 18 départements le salaire des servantes a plus que doublé.

Il en est à peu près de même dans les industries extractives (1), dans le bâtiment (2), dans les filatures et tissages (3). M. Beauregard, dans son *Essai sur la théorie du salaire*, évalue la moyenne des salaires des ouvriers de l'industrie à 1fr,60 au début du siècle et à 3fr,46 en 1880 (4) : augmentation de 116 pour 100.

Le ministère du Commerce a publié en 1853 et publie chaque année, depuis 1872, une statistique des salaires industriels. Le document établi dans chaque département par les préfets, sinon d'après des moyennes calculées des salaires certains, du moins d'après les renseignements des ingénieurs et d'après la notoriété publique, fournit, précisément à cause de cette notoriété, une notion suffisante du progrès général. Or, voici quel a été ce progrès.

Le Tableau suivant fait connaître les principales variations du salaire dans les industries du bâtiment à Paris (5) :

---

(1) 1fr,60 au début du siècle, 3fr,83 en 1883 et 3fr,87 en 1888.

(2) Dans les chefs-lieux de département, autres que Paris, le maçon recevait 2fr de 1824 à 1833, et 3fr,52 en 1880, 3fr,65 en 1887.

(3) Salaire moyen des hommes : 1fr,30 à 1fr,50 de 1789 à 1835, 3fr,13 en 1880, 3fr,25 à 3fr,35 en 1887.

(4) D'une enquête faite par la Chambre syndicale de la boulangerie, il résulte que le salaire des ouvriers boulangers, à Paris, était de 90 pour 100 plus élevé en 1879 qu'en 1830.

Celui du fileur de Reims était de 2fr en 1830 et a été porté à 5fr à partir de 1886 (d'après M. Poulain, manufacturier). A Fourmies, l'accroissement des salaires de 1844 à 1882 a varié, suivant les professions, de 40 à 220 pour 100; c'est celui des femmes qui a le plus augmenté. A Mulhouse et au Logelbach (Alsace), l'augmentation moyenne de 1832 à 1880 a été de 121 et de 124 pour 100. Les salaires d'une forge ont, de 1823 à 1880, augmenté, suivant les professions, de 112 à 248 pour 100 pour des ouvriers qui avaient en outre le chauffage et le logement avec un jardin. Ces chiffres, cités par M. Chevallier, dans son livre *Les salaires au* XIXe *siècle*, concordent dans l'ensemble avec des moyennes calculées par M. Beauregard.

(5) Les prix depuis 1820 sont extraits d'un mémoire de la Société centrale des architectes français adressé au Comité des travaux historiques et scientifiques du Ministère de l'instruction publique. Ils diffèrent quelquefois, mais d'une quantité peu considérable, de ceux qui sont donnés par le tarif Morel, par le tarif de la ville de Paris et par la statistique annuelle du Ministère de Commerce.

SALAIRE MOYEN ORDINAIRE, CALCULÉ D'APRÈS LA MOYENNE DES SALAIRES DE CHAQUE PROFESSION.

		1853.	1872.	1880.	1887.	RAPPORT POUR 100. 1853.	1872.	1880.	1887.
Ouvriers de la petite industrie à Paris.	hommes.	3,81	4,98	5,59	5,99	100	130	147	157
	femmes .	2,12	2,80	2,92	2,90	100	132	137	136
Ouvriers de la petite industrie dans les autres chefs-lieux de département.	hommes.	2,06	2,96	3,35	3,43	100	143	162	166
	femmes .	1,07	1,51	1,75	1,80	100	141	163	168
Ouvriers des industries textiles dans les départements autres que la Seine.	hommes.	»	2,79	3,13	3,30	»	100	112	118
	femmes..	»	1,61	1,79	1,95	»	100	111	121

M. Beauregard, calculant le prix des consommations, a trouvé que, dans l'ensemble, le prix des objets nécessaires à la vie de l'ouvrier avait augmenté de 34,5 pour 100 depuis 1826 (1), tandis que le salaire s'élevait de près de 100 pour 100

(1) Voici la proportion qu'indique M. Beauregard (p. 113) : résultats dont le degré d'approximation peut être discuté, mais qui est intéressant :

DÉPENSES DIVERSES.	DE 1826 à 1880. Augmentation pour 100.	Diminution pour 100.
Pour le pain.....	5,13	»
» la viande.....	9,90	»
» l'épicerie.....	1,29	»
» poissons et légumes.....	»	0,3
» le lait, fromage et beurre.	3,11	»
» le vin.....	6,49	»
» le logement.....	15	»
» le vêtement.....	»	6,4
» les dépenses diverses.....	»	»
TOTAUX.....	40,92	5,43
Augmentation totale.....	34,49	

et qu'il reste environ 60 pour 100 au bénéfice du bien-être. De pareils calculs ne sauraient, en effet, être l'expression rigoureuse de faits qui sont trop complexes pour se condenser dans une formule numérique; mais ils sont, comme la plupart des chiffres cités dans ce chapitre, un indice du progrès.

M. E. Chevallier, dans son Ouvrage sur les *Salaires au* XIXe *siècle* (1), sans essayer d'établir la proportion entre deux termes, arrive à une conclusion du même genre.

Les renseignements fournis pour les industries du bâtiment à Paris par la Société Centrale des Architectes français (2) confirment à très peu près cette proportion pour l'augmentation du salaire, qui a été de 138 pour 100 de 1820 à 1889 comme pour l'accroissement du bien-être, le prix des choses nécessaires à la vie ayant dans le même temps augmenté de 30 pour 100 (3).

A côté du témoignage de l'industrie parisienne, nous en plaçons trois autres : l'un du nord, le second du centre et le troisième du midi de la France. Le premier, qui a été produit à l'exposition de l'économie sociale (Exposition universelle de 1889), est relatif à la Compagnie des Mines d'Anzin et appartient à l'industrie; le second, qui a figuré à la même exposition, vient du département du Cher et a un caractère agricole;

---

(1) *Voir* particulièrement le Chapitre XVI. Les ouvrages de MM. Beauregard et Chevallier, ainsi que de celui de M. Villey, ont été composés à l'occasion d'un concours ouvert à l'Institut.

(2) « Le cours des salaires, dit le rapporteur, s'est élevé d'une manière continue mais inégale; les périodes prospères de la construction, pendant la monarchie de juillet, le second Empire et sous le régime actuel de 1875 à 1883, ont amené des accroissements rapides dans le prix des journées. » Cette progression des salaires se trouve, dans les périodes de stagnation, amoindrie par les chômages et par une certaine concurrence des ouvriers étrangers. Le rapport ajoute que, tandis que le salaire augmentait, le nombre des heures de travail diminuait (10 heures au lieu de 11) et « la qualité de la main-d'œuvre s'est plutôt amoindrie ».

(3) La Société, d'après l'enquête qu'elle a faite, pense que le prix des choses nécessaires à la vie de l'ouvrier a augmenté de 30 pour 100 de 1820 à 1889, mais que l'ouvrier en général n'économise pas plus parce qu'il

le troisième qui a été adressé au ministère de l'Instruction pu-

consomme davantage. Elle a dressé un Tableau comparatif des dépenses de l'ouvrier du bâtiment :

1840			1890		
		fr.		fr.	
Avant le travail, le coup du matin, un demi-setier de vin ou petit verre.....		0,15		0,15	
Déjeuner de l'ouvrier chez le marchand de vin :					
Un ordinaire (bouillon et bœuf)	fr. 0,35			fr. 0,45	
Pain.....	0,10			0,15	
Demi-setier de vin (pas toujours)	0,15		1,65	0,40	un demi-litre de vin.
Légume ou fromage	0,10	0,85		0,15	fromage ou dessert.
Coup de 2h avec le bœuf et le pain conservés du déjeuner; plus demi-setier de vin.....	0,15			0,30	café (très souvent).
				Coup de 2h :	
				0,25	Fromage, vin.
TOTAL pour la nourriture hors de chez lui par jour..		1fr »		2fr »	
Vêtements de travail de l'ouvrier pour l'année.....		12,50		12,50	
				50,50	Vêtements de ville de l'ouvrier pour l'année (chapeau, complet en drap, bottines).
Dépenses de l'année :					
320 repas de l'ouvrier à 1fr		320 »		600 »	300 repas de l'ouvrier à 2fr.
365 jours de nourriture de la famille à 2fr.....		730 »		1030 »	365 jours à 3fr.
Par jour : Pain....	fr. 0,33			fr. 0,30 à	fr. 0,40
Viande..	1,20			1,90 à	1,80
Vin.....	0,45			0,80	
Logement pour l'année...		120 »		350 »	Logement de 30mq de superficie.
Divers.....		100 »		150 »	Éclairage et chauffage.
				50 »	Tabac (souvent le cigare).
				50 »	Santé et divers.
Vêtemts (y compris 12fr,50 pour les vêtements de travail).....		100 »		150 »	Vêtements (y compris 63fr pour l'ouvrier).
		1370fr »		2380fr »	
Le salaire moyen étant : 1430fr				Le salaire moyen étant : 2400fr.	

« Enquête délicate et complexe », dit le rapporteur. Il ajoute : « S'il reste

beaucoup à réaliser, il faut reconnaître que les ménages ouvriers habitent actuellement dans nos faubourgs des locaux plus vastes, plus sains que jadis. Le mobilier aussi a participé à ce progrès... L'intempérance est au premier rang des dépenses inutiles; l'usage s'est répandu de la consommation immodérée de liqueurs et d'alcool. »

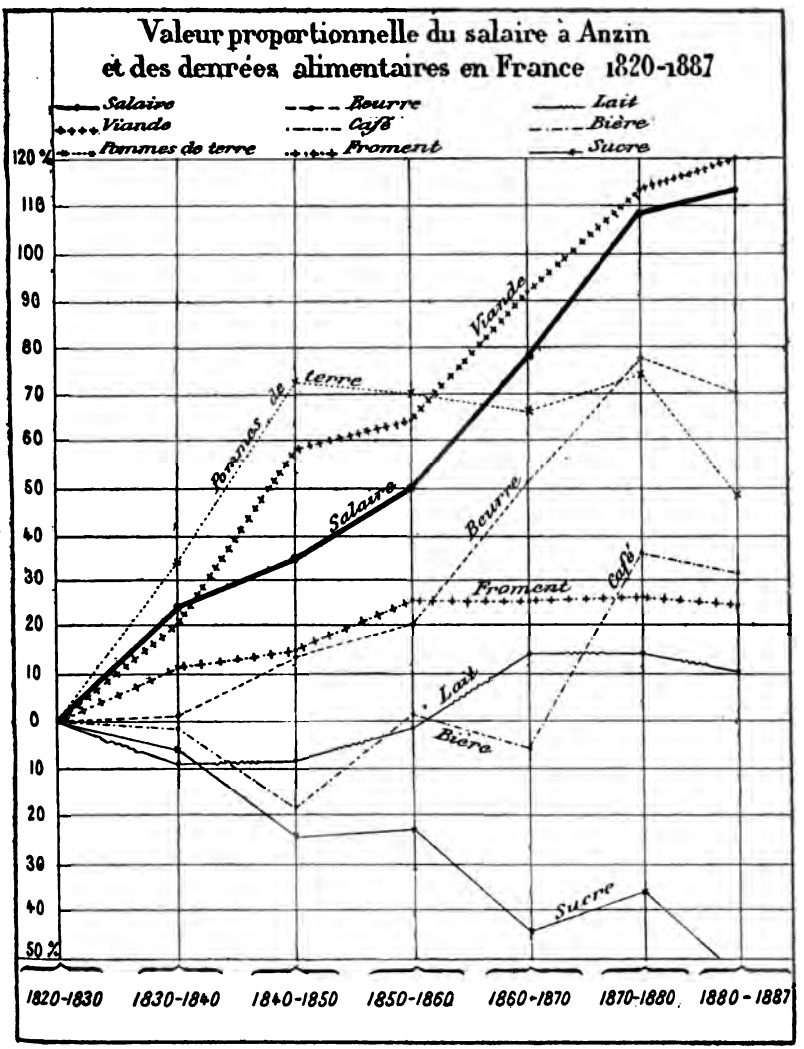
Le salaire moyen ne doit pas être calculé en multipliant le salaire journalier par 365 parce qu'il faut défalquer les jours de fête et les chômages qui sont fréquents dans le bâtiment.

Tableau VII. — SALAIRE DES OUVRIERS DU BÂTIMENT A PARIS.

(Journée de 11 heures dans la plupart des professions avant 1850; journées de 10 heures depuis 1850.)

PROFESSIONS.	1789.	1806.	1820.	1840.	1850.	1860.	1870.	1880.	1890.
	liv. sols.	fr. c.	fr. c.	fr. c.	fr. c.	fr. c.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
Terrassiers	»	»	»	3,00	3,00	3,50	4,00	5,50	5,50
Maçons	2, 5	3,25	3,25	4,15	4,25	5,00	5,50	7,50	7,50
Tailleurs de pierre	2, 5	3,25	3,50	4,20	4,25	5,25	5,50	7,50	7,50
Limousins	»	2,50	2,75	3,15	3,25	4,00	4,25	6,25	6,00
Charpentiers	2, 5	3,00	3,25	4,00	5,00	5,00	6,00	8,00	8,00
Couvreurs	»	5,00	4,50	5,00	5,75	6,00	6,25	7,50	7,50
Menuisiers	2,10	3,50	3,25	3,50	3,65	4,00	5,00	7,00	7,00
Parqueteurs	»	»	»	5,00	5,00	5,25	5,50	8,00	8,50
Forgerons	»	»	»	5,00	5,00	6,50	6,50	7,75	8,50
Serruriers de ville	»	3,75	»	3,25	3,25	3,80	4,00	6,50	7,25
Fumistes	»	»	3,25	3,50	3,65	4,50	5,50	7,00	7,00
Peintres	»	4,00	3,25	3,50	3,65	4,50	5,50	7,50	7,50
Manœuvres. Aides-maçons	1,15	1,70	1,90	2,45	2,40	3,10	3,50	5,00	4,75
Manœuvres. Couvreurs	»	1,70	2,50	3,30	3,75	4,00	4,25	5,00	5,00
Manœuvres. Fumistes	»	1,70	1,50	2,20	2,20	2,60	2,75	4,00	4,50

Fig. 7.


Valeur proportionnelle du salaire à Anzin
et des denrées alimentaires en France 1820-1887
Salaire
Viande
Pommes de terre
Beurre
Café
Froment
Lait
Bière
Sucre
120 %
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50 %
1820-1830
1830-1840
1840-1850
1850-1860
1860-1870
1870-1880
1880-1887

vient du département de la Gironde (canton de Branne) et a un caractère agricole (1).

En 1820-1830, le salaire moyen annuel (moyenne du salaire des ouvriers de toute catégorie) à Anzin était de 400fr en 1880-1887, il s'est élevé à 1,070fr : augmentation de 167 pour 100.

Les rapporteurs de la Commission de l'économie sociale du département du Nord (MM. A. Renouard et L. Moy) ont rapproché, par période décennale, ce gain annuel de l'ouvrier d'Anzin des prix de marchandises consignés dans le rapport de M. Clémenceau à la Commission d'enquête parlementaire sur la situation des ouvriers. A travers la diversité des courbes, on voit que, la viande exceptée, le salaire a plus augmenté que le prix des denrées; plus même que le loyer du logement. D'après la comparaison des budgets aux deux périodes extrêmes, une famille n'achète pas plus de pain; mais elle mange tous les jours de la viande, laquelle figurait dans le passé seulement le dimanche sur sa table, elle consomme plus de lait, de beurre, d'œufs, de bière, et une bière plus forte, plus d'huile, de café, de sucre, elle possède un mobilier et une garde-robe plus confortables (2) et, quand elle ne fait pas d'épargne — cas malheureusement trop fréquent — elle prélève beaucoup plus qu'autrefois pour le cabaret (3).

---

(1) Nous ne nous dissimulons pas qu'il est très difficile d'évaluer avec quelque précision l'accroissement réel du revenu des salariés. Le prix de la journée payé en argent n'est qu'une des données du problème et, quoiqu'elle soit la plus simple, il n'est pas aisé d'en calculer exactement la moyenne pour la même profession à diverses époques, parce que les conditions du travail ne sont pas toujours restées les mêmes et que tous les salaires ne sont pas au même taux. En second lieu, il faut pouvoir tenir compte des chômages réguliers ou accidentels de chaque profession, pour connaître le revenu moyen annuel. En troisième lieu, il faut calculer le prix de chaque consommation et la qualité de chacune de ces consommations dans le budget de l'ouvrier pour connaître l'emploi de son revenu. Or, la nature et la qualité de ces consommations sont variables et les besoins à satisfaire augmentent avec les ressources, souvent même plus rapidement que les ressources.

(2) « Tous ceux qui visitent les corons, dit le rapport, peuvent constater, les dimanches et fêtes, la propreté et l'élégance même du vêtement, surtout chez les enfants, dans les ménages bien tenus. »

(3) Budget annuel d'une famille ouvrière d'Anzin, composée de 6 per-

Une vingtaine d'instituteurs du département du Cher avaient, à la demande du groupe d'économie sociale, envoyé des Mémoires sur l'état économique de leur commune dans lesquels ils établissent que le salaire a doublé ou triplé au XIXe siècle (1).

Le juge de paix du canton de Branne, pour répondre à une enquête ouverte par le ministère de l'Instruction publique, a dressé, par période décennale, depuis 1790, le Tableau des sa-

sonnes : le père, la mère et 4 enfants dont l'aîné commence à travailler :

DÉSIGNATION des articles.	PÉRIODE 1820-1830.			PÉRIODE 1880-1887.		
	Quantités.	Prix.	Valeurs.	Quantités.	Prix.	Valeurs.
		fr	fr		fr	fr
Pain	1 060kg	0 30	318	1 050kg	0 34	335
Boucherie	30	0 70	21	115	1 90	220
Beurre	10	1 50	15	40	3 20	130
Œufs	100	4 95°/o	5	270	7 50°/o	20
Lait	100lit	0 13	13	220lit	0 16	35
Fruits et légumes achetés	»	»	20	»	»	60
Bière	2h	6 »	12	12h	11 »	130
Spiritueux	»	»	5	»	1 50	10
Épiceries — Huile	10lit	0 90	9	20lit	3 90	30
Épiceries — Café	8kg	2 50	20	13kg	1 70	50
Épiceries — Sucre	5	2 25	11	18	0 45	30
Épiceries — Savon	45	0 62	28	60	»	27
Épiceries — Divers	»	»	10	»	»	28
Mercerie	»	»	10	»	»	35
Vaisselle	»	»	5	»	»	15
Mobilier	»	»	8	»	»	20
Vêtements	»	»	70	»	»	230
Chapelier	»	»	8	»	»	30
Chaussures	»	»	12	»	»	60
Loyers et culture du jardin	»	»	60	»	»	85
Divers, cabaret	»	»	10	»	»	200
Épargne, etc	»	»	»	»	»	»
Total des dépenses	»	»	670	»	»	1800

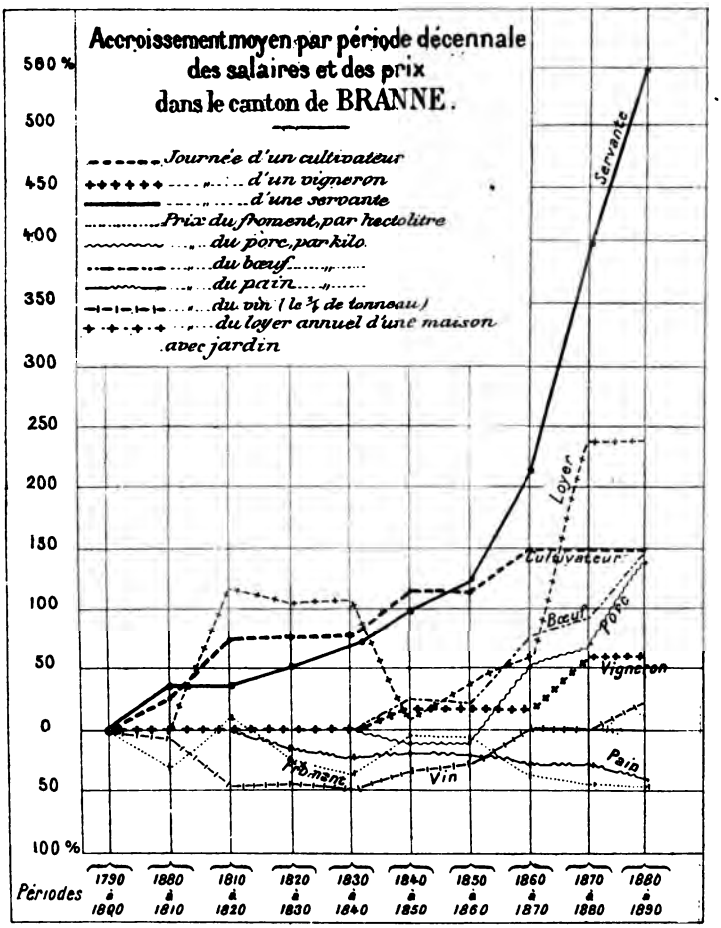
(1) Ainsi, à Vierzon, le faucheur recevait 15 sous en 1789, 3fr en 1880, 5fr en 1888; à Cuffy, 1fr,25 en 1820, 2fr en 1850, 3fr en 1880, 2fr,75 en 1888; à Savigny-en-Sancerre, le journalier en 1788, 0fr,60, en 1852, 1fr,42, en 1882, 2fr,50, en 1888, 2fr.

Tableau VIII. - ACCROISSEMENT DU SALAIRE ET DU PRIX DES MARCHANDISES DANS LE CANTON DE BRANNE.

DÉSIGNATION.		1790 à 1800.	1800 à 1810.	1810 à 1820.	1820 à 1830.	1830 à 1840.	1840 à 1850.	1850 à 1860.	1860 à 1870.	1870 à 1880.	1880 à 1890.
Journée d'un cultivateur, outre la nourriture		100	125	166	166	166	208	208	250	250	250
» d'une cultivatrice, outre la nourriture		100	125	125	125	150	125	125	125	125	150
» d'un vigneron, outre la nourriture		100	100	100	100	100	120	120	120	160	160
» d'une servante de ferme, outre quelques effets par an		100	133	133	150	166	200	216	333	500	666
» d'un maçon, non nourri		100	80	80	100	100	110	110	110	120	160
Prix du pain ordinaire de froment, par kilog. (0,42)		100	»	»	83	76	81	77	71	71	59
» du porc, le kilog		100	»	»	»	»	87	87	150	162	250
» du bœuf, le kilog		100	»	»	»	»	125	125	175	187	250
» du froment, l'hectolitre	de	100	150	137	125	122	120	112	150	125	112
	à		63	110	79	73	92	92	63	58	58
» du $\frac{1}{4}$ de tonneau de vin rouge nouveau, sans le fût, prix variant	de	100	176	176	176	176	235	294	352	352	470
	à		93	56	56	50	62	75	100	100	125
» du loyer annuel d'une maison de paysan avec jardin	de	100	100	216	211	211	110	138	166	333	333
	à						416	166	222		

laires dans sa circonscription et du prix des choses nécessaires à la vie. Le Tableau VIII et la *fig.* 8 montrent la progression

Fig. 8.



qui, pour les salaires, a varié suivant le temps et les professions et qui a été plus rapide que pour le froment, le pain et le vin de qualité inférieure, à peu près égale à celle de la viande et moindre que celle du loyer.

Le cultivateur, outre sa nourriture, recevait vers 1789 (1) $0^{fr},60$ et, en 1890, $1^{fr},50$; le vigneron, $1^{fr},25$ et 2^{fr}; la couturière en journée, $0^{fr},30$ et $0^{fr},75$. Le maçon, qui n'était pas et n'est pas nourri, avait $2^{fr},50$; il en a maintenant 4. Un valet de ferme, que son maître nourrissait et auquel il donnait quelques vêtements, était payé 72 à 120^{fr}, il est payé 400^{fr}; les gages d'une servante étaient de 6^{fr} à 36^{fr}; ils sont de 200^{fr}.

Le doublement du salaire en France depuis une soixantaine

(1) L'auteur de ce travail, M. Monjélous, juge de paix à Branne, pense que pendant la Révolution il y eut des exagérations dans les prétentions des ouvriers à un accroissement de salaire et que c'est là la raison pour laquelle la municipalité taxa le prix de la journée. Nous avons relaté des faits de même nature à Paris (Voir *Histoire des classes ouvrières en France depuis* 1789, t. I, p. 138). M. Monjélous ajoute : « Non seulement la condition de l'ouvrier s'est améliorée dans le canton de Branne, au point de vue du salaire, mais il est mieux logé, mieux nourri, mieux vêtu, plus instruit et mieux élevé qu'autrefois. Les mœurs sont plus douces et plus policées, il donne une meilleure éducation à ses enfants et il en a plus de soin. »

Il établit de la manière suivante le budget d'un ménage sans enfants aux deux époques extrêmes :

	1790-1800	1880-1890
300 journées du mari à $0^{fr},60$ plus la nourriture	180^{fr} »	450^{fr} »
250 journées de la femme à $0^{fr},40$ plus la nourriture	100 »	150 »
Recette en argent	280^{fr} »	600^{fr} »
Loyer annuel	18^{fr} »	60^{fr} »
Impôts, environ	5 »	15 »
Nourriture du mari pendant 65 jours	48, 75	65 »
» de la femme pour 115 jours	69 »	86, 25
Vêtements et linge	80 »	150 »
Dépense	$220^{fr},75$	$376^{fr},25$
Excédent du salaire sur les dépenses mentionnées	$59^{fr},25$	$223^{fr},75$

La famille a, en sus, les légumes de son jardin, ses poules et souvent un porc et des oies.

d'années est une moyenne qui résulte des chiffres que nous avons recueillis; nous la croyons à peu près exacte. Comme la plupart des moyennes, elle peut être contestée. Il est facile de lui opposer des cas particuliers qui soient en désaccord avec elle, de citer dans les campagnes des ouvriers qu'on ne paie encore, à certaines époques, que 1fr par jour; des femmes, à Paris même, qui travaillent à la tâche du matin au soir pour gagner avec leur aiguille cette même somme; des industries où l'introduction des machines — instrument pourtant très puissant de progrès pour la société et de bien-être pour l'ouvrier — a fait baisser le prix de la journée; des métiers nouveaux dans lesquels la rareté de la main-d'œuvre obligeait les patrons à payer cher les ouvriers au début et qui les recrutent aujourd'hui facilement avec moins d'argent. Mais, à côté de ces exemples, on peut placer ceux d'ouvriers à qui leur journée vaut 15fr et plus. L'écart des extrêmes n'infirme pas la valeur d'une moyenne quand elle est fondée sur la majorité des cas. Le salaire n'est pas un cadeau du patron à l'ouvrier; c'est un contrat bilatéral qui varie suivant le temps, le lieu, la profession et la personne, dans lequel chacun des deux partis défend son intérêt et dont l'état du marché des capitaux et du travail détermine les conditions (1). Or aujourd'hui le capital est plus abondant et le travail, grâce à l'outillage dont la science l'a armé, est plus productif et, en outre, en vertu des changements de la politique et des mœurs, il est plus fort pour soutenir sa cause; il doit donc et peut obtenir davantage.

Les faits sur ce point contredisent la prévision de Malthus et la théorie de Ricardo, ou du moins les conclusions qu'il y a quatre-vingts ans des économistes se croyaient en droit de tirer de l'une et de l'autre.

Le prix du loyer et de certaines denrées a augmenté; sous ce rapport, l'accroissement du salaire n'est qu'une compensation. Mais le vêtement coûte moins, à qualité égale (2); sous

---

(1) Voir la *Théorie du salaire*, par É. Levasseur (*Journal des économistes;* 15 janvier 1888.)

(2) On fait remarquer que beaucoup d'étoffes sont moins solides et que,

ce rapport, l'accroissement du salaire est doublement avantageux. Les prix, dans un état économique quelconque, forment un système dont les parties sont entre elles dans une certaine relation. Le salaire ne peut pas augmenter sans que les entrepreneurs augmentent le prix de leurs marchandises, lorsque le salaire constitue une fraction très importante du prix de revient : le bâtiment en fournit de nombreux exemples. Le salaire, en augmentant, détermine une plus grande demande et est une cause d'enchérissement de certaines denrées; d'autre part, l'enchérissement des choses nécessaires à la vie devient souvent à son tour une cause déterminante de relèvement du salaire. Balance faite, il n'est pas douteux que, depuis cinquante ans, le salaire, en général, ait augmenté, non seulement en apparence par le prix payé à l'ouvrier, mais en réalité par la puissance d'achat que ce prix lui procure.

Il y a des moralistes qui, pour juger si l'ouvrier a réellement profité de l'augmentation du salaire, demandent s'il fait plus d'économies. Ils ont raison d'attacher une importance capitale à la prévoyance : elle est la sauvegarde de la vieillesse; mais ils auraient tort de méconnaître la valeur du bien-être dans le temps présent. Que l'ouvrier fasse parfois usage du supplément de son revenu pour satisfaire des vices, le fait est très regrettable; mais qu'il se nourrisse, se vête, se loge mieux, voilà de bons résultats de la richesse.

Les classes moyennes ont depuis un siècle changé leurs habitudes en accroissant leur bien-être. Pourquoi les classes ouvrières, pour lesquelles cet accroissement n'est souvent qu'un allégement de misère, ne le feraient-elles pas aussi? Si on leur reproche de ne pas réserver, par l'épargne, une part assez large de leur supplément de salaire, ne peuvent-elles pas répondre que beaucoup de gens, jouissant d'un revenu très supérieur au leur, n'en réservent pas proportionnellement davantage?

La plupart des ouvriers ont peine à croire que leur bien-

---

si elles sont à meilleur marché, il faut les renouveler plus souvent : d'où en somme une dépense plus forte. La remarque est juste. Mais, comme le bourgeois, l'ouvrier, en renouvelant plus souvent ses vêtements, pense être mieux vêtu.

être ait réellement augmenté parce que, comme tous les hommes, ils sentent vivement leurs privations actuelles sans se souvenir de celles qu'ont endurées leurs pères, parce qu'ils ont sous les yeux le luxe des classes aisées et qu'ils le comparent à leur situation précaire. Mais leur sentiment, qui peut indiquer des améliorations à réaliser dans l'avenir, ne saurait servir à mesurer les changements accomplis entre le passé et le présent.

La catégorie des salaires qui a le plus augmenté, en province comme à Paris, est assurément celle des domestiques. Ceux-ci ne subissent pourtant pas les conséquences de la cherté des loyers et des aliments et jusqu'ici ils n'ont pas organisé de grèves. Le supplément de gages qu'ils reçoivent est tout bénéfice pour eux. N'est-il pas à la fois un signe de la richesse et un trait de mœurs? N'est-ce pas parce que la richesse est plus répandue dans les classes moyennes que la demande de domestiques a augmenté et parce que les salariés sont moins qu'autrefois disposés à se mettre au service personnel d'autrui et, une fois placés, à rester, qu'ils exigent des gages plus forts?

Les petits employés, dans les administrations particulières ou publiques, sont au nombre de ceux qui ont le moins participé au mouvement ascendant des salaires. N'est-ce pas précisement parce que l'offre est considérable, beaucoup de gens recherchant une position fixe, sûre, un travail moins long et moins rude que celui de l'atelier, une indépendance relative?

Un fait qui est considérable au point de vue de l'équilibre des fortunes et du bien-être des masses et que les économistes ont souvent signalé, c'est que l'intérêt de l'argent diminuait en même temps que le salaire augmentait. Sans doute cette baisse n'est pas nécessairement définitive, puisque le taux de l'intérêt dépend du rapport entre le capital disponible et les entreprises qui demandent à l'employer; mais il est probable qu'elle se maintiendra et, en tous cas, la hausse du salaire nous paraît définitive; il faudrait un cataclysme pour en ramener le taux au niveau de celui de la Restauration.

Le directeur du *Board of trade*, M. Giffen, a fait pour

l'Angleterre une démonstration analogue à celle dont nous avons réuni les éléments pour la France. Il a établi, par des estimations aussi précises que le comporte la matière, qu'en une cinquantaine d'années, de 1835 à 1888, le salaire moyen de l'ouvrier anglais avait au moins doublé (1) et cela, non seulement parce qu'il y a eu augmentation dans tous les métiers, mais aussi parce que la proportion du nombre des ouvriers dans les professions industrielles, qui sont les mieux rétribuées, est aujourd'hui plus considérable et que celle des ouvriers de l'agriculture et des autres professions, où le salaire est bas, est devenu moindre. « Si, ajoute l'auteur, le prix de toutes choses ne s'est pas élevé durant la même période, si ce prix a plutôt baissé, comme je le crois, sauf en ce qui concerne les loyers et la viande, une grande amélioration a dû se produire dans la condition des classes ouvrières (2). »

En Italie, le directeur général de la statistique, M. Bodio, a fait une enquête intéressante sur ce sujet. Il a relevé les salaires dans une cinquantaine de grandes industries du pays, de 1862 à 1885; il en a calculé la moyenne pour chaque année et, la comparant au prix du froment pendant la même année, il a déterminé le nombre d'heures de travail qu'il fallait pour

---

(1)

TRAVAILLEURS MANUELS.	NOMBRE (en millions de personnes).	REVENUS annuels des travailleurs manuels (en millions de liv. st.).	REVENU par tête.
Il y a cinquante ans.....	9,0	171	19
A l'époque actuelle.....	13,2	450	41 $\frac{2}{3}$

(1) Le Mémoire de M. Giffen a été en partie reproduit dans le *Bulletin de statistique du Ministère des finances*, mai et juin 1886. *Voir* aussi *Wages and Earnings of the working classes*, par Leone Levi. Un autre statisticien, M. Jeans, a évalué le salaire de l'ouvrier agricole en Angleterre, à 7 sh. 3 d. par semaine en 1776, à 9 sh. 7 d. en 1850 et à 14 sh. en 1878.

payer un quintal de cette céréale : 195 en 1862 et 95 en 1889 (1). Ce qui veut dire qu'avec son travail, l'ouvrier italien peut acheter deux fois plus d'aliments.

Nous surchargerions inutilement ce chapitre en multipliant les exemples pris à l'étranger (2). Les deux que nous venons de citer, empruntés à des États dont la population a une croissance rapide, suffisent pour prouver qu'un état stationnaire ou presque stationnaire n'est pas la condition indispensable d'un accroissement de salaire.

---

(1)

195	heures en	1862	122 heures en	1881
203	»	1867	95 »	1889
183	»	1871		

Voici quelques-uns des salaires (salaires à la journée, en francs), sur lesquels cette moyenne a été calculée :

		1862.	1871.	1881.	1889.
Une manufacture de coton de la province de Milan.....	fileur.....	1,10	1,60	1,70	1,94
	tisserand.	1,35	1,85	»	1,65
Une manufacture de lainage de la province de Vicence.....	fileur.....	?	3,52	4,62	5,50
	tisserand.		2,42	3,96	3,96
Une manufacture de soieries de la province de Coni.....		0,83	0,98	1,08	1,30
Une fabrique de bougie de Turin	hommes..	2,16	1,80	3,00	3,25
	femmes..	0,72	0,78	1,00	1,00
Une minière de Sardaigne.....		1,80	2,50	3,00	2,40
Une solfatare de Sicile.....		2,33	3,50	4,00	2,35

Pour la manufacture de la province de Vicence, le mémoire indique les changements de prix des vêtements :

	1855.	1885.	
Le mètre d'étoffe en laine grossière.....	7fr, »	4fr, »	durait deux saisons.
Le mètre de flanelle.....	5 »	2 70	
Le mètre de toile de coton pour chemise.	0 75	0 50	en dure une.

Voir *Di alcuni indici misuratori del movimento economico in Italia*, par M. Bodio, p. 18.

(2) En Norvège, par exemple, le salaire des ouvriers des ponts et chaussées a augmenté dans les proportions suivantes (*Recueil des Rapports*

L'amélioration du bien-être dans la classe ouvrière. — L'aisance de l'ouvrier est en général limitée par la quotité de son salaire. Toutefois il s'ajoute aux salaires en argent des accessoires en nature ou des gains supplémentaires, et il semble que, sous ce rapport aussi, l'avantage soit au temps présent (1). Les paysans avaient peut-être avant 1789 plus de droits d'usage dans les forêts et dans les communaux; l'ouvrier était plus souvent nourri et logé par le patron, l'apprenti l'était presque toujours. Mais les salaires en argent étaient d'autant plus bas; les salariés avaient cessé de jouir de la plupart des avantages en nature depuis que la liberté de la propriété et du travail avait fait place à l'organisation féodale et aux corps de métiers; peu à peu, dans le cours du XIXe siècle, l'apprenti s'est détaché de la maison du maître : changement dont il n'y a pas lieu de s'applaudir.

Mais il en est d'autres qu'on peut approuver. L'ouvrier, mieux payé, fait plus d'épargnes, quoiqu'il n'en fasse pas proportionnellement à l'accroissement de son salaire; les caisses d'épargne, dont nous avons déjà parlé et dont la clientèle se

---

sur les conditions du travail dans les pays étrangers adressés au Ministère des affaires étrangères, 1890) :

SALAIRE EXPRIMÉ EN COURONNES.
(1 couronne : 1fr,33).

ANNÉES.	ÉTÉ. Travail à la		HIVER. Travail à la	
	Journée.	Tâche.	Journée.	Tâche.
1860-1865	1,39	1,70	1,30	1,49
1866-1870	1,41	1,80	1,31	1,59
1871-1875	1,72	2,23	1,53	1,88
1876-1880	1,86	2,35	1,74	2,06
1881-1883	1,93	2,40	1,75	2,00

(1) Les monographies de l'école de M. Le Play tiennent compte, avec raison, des ressources complémentaires de la famille ouvrière. *Voir* le résumé qui en a été donné par M. Cheysson sous le titre : *Les Budgets des cent monographies de famille,* 1890.

compose en majorité de domestiques et d'ouvriers ([1]), attestent un progrès considérable; si l'on connaissait la répartition des titres mobiliers, surtout celle des valeurs à lots, on serait étonné de l'importance des sommes dont les domestiques sont propriétaires; les sociétés de secours mutuels, dont il n'existait encore qu'un très petit nombre sous la Restauration, sont une autre preuve du progrès de leur prévoyance ([2]). La Caisse des retraites pour la vieillesse, qui n'existe que depuis trente-cinq ans, a déjà mis un grand nombre de salariés à l'abri du dénûment des derniers jours, soit par un effort personnel d'économie, soit plus souvent par la libéralité des patrons ([3]).

([1]) Voici comment se répartissaient, sur un total de 100, les livrets nouveaux dans les deux dernières années dont les comptes ont été publiés (février 1891) :

PROFESSIONS.	CAISSES D'ÉPARGNE.	
	Privées.	Nationale.
	1887.	1889.
Chefs d'établissement	9,56	4,92
Ouvriers agricoles	9,59	8,11
Ouvriers d'industrie	16,59	15,70
Domestiques	11,88	12,49
Militaires et marins	1,57	2,78
Employés	4,68	9,16
Professions libérales	1,67	5,04
Rentiers et personnes sans profession	14,64	14,34
Mineurs sans profession	29,65	27,46
Associations	0,20	» »
	100,00	100,00

([2]) On ne connaît que 45 sociétés de secours mutuels dont la fondation soit antérieure à 1800, et que 451 qui aient été fondées de 1801 à 1830. En 1852, époque à partir de laquelle il y a une statistique annuelle des sociétés de secours mutuels, il y avait (à la connaissance de l'administration) 2438 sociétés de secours mutuels, comprenant 291000 membres et possédant une fortune de 10700000 francs; en 1887, il y en avait 8427, comprenant 1347000 membres et possédant 146900000 francs.

([3]) La Caisse de retraites pour la vieillesse recevait la première année de son existence (en 1851) 1212000 francs de versements (6459 verse-

Depuis un demi-siècle et surtout depuis la Révolution de 1848, le patronage, c'est-à-dire l'assistance morale et matérielle des ouvriers par le patron, a pris un développement remarquable bien qu'encore insuffisant. La multiplication des caisses de secours, la création des sociétés de consommation et autres modes de fourniture à bon marché, la construction de logements gratuits ou à prix réduits, la participation aux bénéfices de l'entreprise ont profité à un grand nombre d'ouvriers. Pour se faire une idée du changement qui s'est opéré à cet égard, il faut lire le *Tableau de l'état physique et moral des ouvriers employés dans les manufactures de coton, de laine et de soie* qu'a tracé M. Villermé en 1836 et le comparer aux rapports du jury de l'économie sociale à l'Exposition universelle de 1889 (1).

La libéralité des communes et de l'État a contribué à donner à l'ouvrier plus d'aisance qu'autrefois. Malade, il trouve plus de lits dans des hospices mieux aménagés; père de famille, il envoie ses enfants à l'école primaire qui, depuis 1832, était gratuite pour les indigents, et qui, depuis 1881, l'est pour tous les élèves indistinctement; cette gratuité s'étend souvent jusqu'à l'école primaire supérieure et l'accès de l'enseignement secondaire est rendu plus facile par l'augmentation du nombre des bourses. Dans certaines villes, la caisse des écoles pourvoit même en partie à la nourriture et à l'habillement des enfants; la municipalité de Paris va jusqu'à payer une pension

---

ments) pour constituer des pensions; l'année suivante (1852), elle recevait 31 millions par suite de versements faits par de grandes compagnies; puis, jusqu'en 1874, les versements annuels ont varié entre 1 million et demi et 11 millions; ils ont monté jusqu'à la somme de 68 millions (en 571 000 versements) en 1881, sous l'influence de l'intérêt élevé que payait alors la Caisse; ils ont diminué en quotité mais non en nombre avec la réduction de cet intérêt. Ils représentaient une somme de 24198000 francs, déposée en 712453 versements en 1887. La Caisse, en 1852, servait 1776 pensions d'une valeur totale de 574060 francs; en 1887, elle a servi 156501 pensions d'une valeur totale de 30437000 francs.

(1) Le *Tableau de l'état physique et moral des ouvriers*....., écrit par M. Villermé à la suite d'une enquête dont il a été chargé en 1835 et en 1836 par l'Académie des Sciences morales et politiques, a été lu en partie devant cette académie et publié en deux volumes en 1840. Les rapports du jury d'économie sociale ont été terminés en 1891.

à certaines familles pour les indemniser du temps que les enfants en âge de gagner un salaire passent dans les cours supérieurs. Qu'il y ait, dans cette dernière mesure surtout, une exagération dangereuse et un affaiblissement des responsabilités individuelles, nous n'hésitons pas à le déclarer; nous ne citons le fait que comme un témoignage de l'amélioration du bien-être dans la classe ouvrière.

Quelques-unes des transformations de l'économie sociale lui ont profité plus encore relativement qu'aux autres classes. Les chemins de fer en sont un exemple. Au commencement du siècle, le riche allait en chaise de poste, et le pauvre plus souvent à pied qu'en diligence; aujourd'hui, l'un et l'autre sont voiturés avec la même vitesse dans le même train; la différence ne réside que dans le moelleux des coussins. On distinguait autrefois le rang et la fortune des personnes par leur costume; aujourd'hui, le bon marché des vêtements, un certain sentiment de vanité chez les ouvriers et le goût des hommes pour la simplicité et la commodité ont donné une apparence à peu près uniforme à l'habit de gens de condition très différente. Dans la rue on ne distingue plus guère par le costume l'ouvrier du patron; l'ouvrière cherche à se modeler sur la bourgeoise; on voit même à Paris des jeunes filles se rendre le matin à l'atelier en gants de peau; le dimanche, des bonnes porter chapeau — ce qui eût fort étonné sous le règne de Louis-Philippe et ce qui paraît naturel aujourd'hui — et des femmes de chambre presque aussi élégantes que leur maîtresse.

L'accroissement comparé du commerce et de la population dans les pays étrangers. — La plupart des pays étrangers dont nous pouvons interroger la statistique répondent de la même manière : la richesse s'est accrue plus vite que la population et la classe ouvrière a largement participé à cet accroissement. Ne pouvant faire une étude détaillée de la question dans chaque pays, nous nous contentons de présenter comme preuve sommaire le commerce extérieur.

S'il est impossible de déterminer avec précision la richesse d'un pays, il l'est à plus forte raison de trouver une mesure

de comparaison de la richesse entre plusieurs États. Le commerce est un des rares termes de comparaison internationale que nous puissions consulter avec quelque confiance. Sans doute, l'indice est imparfait; car les nombres enregistrés sont souvent d'une exactitude médiocre et ne représentent pas partout la même nature de trafic; les valeurs ne correspondent pas aux mêmes quantités dans tous les pays et dans tous les temps; en outre, le commerce, pour les raisons que nous avons déjà dites, étant une des branches de l'économie sociale qui s'est le plus rapidement développée, son accroissement donnerait, si on le prenait à la lettre, une idée exagérée du progrès. Néanmoins, quand on constate que, dans les pays d'Europe où la croissance de la population a été le plus rapide, comme la Russie, les Pays-Bas et les États scandinaves, le commerce a augmenté de 450 à 950 pour 100 pendant que cette population augmentait de 69 à 124 pour 100, on ne peut s'empêcher de reconnaître que la richesse a distancé partout la population [1].

---

[1]

ÉTATS.	COMMERCE			POPULATION		
	par milliards de fr.		RAPPORT pour 100 de 1830 à 1886.	par millions d'habitants.		RAPPORT pour 100 de 1830 à 1886.
	1830	1886.		1830.	1886.	
Grande-Bretagne.	2,2	14,6	664	24,4	37,2	152
Pays-Bas.....	0,4	4,2	1050	2,6	4,4	169
Belgique.....	0,3	2,5	833	3,8	5,9	155
France.....	0,9	7,1	789	32,5	38,3	117
Empire Allemand.	0,8?	7,2	900	29,8 (?)	47,2	158
Autriche-Hongrie.	0,4	3,1	775	29,9 (?)	39,9	133
Espagne et Portugal.....	0,3	2,8	600	14,2	21,3	150
Italie.....	0,3?	2,3	767	21,2	30,0	141
Russie.....	0,5	3,9	780	41,5	93,0	224
Suède et Norvège.	0,2	1,1	550	3,9	6,7	171

Les chiffres du commerce sont empruntés au *Précis de la géographie physique, politique et économique de l'Europe,* par M. É. Levasseur (édi-

Hors d'Europe, les États-Unis sont le type d'une population à croissance très rapide. Or, de 1830 à 1890, cette population a augmenté de 392 pour 100 et son commerce de 1071 pour 100 (1).

La richesse en Angleterre et aux États-Unis. — Dans le Mémoire que nous avons déjà cité, M. Giffen a comparé l'accroissement de la population et celui de la richesse générale, mobilière et immobilière dans le Royaume-Uni de Grande-Bretagne et d'Irlande. Les chiffres relatifs à la richesse ne représentent, comme sur le continent, que des quantités approximatives et discutables; toutefois, depuis un demi-siècle, l'income-tax y fournit une base de calcul qui a une certaine solidité. Voici le Tableau de ces évaluations depuis 1812 (2) : elles conduisent à une conclusion semblable à celle que nous avons prise d'après les statistiques françaises :

---

tion de 1886) pour 1830, et à *Uebersichten der Weltwirthschaft* par M. de Neumann-Spallart pour 1885; ceux de la population à la *Statistique de la superficie et de la population des contrées de la Terre*, par M. É. Levasseur (*Bulletin de l'Institut international de statistique*).

(1) Le commerce extérieur des États-Unis en 1830 était de 723 millions de francs et en 1890 de 8200 millions.

ANNÉES.	POPULATION.		COMMERCE.	
	en millions d'habitants.	Rapport pour 100.	par milliards de francs.	Rapport pour 100.
1830.....	12,8	100	0,7	100
1840.....	17,0	133	1,2	171
1850.....	23,2	181	1,6	228
1860.....	31,4	245	3,8	543
1870.....	38,5	300	4,5	643
1880.....	50,4	394	8,0	1143
1890.....	63,0	492	8,2 (1889-90)	1171

(2) *Voir* le *Journal de la Société de statistique de Londres*, mars 1890.

ACCROISSEMENT COMPARÉ DE LA POPULATION ET DE LA RICHESSE DANS LE ROYAUME-UNI.

DATES.	POPULATION (par millions d'hab.).	RICHESSE mobilière et immobilière (par millions de livres sterling).	MOYENNE par tête (en livres sterling).
1812	17	2700 (1)	160
1822	21	2500 (2)	120
1833	25	2600 (2)	144
1845	28	4000 (3)	143
1865	30	6000 (3)	200
1875	33	8500 (3)	260
1885	37	10000 (3)	270

Les États-Unis, qui, depuis 1840, font un inventaire de leur richesse en même temps que le dénombrement de leur population, fournissent encore une preuve d'une progression de la richesse plus rapide que celle de la population, quoique cette population croisse plus rapidement qu'en aucun pays d'Europe.

---

(1) M. Giffen donne aussi pour l'Angleterre la richesse de 1600 à 1800. D'après les autorités qu'il cite, l'accroissement par tête aurait été plus lent au XVIIe et aussi rapide au XVIIIe siècle qu'au XIXe :

En 1720 ..... 57 livres sterling par tête,
En 1868 ..... 167 » »

mais les documents ont moins de valeur.

(2) Évaluations de Colquhoun et autres auteurs.

(3) Valeurs calculées d'après l'income-tax.

ACCROISSEMENT COMPARÉ DE LA POPULATION ET DE LA RICHESSE AUX ÉTATS-UNIS.

DATES DES RECENSEMENTS.	POPULATION (par millions d'habitants).	RICHESSE (par millions de dollars).	MOYENNE par tête (en dollars).
1790	3,9	750 (1)	187
1800	5,3	1072 (1)	202
1810	7,2	1500 (1)	207
1820	9,6	1888 (1)	195
1830	12,8	2653 (1)	206
1840	17,0	3764 (2)	220
1850	23,2	7136 (2)	308
1860	31,5	16159 (2)	510
1870	38,5	30069 (2)	777
1880	50,1	43642 (2)	870

Des indices du même genre autorisent à affirmer que pour d'autres pays la richesse a progressé aussi plus vite que la population (3). Nous citerons, comme dernier témoignage, les résultats d'une enquête sur le prix des terres que vient de

(1) Avant 1840, les nombres sont des évaluations faites par des statisticiens (*Voir* le *Journal de la Société de Statistique*, mars 1891).

(2) Depuis 1840, les nombres sont ceux que fournissent les recensements.

(3) M. Soetbeer dit que les revenus soumis à l'Einkommensteuer en Prusse (revenus de plus de 3000 marcs) étaient de 1382 millions de marcs, en 1876, et de 1980, en 1888 : augmentation de 43 pour 100 pendant que la population augmentait de 10 pour 100.

En Italie, les valeurs transmises par successions, usufruits et donations étaient, d'après M. Bodio (*Di alcuni indici misuratori del movimento economico in Italia*), de 1024 millions de francs, en 1875, et de 1266, en 1888 : augmentation de 22 pour 100, pendant que la population augmentait probablement de 11 pour 100.

L'année 1888-1889 n'a donné que 1144 millions, sans doute à cause de la dépréciation des valeurs occasionnée par la crise. La consommation du charbon de terre (lignite produit en Italie et houille importée) est un indice du progrès industriel : elle a été de 872000 tonnes en 1871, de 2205000 en 1881 et de 4249000 en 1888.

publier le ministère de l'Agriculture de l'empire russe. Le prix de la déciatine de terre dans 43 gouvernements de la Russie d'Europe (les provinces polonaises non comprises) a augmenté entre l'année 1860 et l'année 1889 de 153 pour 100 en moyenne, et cette élévation a dépassé dans deux gouvernements (Tauride et Novgorod) 400 pour 100; dans les 5 gouvernements des steppes du sud, elle a été en moyenne de 282 pour 100. Cet accroissement s'est produit surtout de 1870 à 1883; de 1883 à 1889, il a été très faible et le prix de la terre a même diminué dans 18 gouvernements. Durant la même période (ou à peu près la même, 1856-1885), la population des 50 gouvernements de la Russie d'Europe a augmenté de 24 pour 100 (1).

Conclusion sur le rapport entre la richesse et la population. — L'étude comparée du progrès général de la richesse et de la population au XIXe siècle contredit donc la thèse de Malthus, comme la contredisait déjà l'étude de l'alimentation. La progression du nombre des consommateurs et celle de la

(1) Voici le progrès comparé de la population (population rurale seulement) et du prix de la déciatine pour quelques gouvernements où ce progrès a été le plus et le moins accentué (d'après l'*Économiste russe* du 1/13 mars 1891).

	Accroissement pour 100.	
	Du prix de la déciatine de 1860 à 1889. Région tchernozème	De la population des campagnes. (terre noire).
Tauride.....	400	58
Ekatérinoslaw..	305	42
Don.....	266	78
Oufa.....	260	76
Kherson.....	224	66
Poltava.....	203	48
Bessarabie.....	200	46
	Région non tchernozème.	
Novgorod.....	420	46
Pskov.....	312	36
Kostroma.....	275	23
Smolensk.....	254	14
Tver.....	214	10

quantité totale des choses consommables ont été sans doute inégales durant le XIXe siècle; mais cette inégalité s'est produite à l'inverse de ce que l'économiste anglais regardait comme la loi fatale de l'humanité. Ainsi s'évanouit sa sinistre prédiction. Les hommes n'ont pas été durant ce siècle plus cruellement décimés qu'auparavant par les fléaux qu'il qualifie d'obstacles répressifs; ils l'ont même été moins que dans les siècles passés. Il n'y a pas de raison de penser qu'ils aient été plus vertueux ou plus vicieux.

Si l'on regarde la suite des phénomènes démographiques de la France d'un point de vue très général, on voit que s'il y a eu un peu moins de mariages qu'autrefois et beaucoup moins de naissances, il y a eu, d'autre part, moins de décès d'enfants et que, somme toute, la population de la France n'a pas augmenté moins vite au XIXe siècle qu'au XVIIIe. Celle des autres États européens a augmenté plus rapidement, du moins dans les pays où la statistique peut mesurer l'accroissement. C'est par une tendance naturelle, sans refoulement violent provenant d'une force extérieure comme sans contrainte pénible pour les volontés, que la population est demeurée fort en deçà de l'accroissement de la richesse et qu'elle a contribué ainsi à l'amélioration de son bien-être. La principale cause de ce phénomène, que Malthus pouvait à peine soupçonner de son temps, est l'énorme force productive dont les découvertes de la science ont doté l'industrie.

Ce n'est pas à dire que la quantité des richesses et surtout celle des subsistances n'influent pas sur la population. Nous avons montré dans plusieurs chapitres du livre précédent comment les crises et les disettes diminuaient la nuptialité, et par suite, la natalité et aggravaient la mortalité : c'est ce que Malthus avait vu.

Les troubles dans l'ordre économique ont pour contre-coup des troubles dans l'ordre démographique, surtout parce qu'ils dérangent les habitudes prises et qu'ils changent brusquement le niveau d'existence d'une population : c'est pourquoi les mauvaises influences ont un effet plus immédiatement sensible que les bonnes.

Mais, quand une population s'enrichit lentement par le tra-

vail, elle contracte peu à peu de nouvelles habitudes de bien-être et elle hausse au fur et à mesure sa consommation au niveau de sa production. Elle n'éprouve pas le besoin de multiplier plus rapidement, parce qu'elle ne trouve jamais qu'elle ait trop de jouissances. Il peut arriver même que, devenant plus exigeante pour sa postérité comme pour elle-même, elle restreigne le nombre des enfants qu'elle met au jour.

La densité de la population, ainsi que nous l'avons montré dans un autre chapitre, varie d'un lieu à un autre dans le même temps; elle varie d'un temps à un autre dans le même lieu, comme nous l'avons constaté pour la France, et, dans le même temps et le même lieu, elle diffère suivant les couches sociales. Ces différences de densité ne sont pas sans relation avec l'état de la richesse, mais la richesse n'en est pas la cause unique et n'en est surtout pas la règle et la mesure; car la densité est plus grande en Sicile et dans la plaine du Gange qu'en France, quoique la richesse y soit notablement moindre.

Si, en Sicile, la population augmente plus vite qu'en France, quoique plus dense et moins riche, c'est qu'elle a moins de besoins : quel que soit le niveau moyen du bien-être où une population se trouve placée, elle y accommode son existence. Il y a pourtant, au point de vue de l'accroissement, cette différence que, si ce niveau est bas, une crise dépressive y fait tout à coup un vide très apparent soit par la diminution des mariages et des naissances, soit par l'aggravation de la mortalité; s'il est haut, elle exerce une influence beaucoup moins sensible : la population restreint son superflu, on vit sur ses réserves; puis, la crise passée, elle tend, par un ressort naturel que nous avons nommé loi de compensation, à reprendre son niveau.

Le passé, le présent et l'avenir. — Le progrès de la richesse et son accroissement plus rapide que celui de la population dans les États civilisés depuis soixante ans et plus est un fait dont l'évidence frappe les yeux de quiconque étudie et réfléchit. Les économistes en connaissent les causes, les statisticiens essaient d'en mesurer l'intensité.

Comment se fait-il que la masse de la population n'en ait qu'un sentiment confus et qu'elle prête même parfois l'oreille à ceux qui, chagrins du présent, affirment que le passé valait peut-être autant sous le rapport du bien-être et probablement mieux à certains égards? C'est à la psychologie qu'il faut demander la réponse. L'homme n'est jamais content de son sort; il ne l'a jamais été et ne le sera jamais. Quand on sait à combien de misères physiques et morales il se trouve en butte, quel que soit le degré de la hiérarchie sociale où la naissance et son génie personnel l'aient placé, on ne s'en étonne pas; les satisfaits et les résignés sont des exceptions qui ne se rencontrent que parmi des esprits très apathiques et dans des âmes fortement trempées par la religion ou la philosophie. L'homme est donc porté à se plaindre des maux dont il souffre plus qu'à se réjouir des biens qu'il possède. Il est oublieux; l'habitude émousse en lui le sentiment du bien-être plus qu'elle n'endort celui de la douleur. L'enrichi est plus sensible au chagrin de perdre tout à coup une centaine de mille francs qu'au plaisir de posséder le million dont il n'avait pas le premier sou dans sa jeunesse. Lorsque l'homme souffre d'une privation, songe-t-il à s'en consoler en réfléchissant que ses pères en ont éprouvé bien d'autres? La foule ignore l'histoire. Si elle la savait, elle ne s'en consolerait pas davantage. Il lui semble, en effet, que tous les biens dont elle jouit lui soient dus; elle ne s'aperçoit d'ordinaire de la douceur de les posséder que lorsqu'ils viennent à lui manquer. Elle ressemble à un homme qui, ayant un bon estomac et de bons poumons, ne se sent digérer et respirer que lorsque la maladie a rendu pénible la fonction de ses organes.

Lorsqu'on répète, en gémissant sur le temps présent : « La vie est si chère! » on ne pense pas qu'il faudrait ajouter : « C'est que les besoins sont devenus si grands! » L'homme éprouve à toute époque beaucoup plus de désirs qu'il n'en peut satisfaire; son revenu limite sa consommation. A mesure que la richesse nationale et, par suite, le revenu individuel augmentent, la moyenne des consommations s'élève. C'est une conséquence légitime; car la richesse est produite par l'homme pour servir à la satisfaction de ses besoins. Ce qui n'est pas

sage, c'est de pousser les dépenses de sa consommation jusqu'à l'extrême limite de son revenu et surtout par delà cette limite. Dans toutes les conditions, il y a des gens qui agissent ainsi et se mettent par imprévoyance dans la gêne, se faisant une vie trop chère parce qu'ils se sont fait trop de besoins. Les gouvernements, quelque considérables que soient leurs revenus, donnent un exemple de ce genre lorsqu'ils clôturent leur budget par un déficit sans avoir eu l'excuse d'une calamité soudaine.

Qu'est devenu le temps où toute la famille d'un petit bourgeois de Paris se groupait le soir autour d'une unique chandelle, où l'ouvrier déjeunait dans l'atelier sur le coin de l'établi avec deux sous de pain et deux sous de pommes de terre frites, où de bons commerçants projetaient pour leur dimanche un déjeuner de gala au bois de Boulogne et, transportant dans des paniers la nappe, les assiettes et le menu, dressaient leur couvert sur l'herbe? Il est bien loin derrière nous, à soixante ans et plus de distance, et la génération présente, qui a d'autres mœurs, ne nous ne le ramènera pas. Elle préfère les tramways et les chemins de fer aux coucous de la Porte Saint-Denis et elle a raison. Mais, si à Paris elle a fourni, en 1889, aux omnibus, tramways, petites voitures, bateaux de la Seine, plus de 330 millions de voyageurs (1), et si, en France, le nombre des billets délivrés par les chemins de fer a dépassé la même année 230 millions, il faut bien que, malgré la diminution du prix des transports, elle paie pour ce besoin de déplacement

(1) Il est juste de remarquer que 1889 est l'année de l'Exposition universelle.

Omnibus	121	millions de voyageurs (chaque correspondance compte un voyageur).
Tramways	80	
Tramways nord et sud.	50	
Petites voitures	20	environ (sans compter les voyageurs des voitures qui n'appartiennent pas à l'administration des Petites voitures).
Bateaux	15	
Chemins de fer dans Paris et omnibus des chemins de fer	50	environ.
TOTAL	336	

qu'elle satisfait si amplement plus que ne payaient ses aïeux qui n'avaient pas de chemins de fer, ne croyaient pas nécessaire à la santé de leurs enfants de les conduire aux bains de mer en été et n'envoyaient pas des élèves de l'école primaire passer leurs vacances dans les montagnes ou même visiter les pays étrangers.

On s'est demandé si cette génération était devenue par là plus heureuse que celles qui l'ont précédée. C'est une question de philosophie morale que la science économique est incapable de résoudre. Le bonheur de l'homme réside dans l'équilibre de l'âme plus qu'il ne se mesure à la quantité des biens extérieurs. Nous ne voulons pas traiter la question; nous ferons cependant remarquer que, si l'abondance des richesses ne fait pas le bonheur, du moins il y a un certain minimum de biens nécessaire pour ne pas endurer les tortures de la faim et les angoisses de l'indigence. Or le résultat du progrès général de la richesse, dans un pays où le travail est libre et la propriété en sécurité, est non seulement d'enrichir davantage les uns, mais d'élever le niveau moyen de l'existence dans toutes les conditions sociales, d'améliorer l'état matériel de la masse des habitants, d'augmenter les petits salaires et de procurer un certain minimum de bien-être à beaucoup de ceux qui étaient auparavant impuissants à l'atteindre. A ce titre assurément le progrès de la richesse mérite la sympathie des amis de l'humanité et n'est pas sans influence sur le bonheur.

Si le XIXe siècle a heureusement contredit les prévisions de Malthus, le XXe aura-t-il la même fortune? La Science, par la vapeur, la mécanique, la chimie, l'électricité, a prodigué ses faveurs à celui qui se termine. De là un accroissement de production qu'aucun siècle n'avait vu jusque-là : c'est en partie ce qui explique pourquoi la richesse a augmenté plus vite que la population.

Mais n'y aura-t-il pas un terme à ces inventions, ou du moins un ralentissement dans le progrès? La houille ne deviendra-t-elle pas un jour plus rare? L'accroissement de la circulation, dû à la construction des chemins de fer, ne sera-t-il pas beaucoup moindre quand tous les chemins de fer auront été construits? Le ralentissement dans le progrès de la richesse, en

supposant qu'il se produise, n'aura-t-il pas pour conséquence un ralentissement dans le progrès de la population ou une rétrogradation du bien-être? Il serait téméraire de prédire un avenir lointain et il est inutile de le tenter. Nous nous contentons de remarquer que les faits connus ne justifient pas de telles appréhensions. L'homme ne connaissait pas, ou connaissait à peine, il y a cent ans, l'usage des forces et des matériaux de la nature qui l'ont tant enrichi. Connaît-il aujourd'hui toutes celles que la nature recèle dans son sein. L'électricité ne fait que d'entrer sur la scène; l'aluminium, que le sol contient en quantité incommensurable, n'attend qu'une fabrication moins coûteuse pour devenir un métal usuel de premier ordre; la marée, dont la force chaque jour renouvelée est inépuisable, est prête à fournir des moteurs quand le charbon de terre sera jugé trop rare. Le passé et le présent semblent se porter garants pour l'avenir; l'humanité n'a pas à s'arrêter sur la voie du progrès dans la pensée que cette voie, dont elle ne saurait apercevoir le terme, peut ne pas se prolonger à l'infini.

UN

CALENDRIER PERPÉTUEL,

Par M. ED. COLLIGNON,

Inspecteur général des Ponts et Chaussées.

Un calendrier perpétuel est destiné à faire connaître le nom du jour de la semaine pour une date donnée, prise au hasard dans l'échelle des temps. Il existe un grand nombre de Tableaux et d'appareils pour résoudre la question ainsi posée. Mais presque tous exigent soit un calcul, soit le maniement de certaines pièces mobiles, pour arriver à la solution cherchée. Les Tableaux que nous joignons ici ont l'avantage de donner à vue le résultat demandé. Le premier se rapporte au *style grégorien,* qui est en usage dans le monde catholique depuis le 5/15 octobre 1582, et qui a été adopté depuis par toutes les nations protestantes (1); le second s'applique au *style julien,* ou *vieux style,* que les nations orthodoxes, Russes, Roumains, Grecs, ont conservé jusqu'à présent.

Depuis longtemps on fait usage de lettres pour désigner les jours dans les calendriers perpétuels. Les sept lettres A, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, représentent les jours successifs de l'année, rangés par groupe de 7 à partir du premier janvier, et se reproduisant indéfiniment dans le même ordre. On appelle *lettre domini-*

(1) Voici les dates de l'adoption du calendrier réformé par divers états de l'Europe : en France, le 10/20 décembre 1582; pays catholiques de l'Allemagne, en 1584 ; Pologne, en 1586; pays protestants de l'Allemagne, le 19 février/1er mars 1600 ; Angleterre, le 3/14 septembre 1752.

cale d'une année en particulier celle de ces lettres qui correspond pour cette année-là aux dimanches. Les années bissextiles ont deux lettres dominicales : la première se rapporte aux mois de janvier et de février, la seconde aux dix mois suivants. L'insertion du 29 février déplace en effet, en l'avançant d'un jour, le quantième des dimanches pour tout le reste de l'année. Les années communes, au contraire, n'ont qu'une lettre dominicale unique.

On sait que les années bissextiles se reproduisent de quatre en quatre ans dans le courant d'un même siècle, que de plus l'année commune finit par un jour de même nom que celui par lequel elle commence. Il en résulte que les lettres dominicales des années successives se suivent dans l'ordre alphabétique rétrograde, et forment une suite indéfinie dans les deux sens

A *g f ed c b* A *gf e* ...,

les groupes de deux lettres indiquant les années bissextiles, tous les quatre ans.

Cette loi du retour des années bissextiles tous les quatre ans est absolue dans l'ancien style, et entraîne le retour des mêmes jours aux mêmes dates au bout de 28 années révolues, période qu'on appelle le *cycle solaire*. La réforme grégorienne a interrompu la loi pour les années séculaires, 1700, 1800, 1900, 2100, ... Les années dont le nombre est terminé par un double zéro sont encore bissextiles lorsque le nombre des centaines est multiple de 4; elles ne le sont plus, et redeviennent des années communes, lorsque ce nombre de centaines divisé par 4 laisse un reste, qui peut être 1, 2 ou 3. Ainsi les années 1600, 2000, 2400, sont bissextiles dans le nouveau style comme dans l'ancien; tandis que 1700, 1800, 1900, bissextiles dans l'ancien style, ne le sont pas dans le nouveau. La divergence entre les deux calendriers augmente, en résumé, de 3 jours en 400 ans. La réforme grégorienne ayant été opérée le 5/15 octobre 1582, il y eut à partir de ce moment un écart de 10 jours entre le nouveau style et le vieux; cet écart s'est maintenu pendant tout le XVIIe siècle, puisque l'an 1600 a été bissextile dans les deux calendriers. Mais au XVIIIe siècle

Voltaire datait ses lettres du 1/12; nos correspondants russes datent les leurs du 1/13 dans ce siècle-ci, et ils les dateront du 1/14 à partir du mois de mars 1900.

Les Tableaux que l'on trouvera joints à cette Note (*Pl. I*) sont au nombre de trois. Le premier renferme des lettres des divers quantièmes de chaque mois pour une année commune. Il sert à la fois pour les deux styles. On a réduit ce Tableau aux plus petites dimensions possibles, en réunissant dans chaque mois les quantièmes qui correspondent à des jours de même nom, c'est-à-dire ceux qui diffèrent d'un multiple de 7 jours, et en groupant ensemble les mois pour lesquels les mêmes jours de la semaine reviennent aux mêmes dates, savoir : janvier et octobre, février, mars et novembre, avril et juillet, septembre et décembre. Ces groupements ont réduit à sept le nombre des colonnes de lettres, autant qu'il y a de lettres ou de jours de la semaine. Il semble qu'il faudrait dresser deux Tableaux de cette nature, l'un pour les années communes, l'autre pour les années bissextiles. Mais on reconnaît bien vite que l'emploi des deux lettres dominicales pour les années bissextiles les fait rentrer dans le cadre des années communes, et permet par suite de leur appliquer le premier Tableau, moyennant qu'on attribue la première lettre dominicale aux deux premiers mois de l'année, janvier et février, et la seconde aux dix derniers mois, de mars à décembre.

Les quantièmes sont portés dans la première colonne à gauche de ce premier Tableau. Les lettres des quantièmes sont réparties dans sept colonnes, en haut desquelles sont inscrits les noms des mois, les uns seuls, les autres par groupes de deux ou de trois. A droite du Tableau, on trouve une dernière colonne, où sont inscrits en abrégé les jours de la semaine. Nous verrons plus loin l'usage que l'on peut faire de cette colonne, qui ne correspond pas à la colonne des quantièmes, mais qui contribue à simplifier la lecture du Tableau.

Le second Tableau renferme les lettres dominicales des années dans le nouveau style. Il renferme, sous forme très condensée, les résultats correspondant à 400 années grégoriennes consécutives. Cette période suffit pour épuiser toutes les combinaisons de jour et de date. Une période de 400 ans

du nouveau style se décompose en jours de la manière suivante :

Pour 100 années, à raison de 365 jours par année commune	36 500 jours.
Il faut y ajouter 24 jours, provenant des 24 années bissextiles	24 —
Total	36 524 jours.

Pour 400 années, il y aura donc un nombre de jours égal à 4 fois 36 524; soit	146 096 jours.
Auxquels il faut ajouter le 29 février de l'année séculaire à laquelle le nouveau style conserve la bissextilité	1 —
Total	146 097 jours.

Or ce nombre de jours est le produit de 20871 par 7; de sorte que 400 années grégoriennes contiennent un nombre entier de semaines. Au bout de 400 ans, les mêmes jours reviennent donc aux mêmes dates, dans le même ordre indéfiniment.

Dans le courant d'un siècle, en appelant ainsi la période de 100 ans pendant laquelle les nombres définissant les années ont tous les mêmes centaines, les mêmes dates se retrouvent aux mêmes jours au bout de 28 ans.

Étant donné le nombre qui définit une année, on le décomposera en deux parties, en séparant ses deux derniers chiffres; appelons N le nombre de ses centaines, et B le nombre formé par l'ensemble de ses dizaines et de ses unités. On trouvera le nombre B dans la colonne à gauche du Tableau II. En tête se trouvera le double zéro de l'année séculaire, qui est soumise à un régime à part. Au-dessous, répartis en quatre sous-colonnes, les nombres 01, 02, 03, ..., 99 qui représentent, avec 00, toutes les valeurs admissibles pour le nombre B. On a réuni sur une même horizontale les nombres qui diffèrent d'un multiple de 28, et qui ont la même lettre dominicale. Les colonnes à droite sont au nombre de 4. Elles correspondent aux formes du nombre N de centaines par rapport au module 4; la première correspond à $N = 4n$, la seconde à $N = 4n + 1$, la troisième à $N = 4n + 2$, la quatrième à $N = 4n + 3$.

Dans chacune, en regard des valeurs de B, nous avons

porté les lettres dominicales des années 100 N + B, dont la loi de succession nous est connue. Il ne faut pas longtemps, comme on voit, pour former un Tableau qui fasse connaître les lettres dominicales pour une année quelconque. Le seul calcul à faire pour entrer dans ce Tableau consiste à chercher le reste de la division par 4 des centaines du nombre qui définit l'année. Ce calcul est tellement simple qu'il se fait pour ainsi dire intuitivement.

Pour montrer l'usage que l'on peut faire des Tableaux I et II, proposons-nous de trouver le nom du jour correspondant à des dates déterminées.

On cherchera dans le Tableau II la lettre dominicale de l'année; s'il y en a deux, on prendra celle qui se rapporte à la période de l'année qui comprend la date donnée, suivant qu'elle appartient aux deux premiers mois ou aux dix suivants. Soit *c*, par exemple, la lettre dominicale trouvée. On cherchera dans le Tableau I la lettre qui correspond au quantième et au mois donnés : soit la lettre *f*. Le problème est ramené à trouver le nom d'un jour désigné par *f*, sachant que le dimanche est désigné par *c*. La dernière colonne à droite du Tableau I évite le petit calcul qu'il y aurait à faire pour résoudre ce dernier problème. Cherchons dans le Tableau I la colonne en tête de laquelle est inscrite la lettre dominicale *c*; descendons dans cette colonne jusqu'à la lettre *f* du jour cherché. Le nom de ce jour se trouvera en regard de *f* dans la colonne additionnelle de droite. Voici quelques exemples :

DATES DONNÉES.	LETTRE DOMINICALE. Tableau II.	LETTRE DU QUANTIÈME. Tableau I.	NOM DU JOUR.
14 juillet 1789.....	*d*	*f*	Mardi.
2 décembre 1805...	*f*	*g*	Lundi.
24 février 1848.....	*b*	*f*	Jeudi.
4 septembre 1870..	*b*	*b*	Dimanche.
24 janvier 1890.....	*e*	*c*	Vendredi.
31 décembre 1899..	A	A	Dimanche.
31 mai 1950.....	A	*d*	Mercredi.

Le troisième Tableau est relatif à l'ancien style.

Pour le calendrier julien, la période de 28 ans n'est pas troublée par les années séculaires, et l'on pourrait par conséquent se borner à dresser un Tableau des lettres dominicales pour 28 années consécutives, car toutes les autres se ramènent à celles-là, à un multiple de 28 près. Mais cette disposition, admissible au point de vue théorique, aurait l'inconvénient pratique d'exiger la division par 28 du nombre de l'année donnée, pour savoir quel rang elle occupe dans le cycle solaire. On évite cette opération, ou plutôt on la rend intuitive, en prenant pour période, non plus 28, mais un nombre de centaines qui soit multiple de 28. Il faut aller jusqu'à 700 pour satisfaire à cette condition. Si donc on partage encore le nombre de l'année en deux parties, l'une N formée des centaines, l'autre B formée des dizaines et des unités, on pourra dresser un Tableau tout semblable à celui du nouveau style, en mettant les valeurs de B, de 00 à 99, dans la colonne de gauche, et les formes de N relativement au module 7 dans sept colonnes placées à droite; en tête de ces colonnes seront inscrites les formes de N, savoir :

$$7n,\ 7n+1,\ 7n+2,\ 7n+3,\ 7n+4,\ 7n+5 \text{ et } 7n+6.$$

La colonne de gauche sera partagée en 4 sous-colonnes, où l'on réunira sur la même ligne horizontale les années qui diffèrent de 28 ou d'un de ses multiples. Ici l'année séculaire 00 rentre dans la loi conmmune, et cesse d'être portée à part.

La seule opération qui reste à faire pour se servir du Tableau consiste à chercher le reste de la division par 7 du nombre N, des centaines de l'année. C'est un peu plus difficile que celle qu'il y avait à faire pour le nouveau style, où l'on n'avait à diviser que par 4. Elle est toutefois très élémentaire, et on la fait de tête sans difficulté. On simplifie du reste le problème dans un grand nombre de cas usuels, en inscrivant au-dessous des formes du nombre N quelques exemples numériques, choisis dans le temps écoulé depuis l'établissement du calendrier julien. Cela suffit du moins pour les principales applications du Tableau aux dates historiques. Une date étant donnée, en

y ajoutant 700 ans, ou un multiple de 700 ans, ou en les retranchant, on arrivera toujours à ramener cette date dans les limites indiquées sur le Tableau.

L'usage que l'on fait de ce Tableau III est identique à celui du Tableau II. Voici quelques exemples de solution :

DATES DONNÉES.	LETTRE DOMINICALE. Tableau III.	LETTRE DU QUANTIÈME. Tableau I.	NOM DU JOUR.
27 février 453..	*d*	*b*	Vendredi.
28 mars 859....	A	*c*	Mardi.
3 juillet 1402..	A	*b*	Lundi.
5 octobre 1582.	*g*	*e*	Vendredi 15 octob. 1582. Établissement du nouveau style
12 janvier 1890.	*g*	*e*	Vendredi 24 janvier 1890. Nouveau style.
29 février 1900.	*b*	*d*	Mardi 13 mars 1900. Nouveau style.
1 mars 1900...	A	*d*	Mercredi 14 mars 1900. Nouveau style.

Nos calendriers permettent de résoudre à vue certaines questions.

1. — Le 15 mai 1890, nouveau style, est un jeudi.

On demande quelles sont les années du XIXe siècle dans lesquelles le 15 mai est un jeudi.

La lettre dominicale de 1890 étant la lettre *e*, cela revient à chercher toutes les années qui admettent la même lettre parmi celles qui ont 18 pour nombre de leurs centaines. On voit tout de suite qu'il en est ainsi pour 1800, 1806, 1834, 1862, 1890, 1817, 1845, 1873, 1823, 1851, 1879; la lettre *e* est aussi la première lettre dominicale des années bissextiles 1812, 1840, 1868, 1896; et la seconde lettre dominicale des années bissextiles 1828, 1856, 1884. Comme le 15 mai tombe dans les dix derniers mois de l'année, et non dans les deux premiers, il faut rejeter les années 1812, 1840, 1868, 1896, et admettre les années 1828, 1856, 1884. Il y a donc, dans la période de 1800

à 1899, quatorze années dans lesquelles le 15 mai tombe un jeudi.

2. — Trouver dans les années 1888, 1889, 1890, nouveau style, tous les vendredis qui tomberont le 13 d'un mois.

Occupons-nous d'abord des vendredis 13 de 1890.

La lettre dominicale est *e*. Les vendredis ont donc la lettre *c*. Cette lettre se trouve seulement en regard du quantième 13 dans le mois de juin. Il n'y a donc qu'un vendredi 13 dans l'année 1890, et c'est le 13 juin. Il en est ainsi dans les onze années du XIXe siècle qui admettent la lettre *e* pour *lettre dominicale unique*.

Pour 1889, la lettre dominicale est *f*; le vendredi correspond à la lettre *d*. Cette lettre se trouve en face du quantième 13, dans le Tableau 1, pour les mois de septembre et de décembre; il y a donc eu deux vendredis 13 en 1889, le 13 septembre et le 13 décembre. Il en est de même pour les années 1805, 1833, 1861, 1811, 1839, 1857, 1895, 1822, 1850, 1878.

L'année 1888 est bissextile, elle a deux lettres dominicales, A pour janvier et février, et *g* pour les autres mois. A la première correspond un vendredi 13 avec la lettre *f*, le 13 janvier; et à la seconde, deux vendredis 13 avec la lettre *e*, le 13 avril et le 13 juillet. Il en a été de même en 1804, 1831, 1860.

En général, un même jour de la semaine coïncide avec un quantième particulier au moins une fois par an, et au plus trois fois; et l'on peut affirmer que ces trois fois arrivent, dans les années communes, aux mois de février, de mars et de novembre.

Pour nous borner aux vendredis 13, ils arriveront :

1° Dans les années communes,

En janvier et en octobre, si la lettre dominicale est	A
mai	*b*
août	*c*
février, en mars et en novembre	*d*
juin	*e*
septembre et en décembre	*f*
avril et juillet	*g*

2° Dans les années bissextiles :

En janvier, en avril et en juillet, si les lettres sont	*Ag*
septembre et en décembre	*gf*
juin	*fe*
mars et en novembre	*ed*
février et en août	*dc*
mai	*cb*
octobre	*b*A

De 1800 à 1899, il y a 43 années qui n'ont qu'un vendredi 13, 42 années qui en ont deux, et 15 qui en ont trois; en tout, 172 vendredis 13 dans cette période de 100 ans ou de 36524 jours, soit 0,47 pour 100.

3. — L'examen des Tableaux révèle certaines propriétés curieuses des années successives. Nous nous occupons spécialement du style grégorien.

Les années séculaires du nouveau style ont périodiquement les mêmes lettres dominicales. Il en résulte que

Le 1er janvier des années 1600, 2000 est toujours un samedi;
Le 1er janvier des années 1700, 2100 est toujours un vendredi:
Le 1er janvier des années 1800, 2200 est toujours un mercredi;
Le 1er janvier des années 1900, 2300 est toujours un lundi.

Les historiens font commencer les siècles au 1er janvier des années 1601, 1701, 1801, qui surpassent d'une unité les années que nous appelons séculaires. On voit par le Tableau que

Le 1er janvier 1601, 2001 a été ou sera un lundi;
Le 1er janvier 1701, 2101 a été ou sera un samedi;
Le 1er janvier 1801, 2201 a été ou sera un jeudi;
Le 1er janvier 1901, 2301 sera un mardi.

Aucun siècle grégorien ne commence par un dimanche, un mercredi ou un vendredi.

Le 29 février d'une année grégorienne séculaire est toujours un mardi. En effet, l'année séculaire qui admet le 29 février

est une des années 1600, 2000, 2400, ...; elle a *b* pour première lettre dominicale, et le 29 février correspond à la lettre *d*, c'est-à-dire au mardi.

4. — Si l'on considère un groupe de 400 années consécutives, formant une période du style grégorien, il est facile de compter sur le Tableau le nombre des années qui commencent par un dimanche, le nombre de celles qui commencent par un lundi, et ainsi de suite pour tous les jours de la semaine. Ces nombres ne peuvent être égaux entre eux, car 400 n'est pas multiple de 7. On obtient en effet les résultats suivants. Sur 400 années grégoriennes consécutives, on trouve :

Commençant par un dimanche	58	années.
» par un lundi	56	
» par un mardi	58	
» par un mercredi	57	
» par un jeudi	57	
» par un vendredi	58	
» par un samedi	56	
Total	400	années.

TABLEAU DONNANT LA DATE DE PÂQUES.

Gauss a donné une règle arithmétique très simple pour déterminer chaque année la date du dimanche de Pâques. Nous commencerons par la rappeler.

Soit N le nombre qui définit l'année.
On divisera N par 19; soit R le reste.
On divisera N par 4; soit R′ le reste.
On divisera enfin N par 7; soit R″ le reste.

On formera le produit du premier reste R par le nombre 19, et l'on ajoutera à la somme un nombre M, que nous définirons plus loin. On forme ainsi un nouveau nombre S, que l'on divisera par 30; appelons H le reste de cette division.

On formera la somme $2R' + R'' + 6H$, à laquelle on ajoutera un nombre déterminé M'; cela fournit une nouvelle somme

$$T = 2R' + 4R'' + 6H + M',$$

qu'on divisera par 7. Soit H' le reste.

Le jour de Pâques de l'année N sera le $22 + H + H'$ mars, ou le $H + H' - 9$ avril. Ce jour étant un dimanche, la méthode conduit à la détermination de la lettre dominicale de l'année. On voit que l'application de cette méthode exige qu'on fasse cinq divisions.

Les nombres M et M' qui entrent dans la composition des sommes S et T, ont les valeurs suivantes :

Dans le calendrier julien, on a, sans acception de siècle,

$$M = 15, \qquad M' = 6;$$

Dans le calendrier grégorien, M et M' varient de siècle en siècle, et l'on a, depuis l'établissement du nouveau style jusqu'en 2499 :

De 1582 à 1699	$M = 22$,	$M' = 3$
1700 à 1799	$M = 23$,	$M' = 3$
1800 à 1899	$M = 23$,	$M' = 4$
1900 à 2099	$M = 24$,	$M' = 5$
2100 à 2199	$M = 24$,	$M' = 6$
2200 à 2299	$M = 25$,	$M' = 0$
2300 à 2399	$M = 26$,	$M' = 1$
2400 à 2499	$M = 25$,	$M' = 1$

Cette règle fait connaître à la fois la date de Pâques et la lettre dominicale de l'année : si donc on connaît d'avance la lettre dominicale, on peut simplifier la règle, en en retranchant tout ce qui a rapport à la détermination de cette lettre. Or il est facile de voir qu'il suffit, pour trouver la date de Pâques, de déterminer le premier reste R, de former le nombre $S = 19R + M$, et d'en déduire le reste H. Les trois autres restes n'interviennent pas dans l'opération.

En effet, le nombre H′, étant le reste d'une division par 7, est toujours inférieur à 7; de sorte que la date de Pâques, $22 + H + H'$ mars, est toujours comprise entre les dates $22 + H$ pour $H' = 0$, et $28 + H$ pour $H' = 6$, les limites étant incluses. Ces deux dates comprennent sept jours consécutifs, sur lesquels il y a un seul dimanche. Ce dimanche est donc le jour de Pâques; il sera fourni par le calendrier perpétuel. Dans cette manière de procéder, le reste H′ est inutile, et il en est de même des restes R′ et R″, qui ne servent qu'à le former.

Résumons donc la règle à suivre.

On divisera le nombre N de l'année par 19, et l'on appellera R le reste.

On formera la somme $S = 19R + M$, qu'on divisera par 30; le reste sera un nombre H.

Pâques sera l'un des jours compris dans la suite de dates $22 + H$, $23 + H$, $24 + H$, ..., $28 + H$ du mois de mars, ou $H - 9$, $H - 8$, $H - 7$, ..., $H - 3$ du mois d'avril; c'est le dimanche compris dans cette suite.

Le nombre R, reste de la division de N par 19, ne peut avoir que les valeurs 0, 1, 2, ..., 18. Pour chacune de ces valeurs on peut calculer la somme S, puis chercher le reste H de cette somme divisée par 30; ce reste dépend du nombre M. On pourra donc dresser un Tableau à double entrée, dont les arguments seront R et M; à l'intersection de chaque ligne R et de chaque colonne M, on inscrira la valeur de H et les dates limites du jour de Pâques. On forme ainsi le Tableau de la *Pl. II*, qui résout la question.

Le dimanche de Pâques ne peut jamais tomber avant le 22 mars, ni après le 25 avril. Si donc le Tableau amenait le jour de Pâques au 26 avril, ce qui peut arriver pour $R = 5$ de 1900 à 2199, pour $R = 13$ de 1582 à 1699, et pour $R = 16$ de 2200 à 2299, ce qui n'arrive jamais dans le calendrier julien, il faudrait avancer la fête de Pâques de huit jours et la placer au 19 avril.

La seule opération à faire pour lire le Tableau est la division par 19 du nombre N qui définit l'année. Cette opération n'est pas difficile : elle est encore facilitée par la Table des 9 pre-

miers multiples de 19, qui se trouve dans la seconde colonne du Tableau. Ajoutons que, pour cette fin de siècle et pour le commencement du siècle prochain, la division par 19 se fait intuitivement, en observant que 1900 est un multiple du diviseur.

Nous éclaircirons la méthode par quelques exemples. Cherchons la date de Pâques pour l'année 1890, dans le nouveau style.

Le reste de la division par 19 du nombre 1890 est 9; car on rend le nombre multiple de 19 en y ajoutant 10. On a donc R = 9. Sur la ligne de ce reste, pris dans la première colonne à gauche, on trouvera la valeur du reste H = 14, dans la colonne qui correspond à la période 1700-1899, où est comprise l'année donnée. Les limites correspondantes sont le 5 avril et le 11 avril. Le calendrier perpétuel donne la lettre *e* pour lettre dominicale de l'année 1890, nouveau style. Le 5 avril de cette année est un samedi. Donc le lendemain 6 est le dimanche compris entre les limites. Pâques en 1890 est donc le 6 avril.

Faisons les mêmes recherches pour 1890, ancien style. On aura encore R = 9 : mais les limites prises dans la colonne du style julien sont le 28 mars et le 3 avril. Le calendrier perpétuel, Tableau III, donne *g* pour lettre dominicale. Le 28 mars a la lettre *c*; c'est par suite un mercredi. Le dimanche qui suit ce mercredi est le 1er avril, c'est donc la date du jour de Pâques du calendrier orthodoxe. Ce jour est identique au 13 avril du calendrier réformé. Il en résulte qu'en 1890 l'Église orthodoxe célèbre la fête de Pâques huit jours après l'Église catholique.

En 1891, on trouvera de même que Pâques tombe le 29 mars, pour le calendrier grégorien, et le 21 avril/3 mai pour le calendrier julien, ce qui fait un intervalle de 5 semaines d'une fête à l'autre.

Proposons-nous de trouver dans un siècle donné, le XIXe par exemple, toutes les années où Pâques est tombé ou tombera à une date déterminée, le 28 mars, par exemple.

On cherchera dans le Tableau IV, dans la colonne qui correspond à la période 1700-1899 où le XIXe siècle est compris, les

limites des dates de Pâques qui comprennent le 28 mars. On trouve

Pour R =	2	23-29 mars.
R =	7	28 mars-3 avril.
R =	10	25 mars-31 mars.
R =	13	22 mars-28 mars.
R =	18	27 mars-2 avril.

On cherchera ensuite de 1800 à 1899, les années dont les nombres, divisés par 19, donnent pour restes les nombres 2, 7, 10, 13, 18. On trouve

Pour R =	2	les années	1807, 1826, 1845, 1864, 1883.
R =	7	—	1812, 1831, 1850, 1869, 1888.
R =	10	—	1815, 1834, 1853, 1872, 1891.
R =	13	—	1818, 1837, 1856, 1875, 1894.
R =	18	—	1804, 1823, 1842, 1861, 1880.

Il ne reste plus qu'à chercher les lettres dominicales de ces vingt-cinq années, ce que donne le Tableau II, et à les comparer à la lettre *c* que le Tableau I attribue au 28 mars. Les années cherchées seront celles qui, parmi les vingt-cinq années qu'on vient de citer, ont *c* pour lettre dominicale. Lorsque les années sont bissextiles, il faut prendre seulement la seconde lettre dominicale, puisque le 28 mars est compris dans les dix derniers mois, et non pas dans les deux premiers. On trouve ainsi que les seules années du XIXe siècle dans lesquelles Pâques est tombé le 28 mars sont au nombre de trois : 1869, 1875 et 1880.

On peut se demander quelle est la probabilité pour que la fête de Pâques tombe, pour une année prise au hasard, en un jour déterminé, du 22 mars au 25 avril.

Pour que Pâques arrive ce jour-là, il faut : 1° que ce soit un dimanche ; 2° qu'il soit compris dans l'un au moins des groupes de 7 jours qui correspondent aux diverses valeurs du reste R ; et plus il y aura de ces groupes, plus il y aura de chances pour que l'événement demandé se réalise. La solution dépend, dans le nouveau style, de la période où se trouve renfermée

l'année prise au hasard. Supposons, pour fixer les idées, que cette année fasse partie de la période de 1700 à 1899.

Dans ce cas, le Tableau IV montre que le 22 mars n'appartient qu'à un groupe unique, celui pour lequel $R = 2$; que de même le 25 avril n'appartient qu'à un seul groupe, celui de $R = 5$;

Les 23 et 24 mars, 23 et 24 avril appartiennent à deux groupes chacun;

Les 25 et 26 mars, 21 et 22 avril appartiennent à trois groupes;

Les 27, 29 et 30 mars, les 1er, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 15, 17, 18 et 20 avril appartiennent chacun à quatre groupes;

Enfin les 28 et 31 mars, les 2, 3, 5, 8, 11, 13, 14, 16 et 19 avril appartiennent chacun à cinq groupes, ou à cinq valeurs distinctes de R.

Comme R peut recevoir 19 valeurs, et que le quantième donné peut être l'un quelconque des sept jours de la semaine, la probabilité de la coïncidence de Pâques avec le quantième donné est $\frac{1}{7 \times 19}$ s'il n'y a qu'une valeur admissible pour R, $\frac{2}{7 \times 19}$ s'il y en a deux, ... $\frac{5}{7 \times 19}$ s'il y en a cinq, et par conséquent on obtient les probabilités suivantes, pour les différentes dates du 22 mars au 25 avril pendant la période 1700-1899:

22 mars, 25 avril..... .... $\frac{1}{7 \times 19} = \frac{1}{133} = 0{,}00751879$

23 et 24 mars, 23 et 24 avril..... $\frac{2}{133} = 0{,}01503759$

25 et 26 mars, 21 et 22 avril..... $\frac{3}{133} = 0{,}02255639$

27, 29, 30 mars, 1, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 15, 17, 18, 20 avril $\frac{4}{133} = 0{,}03007518$

28, 31 mars, 2, 3, 5, 8, 11, 13, 14, 16, 19 avril..... $\frac{5}{133} = 0{,}03759397$

Comme ces hypothèses épuisent tous les cas possibles, la somme de toutes les probabilités correspondantes doit donner

l'unité, et on a comme vérification l'identité

$$\frac{1}{133}\times 2+\frac{2}{133}\times 4+\frac{3}{133}\times 4+\frac{4}{133}\times 14+\frac{5}{133}\times 11=1.$$

Si l'on cherche la solution du même problème de 1900 à 2199, on reconnaît quelques modifications :

Le 22 mars n'appartient à aucun groupe;

Le 23 mars appartient à un groupe unique, pour $R=13$;

Les 24 et 25 mars, 24 et 25 avril appartiennent chacun à deux groupes;

Les 26 et 27 mars, 22 et 23 avril appartiennent à trois;

Les 28, 30, 31 mars, 2, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 16, 18, 19, 21 avril appartiennent à quatre groupes;

Le 29 mars, les 1er, 3, 4, 6, 9, 12, 14, 15, 17 et 20 avril font partie de cinq groupes distincts.

De plus, il faut observer que le Tableau peut assigner à Pâques la date du 26 avril, à laquelle on doit substituer celle de 19 avril. Il faut donc faire passer le 19 avril de la série des jours à quatre groupes à celle des jours à cinq groupes; il y en aura en définitive 13 pour la première et 12 pour la seconde.

Les probabilités sont donc pour les divers jours :

22 mars	0,
23 mars	$\frac{1}{133}$,
24 et 25 mars, 24 et 25 avril	$\frac{2}{133}$,
26 et 27 mars, 22 et 23 avril	$\frac{3}{133}$,
Du 28 mars au 23 avril, 13 jours pour lesquels la probabilité est	$\frac{4}{133}$,
Et 12 jours pour lesquels elle est	$\frac{5}{133}$.

La somme

$$\frac{1}{133}\times 1+\frac{2}{133}\times 4+\frac{3}{133}\times 4+\frac{4}{133}\times 13+\frac{5}{133}\times 12=1$$

fournit encore une vérification.

En appliquant la même recherche au calendrier julien, on trouve les résultats suivants :

22 mars et 25 avril..... $\frac{1}{133}$,

23 et 24 mars, 23 et 24 avril..... $\frac{2}{133}$,

25 mars, 21 et 22 avril..... $\frac{3}{133}$,

26, 27, 29, 30 mars, 1er, 2, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 20 avril..... $\frac{4}{133}$,

28 et 31 mars, 3, 5, 6, 8, 11, 14, 16, 19 avril..... $\frac{5}{133}$;

et l'on a pour vérification l'égalité

$$\frac{1}{133}\times 2+\frac{2}{133}\times 4+\frac{3}{133}\times 3+\frac{4}{133}\times 16+\frac{5}{133}\times 10=1.$$

On voit que la probabilité que Pâques tombe à l'une de ses dates limites est très faible; et qu'elle est nulle même pour la limite du 22 mars, dans le calendrier grégorien, pendant les trois siècles qui s'écoulent de 1900 à 2199. On reconnaît aisément en effet que, depuis l'adoption du calendrier grégorien, Pâques n'est tombé le 22 mars que pour les années 1598, 1693, 1761, 1818, et qu'il ne doit revenir à la même date qu'en 2285. Les années où Pâques tombe le 25 avril sont :

1666, 1734, 1886, 1943, 1954, 2038, 2049, 2106.

Dans la période de 1900 à 2199, Pâques tombera le 23 mars les années 1913, 2008, 2160.

Dans le calendrier julien, Pâques est tombé le 22 mars en 1668, et ne reviendra à cette date qu'en 1915. Il est tombé le 25 avril en 1736, et ne se retrouvera ce même jour qu'en 1983.

Malgré la différence des dates, la fête de Pâques peut arriver, et arrive même assez souvent le même jour dans les deux

calendriers. Nous chercherons d'après nos Tableaux les années pour lesquelles a lieu cette coïncidence.

Prenons par exemple les 100 années de 1800 à 1899. Nous commencerons par transformer, en y ajoutant 12 jours, les dates de l'ancien style en dates du nouveau, et nous comparerons les limites de Pâques de l'ancien style aux limites analogues données pour le nouveau. Cette comparaison fait voir immédiatement que les deux groupes de 7 jours indiqués dans les deux colonnes n'ont aucun jour commun lorsque R a les valeurs 2, 7, 10, 13 et 18. Nous avons déjà trouvé ces valeurs de R dans le problème où il était question d'amener Pâques à la date du 28 mars. On est donc sûr que les années correspondantes ne font pas coïncider les deux fêtes de Pâques, et que ces deux fêtes laissent entre elles un intervalle de plus d'une semaine. On voit du même coup que les 14 autres valeurs de R donnent dans chaque groupe 3 jours communs, savoir :

Pour R =	0,	les 18,	19	et 20 avril.
R =	1,	7,	8,	9
R =	3,	15,	16,	17
R =	4,	4,	5,	6
R =	5,	23,	24,	25
R =	6,	12,	13,	14
R =	8,	20,	21,	22
R =	9,	9,	10,	11
R =	11,	17,	18,	19
R =	12,	6,	7,	8
R =	14,	14,	15,	16
R =	15,	3,	4,	5
R =	16,	22,	23,	24
R =	17,	11,	12,	13.

Pour toutes ces valeurs de R, les deux fêtes de Pâques coïncident si l'un des trois jours indiqués est un dimanche; et elles laissent entre elles un intervalle d'une semaine seulement, dans le cas contraire. En passant en revue les années de 1800 à 1899, et en ayant soin de réunir ensemble toutes celles qui diffèrent d'un multiple de 19, on reconnaît rapidement, à l'aide des Tableaux I et II, que la fête de Pâques

1800 à 1899.

ANNÉES OÙ IL Y A COÏNCIDENCE DES DEUX FÊTES.

1801. 24 mars. / 5 avril.	1832. 10 / 22 avril.	1858. 23 mars. / 4 avril.	1885. 24 mars. / 5 avril.
1808. 5 / 17 avril.	1835. 7 / 19 avril.	1859. 12 / 24 avril.	1886. 13 / 25 avril.
1811. 2 / 14 avril.	1838. 3 / 15 avril.	1862. 8 / 20 avril.	1889. 9 / 21 avril.
1814. 29 mars. / 10 avril.	1841. 30 mars. / 11 avril.	1865. 4 / 16 avril.	1892. 5 / 17 avril.
1817. 25 mars. / 6 avril.	1844. 26 mars. / 7 avril.	1868. 31 mars. / 12 avril.	1895. 2 / 14 avril.
1821. 10 / 22 avril.	1847. 23 mars. / 4 avril.	1871. 28 mars. / 9 avril.	1896. 24 mars. / 5 avril.
1824. 6 / 18 avril.	1848. 11 / 23 avril.	1876. 4 / 16 avril.	
1827. 3 / 15 avril.	1852. 30 mars. / 11 avril.	1879. 1 / 13 avril.	
1828. 25 mars. / 6 avril.	1855. 27 mars. / 8 avril.	1882. 28 mars. / 9 avril.	

ANNÉES OÙ IL Y A UNE SEMAINE ENTRE LES DEUX FÊTES.

1800	1820	1846	1874
1802	1822	1849	1877
1803	1825	1851	1878
1805	1829	1854	1881
1806	1830	1857	1884
1809	1833	1860	1887
1810	1836	1863	1890
1813	1839	1866	1893
1816	1840	1870	1897
1819	1843	1873	1898

ANNÉES OÙ IL Y A PLUS D'UNE SEMAINE ENTRE LES DEUX FÊTES.

1804	1831	1861	1888
1807	1834	1864	1891
1812	1837	1869	1894
1815	1842	1872	1899
1818	1845	1875	
1823	1850	1880	
1826	1856	1883	

tombe à l'une des dates indiquées, et est commune, par conséquent, aux deux calendriers, pour les années portées dans la première partie du Tableau ci-dessus.

Sur les 100 années de 1800 à 1899, il y a donc

33 années de coïncidence entre les deux fêtes;
41 années où les deux fêtes tombent sur deux dimanches consécutifs;
Et 26 années où l'intervalle des deux fêtes s'élève à plus d'une semaine.

Si l'on répète la même recherche sur le XVIIIe siècle et sur le XXe, le calcul se fait de la même manière, mais les résultats sont différents. Pour les années de 1700 à 1799, les groupes correspondants aux valeurs de R ont 4 jours communs, ou aucun; de 1900 à 1999, ils n'en ont que 3, comme de 1800 à 1899; et en définitive on arrive aux résultats suivants :

De 1700 à 1799 on trouve :

36 années dans lesquelles les deux fêtes coïncident;
32 années dans lesquelles elles occupent deux dimanches consécutifs;
32 années où l'intervalle est de plus d'une semaine;

Et de 1900 à 1999,

25 années dans lesquelles il y a coïncidence;
49 années dans lesquelles il y a un intervalle d'une semaine;
Et 26 années où l'intervalle est plus grand.

A mesure que la différence des deux calendriers ira en augmentant, les chances de coïncidence iront en décroissant, et l'on peut prévoir une époque où la coïncidence sera devenue impossible.

Le Tableau des limites entre lesquelles tombe la fête de Pâques dans le calendrier grégorien fait connaître approximativement la date de la pleine lune de mars, qui précède immédiatement la fête. Cette date est en effet, à un jour près, la première limite inscrite dans le Tableau. En d'autres termes, si l'on divise $19R + M$ par 30, le reste indique approximativement le nombre des jours qui s'écoulent entre le 22 mars et

la pleine lune la plus prochaine. On trouve de cette manière, pour les dates de la pleine lune,

En 1879, le 7 avril, au lieu du 6, date exacte;
1888, le 28 mars, au lieu de 27;
1889, le 16 avril, au lieu du 15;
1898, le 5 avril, date exacte;
1891, le 25 mars, date exacte.

Connaissant à un jour près la date d'une pleine lune, on aura approximativement les dates de toutes les autres, en ajoutant ou en décomptant 29 jours et demi à partir de celle-là, et des pleines lunes on déduira sans difficulté les dates des autres phases. La méthode est assurément peu rigoureuse; mais, dans bien des circonstances, elle fournira un renseignement pratique qui ne sera pas dénué d'intérêt.

LES

POUTRES DROITES,

Par M. Jules PILLET,

Professeur remplaçant du cours de Constructions civiles
au Conservatoire des Arts et Métiers.

I. — POUTRES A UNE SEULE TRAVÉE [1].

1. — Hypothèses sur la constitution des corps élastiques.

En résistance des matériaux on admet, relativement à la constitution des corps solides, deux hypothèses auxquelles nous avons donné le nom d'*hypothèse des fibres* et d'*hypothèse des plateaux :* Elles se confondent ensemble dans l'énoncé suivant :

Les points situés sur une section plane normale à la direction de la fibre moyenne d'un prisme élastique, se retrouvent encore, après la défiguration du solide, sur une section plane normale, elle aussi, à l'élastique, c'est-à-dire à la fibre moyenne après son changement de figure.

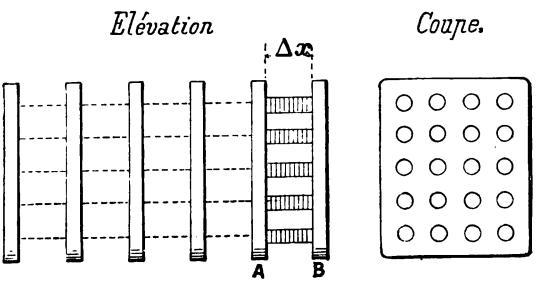
Le Conservatoire des Arts et Métiers a fait construire, pour mettre en évidence cette double hypothèse, un solide schématique combiné comme suit :

---

[1] Cette Note est le résumé de leçons que nous avons faites en 1889, au cours de Constructions civiles du Conservatoire des Arts et Métiers, en remplacement de M. Émile Trélat. Le lecteur la considérera comme un essai de présentation, par des méthodes purement élémentaires, de la théorie des poutres droites posées sur deux ou plusieurs appuis.

Son élément se compose de deux planchettes rectangulaires A et B (*fig.* 1) réunies par vingt ressorts à boudin d'égale force. Cet ensemble constitue ce que nous nommerons un ***bi-plateau;*** la distance entre les deux plateaux, c'est-à-dire l'épaisseur du bi-plateau, sera désignée par Δx. En groupant ainsi

Fig. 1.



plusieurs bi-plateaux on a réalisé un *schéma* de poutre droite, à l'aide duquel il a été facile de faire comprendre à un auditoire les effets de la traction, du glissement, de la flexion et de la torsion.

2. — Formules fondamentales.

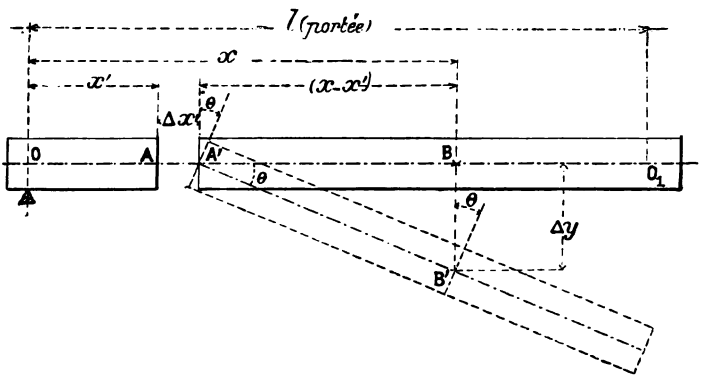
(*a*) *Formules des défigurations élémentaires.* — On donne (*fig.* 2) une poutre droite OO_1, de longueur l. Nous admettons que l'on connaît en chaque point, tel que A, B, ..., le moment fléchissant M, le module d'élasticité E de la matière et le moment d'inertie I de la section.

Considérons une section ou plutôt un ***bi-plateau*** AA′ situé à la distance x' de l'origine O. Sous l'influence du moment fléchissant qui existe en A le bi-plateau s'infléchit, c'est-à-dire que le plateau de droite A′ tourne, par rapport au plateau de gauche A, d'un angle θ, désigné sous le nom d'***infléchissement,*** et nous avons la formule dite de l'infléchissement, qui a été établie dans les leçons précédentes,

$$\theta = \frac{M}{EI} \Delta x.$$

Cette rotation se fait autour d'un axe situé dans le plan du plateau et passant par son centre de gravité; elle a pour effet de faire tourner, d'un mouvement d'ensemble, tout le tronçon de la poutre situé à droite du bi-plateau. Si nous considérons, sur ce tronçon, un point B, situé à la distance x de l'origine, il décrira un arc de cercle que nous confondrons avec sa tangente, car l'angle de rotation θ est infiniment petit; en vertu

Fig. 2.



de ce mouvement, le point B sera amené de la position B à la position B', entraînant avec lui de AB en A'B' la fibre moyenne.

Il y a deux effets produits au point B, savoir : 1° un changement dans la pente de la fibre moyenne en B; cette pente passera de la valeur zéro à la valeur θ; 2° un changement d'ordonnée laquelle passe de la valeur zéro à la valeur BB $= \Delta y$; et nous avons, évidemment, les deux formules que nous nommerons les formules des défigurations élémentaires

$$(a) \qquad \theta = \frac{M}{EI} \Delta x \text{ (}\textit{formule de la pente élémentaire}\text{)},$$

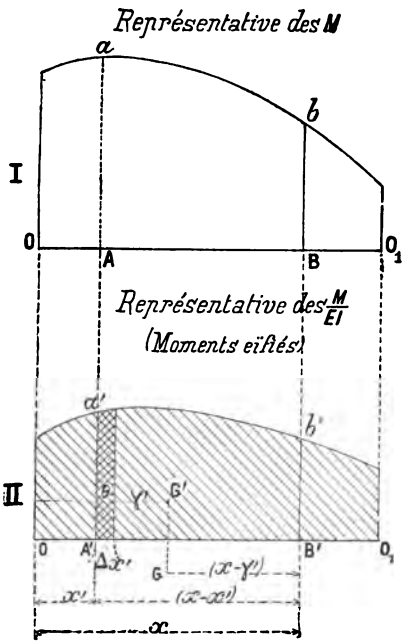
$\Delta y = \overline{A'B} \times \theta$, de laquelle on tire, en remplaçant $\overline{A'B}$ par $x - x'$ et θ par sa valeur tirée de (a),

$$(b) \quad \Delta y = \frac{M}{EI}(x - x')\Delta x \text{ (}\textit{formule de l'ordonnée élémentaire}\text{)}.$$

(*b*) *Leur interprétation.* — Interprétons géométriquement et mécaniquement ces deux formules :

Figurons en A*ab*B (*fig.* 3, I) la représentative des M, ou moments fléchissants, laquelle sera généralement obtenue par

Fig. 3.

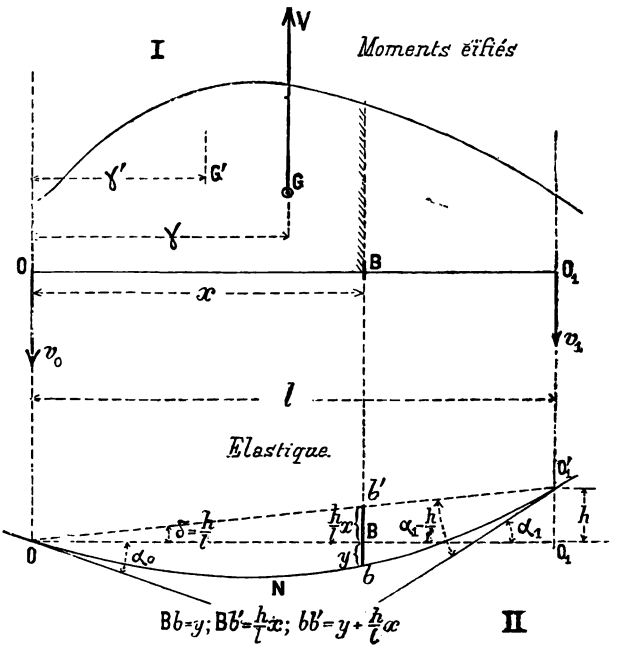


un funiculaire. Divisons les ordonnées de cette représentative par le facteur EI répondant à chaque section. Appelons MOMENTS EÏFIÉS (¹) les quotients $\frac{M}{EI}$ ainsi obtenus, et dessinons en dessous (*fig.* 3, II) en A'*a'b'*B', . . ., la représentative de ces mo-

(¹) Nous proposons ici de créer un mot barbare, il est vrai, mais qui aura pour nous un sens bien net; nous l'avons préféré au mot *amplifié* adopté par un savant éminent, ce mot « amplifié » ayant, suivant nous, un caractère trop général.

les pentes ou infléchissements élémentaires produits entre l'origine O et le point B, puisque chacune de ces pentes élémentaires θ étant mesurée par l'aire élémentaire correspondante de la courbe V, la pente totale sera mesurée par l'aire de cette

Fig. 4.



courbe comprise entre l'ordonnée du point O et celle du point B, c'est-à-dire par V_0^B.

2° La formule (B) signifie (*fig.* 4, II) que l'ordonnée $Bb = y$ se compose : 1° de l'abaissement $\alpha_0 x$ produit par la pente initiale; 2° de la somme des ordonnées élémentaires Δy ou, ce qui revient au même, des quantités qui leur sont égales, à savoir les moments des aires élémentaires par rapport au point B. Or, la somme des moments élémentaires d'une aire plane, par rapport à un point B, est égale au moment de l'aire entière V_0^B supposée concentrée en son centre de gravité, c'est-à-dire

placée à la distance $x - \gamma'$ du point B; ce moment total est donc $V_0^B(x - \gamma')$.

(*e*) *Ordonnée finale h et pente finale* α_1.

Appliquons ces formules à l'extrémité O_1 de la poutre. Pour plus de généralité, nous admettrons une *dénivellation* ou ordonnée finale h; c'est-à-dire que nous supposerons que l'appui d'extrémité O_1 a été déplacé d'une hauteur h, positive (en montant) ou négative (en descendant). La première formule (A) nous donnera la pente finale α_1 et la seconde nous donnera l'ordonnée finale h.

Si les deux appuis sont de niveau, nous aurons $h = 0$.

En faisant dans les deux formules (A) et (B),

$$\alpha = \alpha_1, \quad x = l, \quad y = h$$

ou

$$y = 0,$$

suivant qu'il y a ou non une dénivellation; en désignant par V l'aire totale de la courbe des moments eïfiés, par γ l'abscisse de son centre de gravité G; les formules donnent les équations

$$(A') \qquad \alpha_1 = \alpha_0 + V$$

et

$$(B') \qquad 0 = \alpha_0 l + V(l - \gamma)$$

si les appuis sont de niveau, ou bien

$$(B'') \qquad h = \alpha_0 l + V(l - \gamma)$$

s'il y a une dénivellation des appuis.

Toutes ces formules (A), (B), (A'), (B'), (B'') ont une signification mécanique importante, sur laquelle nous allons insister.

3. — Interprétation mécanique des formules fondamentales.

(*a*) *Théorème des pentes sur les appuis.*

Assimilons l'aire des moments eïfiés (*fig.* 4, I) à une *charge fictive* qui agirait sur la poutre, comme pourrait faire une couche de sable dont la hauteur, en chaque point, serait mesurée par l'ordonnée de cette aire. Cette charge fictive donnerait lieu de la part des appuis O et O_1 à des réactions que nous conviendrons de représenter par

$$v_0 \ (\textit{réaction de l'appui } O)$$

et

$$v_1 \ (\textit{réaction de l'appui } O_1). \qquad (^1)$$

Calculons ces réactions; il suffira pour cela d'écrire qu'il y a équilibre entre les forces v_0, v_1 et la force V supposée appliquée au centre de gravité G de l'aire totale des moments eïfiés; en égalant à zéro la somme des moments de ces forces par rapport à l'appui d'extrémité O_1, nous aurons l'équation

$$(1) \qquad v_0 l + V(l - \gamma) = 0.$$

En la comparant à l'équation (B″) du § 2 (*e*), nous en tirons, pour le cas où la dénivellation est nulle

$$(1') \qquad v_0 = \alpha_0.$$

En la comparant à l'équation B″, nous avons, pour le cas où il y a une dénivellation h,

$$(1'') \qquad v_0 = \alpha_0 - \frac{h}{l}.$$

(¹) Sur la *fig.* 4, I, les moments sont supposés positifs et par conséquent la charge fictive que représente la courbe V, appliquée en G, est positive, c'est-à-dire dirigée de *bas en haut:* les réactions v_0 et v_1 des appuis, dont il est question plus loin, seront donc négatives.

Écrivons l'équation des moments par rapport à l'appui d'origine O; nous aurons l'équation

$$(2) \qquad v_1 l + V\gamma = 0.$$

Dans les équations B′ et B″ remplaçons α_0 par sa valeur tirée de A′; elles deviennent

$$(B') \qquad 0 = \alpha_1 l - V\gamma$$

et

$$(B'') \qquad h = \alpha_1 l - V\gamma.$$

En leur comparant l'équation (2), nous en concluons, si les appuis sont de niveau,

$$(2') \qquad v_1 = -\alpha_1$$

ou bien, s'ils ne sont pas de niveau,

$$(2'') \qquad v_1 = -\left(\alpha_1 - \frac{h}{l}\right).$$

Or α_0 et α_1, si les appuis sont de niveau, aussi bien que $\left(\alpha_0 - \frac{h}{l}\right)$ ou $\left(\alpha_1 - \frac{h}{l}\right)$, s'il y a dénivellation, ce sont les pentes initiale et finale de l'élastique, par rapport à la ligne d'appui OO_1 dans le cas des appuis de niveau, et OO'_1 s'il y a dénivellation.

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant, très important :

THÉORÈME I, OU THÉORÈME DES PENTES SUR LES APPUIS. — *La pente de l'élastique au-dessus des appuis est égale aux réactions de l'aire totale des moments eïfiés. A l'origine, la pente et la réaction sont de même signe; à l'extrémité, elles sont de signe contraire.*

NOTA. — Si, prenant pour origine l'appui d'extrémité O_1 ou O'_1 nous adoptions comme sens positif la direction O_1O, au lieu de OO_1, alors la réaction v_1 serait égale en grandeur et *en signe* à la pente de l'élastique sur la ligne d'appui.

(*b*) *L'élastique obtenue par un funiculaire.*

Reprenons maintenant l'équation fondamentale (B), mais en y remplaçant la pente α_0 par son égale la réaction v_0, ou par $v_0 - \frac{h}{l}$; elle s'écrit dans le cas des appuis de niveau

$$y = v_0 x + V_0^B (x - \gamma'),$$

et dans le cas d'une dénivellation

$$y + \frac{h}{l} x = v_0 x + V_0^B (x - \gamma').$$

Dans le premier cas (*fig.* 4, II), le premier membre donne y; dans le second cas, il donne $y + \frac{h}{l} x$, c'est-à-dire, dans les deux cas, l'ordonnée bb' de l'élastique par rapport à la ligne d'appui OO'_1. Quant au second membre, c'est le moment fléchissant (*fig.* 4, I), par rapport à la section quelconque B, de toutes les forces fictives situées à gauche de cette section, forces comprenant aussi bien le poids fictif de l'aire des moments eïfiés comprise entre l'origine et le point B, que la réaction v_0 de l'appui d'origine. Nous nous retrouvons donc absolument dans les conditions déjà étudiées d'une poutre soumise à une charge continue mais variable en chaque point, et, de même qu'un funiculaire construit pour des charges réelles nous permettait de connaître la représentative des moments fléchissants, de même un funiculaire construit sur ces charges fictives, représentées par l'aire des moments eïfiés, nous donnera l'élastique.

On voit donc, en résumé, que la statique graphique permet de résoudre complètement le problème de la poutre droite. Les épures à effectuer sont très simples; la seule difficulté consiste, suivant nous, à savoir se retrouver dans les échelles; sur ce point nous donnerons, à l'occasion, les conseils nécessaires.

Ces préliminaires étant posés et l'objet de cette Note étant surtout d'étudier les poutres continues, à plusieurs travées, nous passerons à la seconde partie.

II. — GÉNÉRALITÉS SUR LES POUTRES CONTINUES.

4. — Définitions.

On nomme *travées* les espaces qui séparent deux points d'appui consécutifs. Les deux premières travées se nomment *travées de rive* et les autres sont des *travées intermédiaires*. Le premier et le dernier point d'appui se nomment des *culées;* les autres sont des *piles*. — Lorsque trois appuis consécutifs tels que A′, B, C′ (*fig.* 5, II) ne sont pas en ligne droite, on nomme *pente de dénivellation,* au-dessus de l'appui intermédiaire B, l'angle δ, positif ou négatif, dont il faudrait faire tourner la ligne d'appui de gauche A′B pour l'amener à coïncider avec la ligne d'appui de droite BC′. Cet angle étant toujours très petit, on lui substitue sa tangente trigonométrique; de sorte que δ représentera la pente de la ligne d'appui BC′ par rapport à la ligne d'appui A′B. Il est facile de comprendre qu'une poutre primitivement droite, qui ne supporterait aucune charge, mais que l'on forcerait à passer par des points d'appui non en ligne droite, subirait, par ce fait même, des moments de flexion; nous les nommerons des *moments de dénivellation*.

Cela posé, nous allons prendre dans une poutre continue quelconque, à *section variable,* deux travées consécutives, limitées par des points d'appui non en ligne droite; nous nous placerons ainsi dans le cas le plus général et nous commencerons par établir un théorème fondamental duquel découlera toute la théorie de la poutre continue.

5. — Théorème II ou Théorème fondamental des poutres continues.

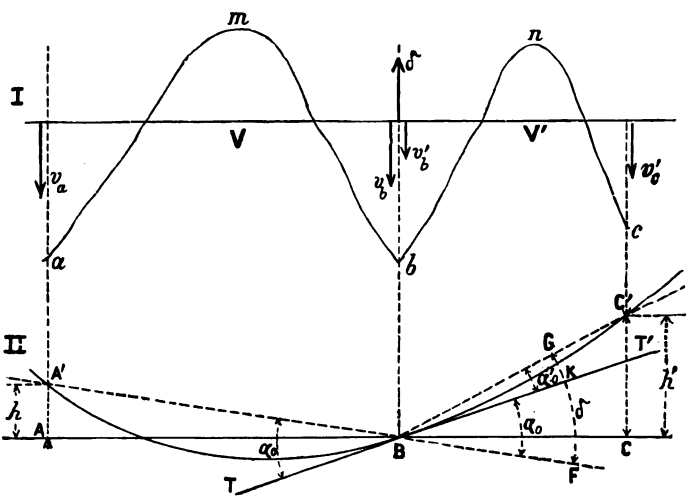
Sur chaque appui les réactions des aires représentatives des moments ëfiés des deux travées qui lui sont conti-

guës ont pour équilibrante la pente totale de dénivellation.

Nota. — *Si les trois appuis consécutifs sont en ligne droite, ces deux réactions se font équilibre, c'est-à dire ont une somme nulle.*

Ce théorème est une conséquence immédiate du théorème I. Pour le démontrer, soient A′, B, C′ (*fig.* 5, II) trois points d'appui consécutifs non en ligne droite, l et l' les longueurs des tra-

Fig. 5.



vées comptées suivant l'horizontale ABC de laquelle s'écartent très peu les appuis A′ et B′ : soit A′BC′ l'élastique; TBT′ sa tangente en B, et soit encore δ la pente de dénivellation, c'est-à-dire la pente (positive sur la figure) dont il faudrait incliner la ligne d'appui A′B qui est la corde du segment de gauche de l'élastique, pour l'amener à coïncider avec la ligne d'appui BC′ qui est la corde du segment de droite de cette même élastique. Soient enfin α_0 et α'_0 les pentes de l'élastique au point B, c'est-à-dire les pentes de sa tangente TT′ sur les lignes d'appui A′B et BC′.

Supposons que nous connaissions en *ambnc* (*fig.* 5, I) les représentatives des moments eïfiés dans chaque travée ; soit V l'aire de cette représentative pour la première travée ; appelons v_a et v_b les réactions de cette aire sur les appuis A et B ; soit V′ l'aire des moments eïfiés de la seconde travée ; appelons v'_b et v'_c ses réactions sur les appuis B et C.

Le théorème sera démontré si je prouve que l'on a

$$v_b + v'_b + \delta = 0.$$

En effet : (sur la *fig.* 5, II), α_0 est positif, car c'est l'angle (décrit ici dans le sens positif) dont il faudrait faire tourner la corde A′B pour l'amener à coïncider avec la tangente BT ; donc la réaction v_b qui, d'après le théorème I, est de signe contraire à α_0 est négative ; quant à l'angle α'_0, il est négatif, car il faudrait faire tourner la corde BC′ dans le sens négatif pour l'amener à coïncider avec la tangente BT′ ; donc la réaction v'_b qui, d'après le théorème I, a le même signe que α'_0 est aussi négative ; quant à l'angle δ, il est positif. Décrivons-le de F en G et revenons ensuite de G en F en passant par le point K, on aura

$$FG + GK + KF = 0;$$

mais FG c'est δ, GK c'est α'_0, KF c'est $-\alpha_0$, donc

$$\delta + \alpha'_0 - \alpha_0 = 0$$

et comme

$$\alpha_0 = -v_b \qquad \text{et} \qquad \alpha_0 = v'_b,$$

(C) $$v_b + v'_b + \delta = 0.$$ C. Q. F. D.

L'équation (C) sera l'*équation fondamentale des poutres continues*.

6. — Classification des moments fléchissants.

Supposons (*fig.* 6) que la poutre soit coupée au-dessus de chacun de ses appuis et soit, par conséquent, transformée en une série de travées indépendantes. Nous connaissons les charges appliquées, nous pourrions donc, d'une part, construire

pour chaque travée indépendante, à l'aide d'un funiculaire, la représentative des moments fléchissants, ainsi que celle (*fig.* 6, I) de ces mêmes moments eïfiés et, d'autre part, (*fig.* 6, II) dessiner l'élastique qui en serait la conséquence.

Nous obtiendrions ainsi une série d'élastiques AB, BC, CD, DE, ... qui ne se raccorderaient pas entre elles; pour chaque poutre partielle, le moment fléchissant au-dessus des appuis serait nul.

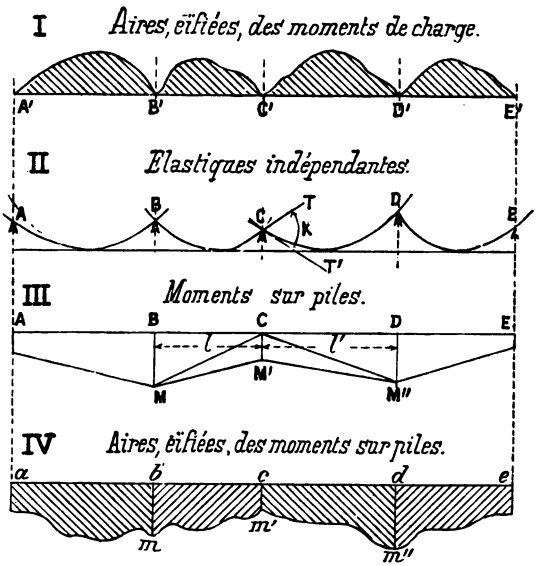
Pour chaque travée indépendante, l'aire ci-dessus (*fig.* 6, I) sera ce que nous nommerons l'*aire eïfiée des moments de charge;* nous la connaissons puisque nous connaissons les charges et nous pouvons trouver, graphiquement ou algébriquement, ses réactions sur chacun des appuis; ce seront les *réactions des moments de charge;* ils constitueront, pour chaque appui, une partie connue *à priori* des deux premiers termes $v_b + v'_b$ de l'équation fondamentale. Chaque travée de la poutre coupée aura son élastique indépendante et, sur un point d'appui quelconque C, par exemple, la tangente de l'élastique de gauche et celle de l'élastique de droite ne se confondront pas; elles feront entre elles un angle K, que la continuité de la poutre aurait eu précisément pour effet d'annuler.

On conçoit que, en l'état actuel, on pourrait réaliser cette solidarisation des travées et cette annulation de l'angle K par une rivure exécutée au-dessus de chaque appui; mécaniquement parlant, c'est en appliquant à la poutre des moments fléchissants convenables au-dessus de chaque appui que l'on exprimera que les travées sont solidaires. Ces moments d'appui, que l'on nomme *moments sur piles*, mais qu'il eût mieux valu peut-être appeler *moments de continuité*, car ils sont dus à la continuité de la poutre, sont les inconnues du problème; ils constitueront une seconde et dernière partie des deux termes $v_b + v'_b$; quant au terme δ, il est connu, puisque les dénivellations des appuis sont données (*fig.* 6, II).

Ainsi donc, sur chaque pile, nous aurons à équilibrer trois réactions, dont deux sont connues et une est inconnue, quoique obéissant à une loi que nous établirons plus loin. Les deux réactions connues sont : 1° la pente de dénivellation δ; 2° la réaction des aires eïfiées des moments de charge; convenons,

dès maintenant, de représenter par la lettre K la somme de ces deux réactions connues et remarquons que K est du degré zéro, de même que l'angle δ et, plus généralement, de même que toutes les aires ou réactions d'aires de moments eïfiés. En y regardant de près, on reconnaîtra que K est précisément l'angle

Fig. 6.



dont il faudrait faire tourner la tangente CT de l'élastique de gauche pour l'amener à coïncider avec la tangente CT′ de l'élastique de droite; sur la figure, cet angle $K = \widehat{TCT'}$ est négatif.

Étudions maintenant les moments sur piles.

7. — Moments sur piles.

(*a*) *Préliminaires.* — Supposons que nous connaissions les moments sur piles et considérons, comme tout à l'heure, deux travées successives BCD (*fig.* 6, III). Soient M, M′, M″ les trois moments sur piles. La représentative de ces moments

serait le contour rectiligne MM'M''; on eïfierait les moments en chaque point et ce contour rectiligne se transformerait en un contour curviligne $m m' m''$ (*fig.* 6, IV). Nous calculerions l'aire de ce contour (nous la nommerions *l'aire eïfiée des moments sur piles*); puis nous en prendrions *les réactions* sur l'appui intermédiaire C; nous les ajouterions en une seule, et cette réaction (que nous nommerons *réaction des moments sur piles*), ajoutée à K, qui est la somme des réactions des moments de charge et de la dénivellation δ, devrait vérifier l'équation fondamentale (C), c'est-à-dire donner un total nul. Telle sera, d'une façon générale, la manière dont nous mettrons en équation, soit algébrique, soit graphique, le problème de la recherche des moments sur piles.

(*b*) *Conventions.* — Avant d'aller plus loin, donnons quelques explications sur l'eïfication d'une aire triangulaire et d'une aire trapézoïdale analogue aux aires BMM'C et CM'M''D des moments sur piles (*fig.* 6, III) ainsi que sur la manière dont on obtiendrait les réactions de ces aires sur les piles.

Un quelconque de ces trapèzes peut se diviser en deux triangles ayant pour base commune la longueur l de la travée et pour hauteurs, le premier BM et le second CM'; nous nommerons le premier de ces triangles le triangle *de gauche* de la travée, et l'autre le triangle *de droite*.

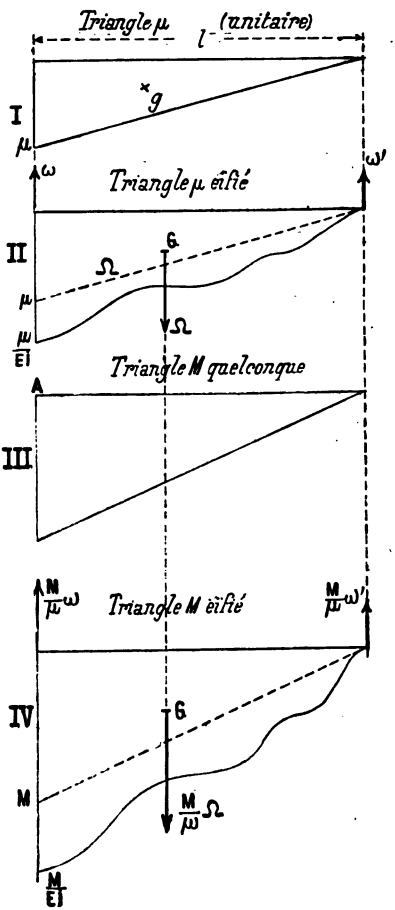
Adoptons une unité de moments, μ (suivant les cas, on aura μ égal à 1, 10, 100, 1000, ... kilogrammètres) et nommons *triangle unitaire* d'une travée celui qui aurait pour base la portée l et pour hauteur l'unité de moment μ comptée sur la verticale d'appui : chaque travée aura ainsi son *triangle unitaire de gauche* et son *triangle unitaire de droite*.

Eïfions chacun de ces triangles unitaires, et d'une façon générale (*voir* plus loin, *fig.* 8), désignons par Ω *l'aire eïfiée du triangle unitaire de gauche* (appliquée en son centre de gravité G) et par Φ *l'aire eïfiée du triangle unitaire de droite* (appliquée en son centre de gravité L) : Le langage se trouvera abrégé par ces conventions, et lorsque nous dirons l'aire Ω ou l'aire Φ de telle ou telle travée, nous nous comprendrons.

La statique graphique nous fera connaître facilement pour

chaque travée non seulement les aires Ω et Φ de chaque travée, mais encore les verticales G et L de leurs centres de gravité et aussi leurs réactions sur chacune des piles; ce sont

Fig. 7.



elles, surtout, qui nous intéressent. Nous conviendrons de désigner ces réactions des aires Ω et Φ par les petites lettres ω et φ; sur la pile de gauche de chaque travée ω et φ n'auront par d'accent, tandis que sur la pile de droite elles en auront

(ω', φ'); enfin un indice indiquera le numéro de la travée à laquelle appartiendront les aires.

Exemple : ω'_3 voudra dire « réaction sur la pile de droite de la travée n° 3 de l'aire, eïfiée, du triangle unitaire de gauche de cette travée ».

(*c*) *Eïfication des triangles et des trapèzes.* — Cela posé, considérons (*fig.* 7, I) un triangle unitaire (de gauche ou de droite, peu importe) d'une travée ; il répond à l'unité de moment μ; traçons en dessous (*fig.* 7, III) un triangle analogue, mais répondant à un moment M.

Les ordonnées des triangles M et μ, ainsi que leurs aires, sont entre elles dans le rapport constant M : μ. Eïfions chacun de ces deux triangles; soit en II le triangle μ eïfié, et en IV le triangle M eïfié. Il est évident que, puisque en chaque point, les ordonnées de chacun des triangles I et III ont été divisées par le même facteur EI, le second triangle eïfié IV aura ses ordonnées, son aire et les réactions de cette aire proportionnelles aux ordonnées, à l'aire et aux réactions de l'aire du triangle unitaire eïfié μ; et que leurs centres de gravité GG seront situés sur la même verticale; le coefficient de proportionnalité sera M : μ. Nous pouvons donc dire que si Ω, ω et ω' sont l'aire et les réactions d'aires du triangle unitaire eïfié μ, les quantités

$$\frac{\Omega}{\mu}\mathrm{M}, \qquad \frac{\omega}{\mu}\mathrm{M} \qquad \text{et} \qquad \frac{\omega'}{\mu}\mathrm{M}$$

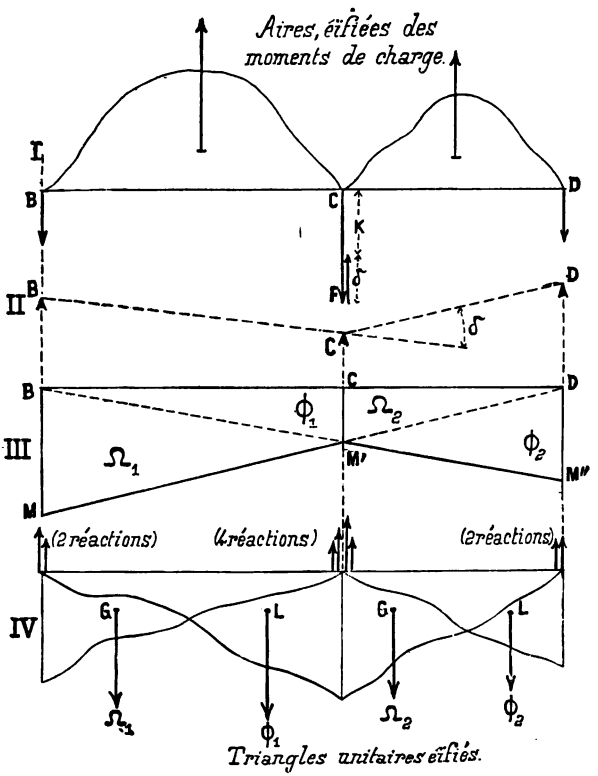
seront les quantités analogues pour le triangle eïfié M, et qu'il en sera de même pour les quatre triangles de hauteur M, M', M'' suivant lesquels nous pourrons décomposer les deux trapèzes représentatifs des moments sur piles des deux travées consécutives.

8. — Équation des trois moments.

(*a*) *Établissement de l'équation.* — Considérons deux travées consécutives BCD (*fig.* 8, II) : nous supposons connues

les charges qui agissent sur elles, ainsi que la dénivellation δ des appuis; par conséquent, nous pourrons calculer pour la pile intermédiaire C la quantité K étudiée plus haut (6); nous savons qu'on obtient K en ajoutant à la dénivellation δ la

Fig. 8.



somme algébrique des réactions, sur l'appui C, des deux aires eïfiées des moments de charge; soit CF (*fig.* 8, I) cette somme des réactions des deux aires. On a donc algébriquement

$$K = \overline{CF} + \delta.$$

Soient M, M′, M″ (*fig.* 8, III) les trois moments sur piles et MM′M″ le contour trapézoïdal représentatif de ces mo-

ments de continuité. Il faut eïfier les trapèzes, ou plutôt les triangles Ω_1 et Φ_1, Ω_2 et Φ_2 qui composent chaque trapèze et écrire que la réaction sur la pile C de ces aires eïfiées est égale et de signe contraire à K.

A cet effet, contruisons pour chaque travée (*fig.* 8, IV) ses triangles unitaires eïfiés Ω et Φ; cherchons, par la statique graphique ou autrement, les réactions ω et φ sur chaque pile; nous aurons deux réactions sur l'appui B, quatre sur l'appui intermédiaire C, et deux sur l'appui d'extrémité D.

Nous pourrons dresser le Tableau suivant, dans lequel les notations sont conformes aux conventions ci-dessus.

La première ligne de chaque petite accolade donne les réactions des aires répondant au moment unitaire μ; la seconde ligne donne les réactions des aires répondant aux moments M, M′ et M″.

RÉACTIONS, SUR LES APPUIS, DES AIRES EÏFIÉES DES MOMENTS DE CONTINUITÉ.

PROVENANCES.			PILE B.		PILE C (intermédiaire.)		PILE D.	
			1	2	3	4	5	6
Travée n° 1.	Triangle de gauche.	Ω_1	ω_1		ω'_1		»	»
		$\frac{\Omega_1}{\mu}$ M		$\frac{\omega_1}{\mu}$ M		$\frac{\omega'_1}{\mu}$ M	»	»
	Triangle de droite.	Φ_1	φ_1		φ'_1		»	»
		$\frac{\Phi_1}{\mu}$ M′		$\frac{\varphi_1}{\mu}$ M′		$\frac{\varphi'_1}{\mu}$ M′	»	»
Travée n° 2.	Triangle de gauche.	Ω_2	»	»	ω_2		ω'_2	
		$\frac{\Omega_2}{\mu}$ M′	»	»		$\frac{\omega_2}{\mu}$ M′		$\frac{\omega'_2}{\mu}$ M′
	Triangle de droite.	Φ_2	»	»	φ_2		φ'_2	
		$\frac{\Phi_2}{\mu}$ M″	»	»		$\frac{\varphi_2}{\mu}$ M″		$\frac{\varphi'_2}{\mu}$ M″
					Total = (—K)			

Ne considérons que la colonne (4); elle contient les réactions

qui, sur la pile intermédiaire, répondraient aux moments inconnus M, M′, M″; écrivons que leur total est égal à $-K$ et nous aurons l'équation dite *des trois moments*

$$(D) \qquad \frac{\omega_1'}{\mu} M + \left(\frac{\varphi_1'}{\mu} + \frac{\omega_2}{\mu}\right) M' + \frac{\varphi_2}{\mu} M'' = -K.$$

(*b*) *Parti que l'on en pourra tirer.* — En posant

$$\frac{\omega_1'}{\mu} = a, \qquad \left(\frac{\varphi_1'}{\mu} + \frac{\omega_2}{\mu}\right) = b, \qquad \frac{\varphi_2}{\mu} = c$$

et

$$K' = -K,$$

cette équation est de la forme

$$(D') \qquad aM + bM' + cM'' = K'.$$

C'est une équation du premier degré dans laquelle M, M′, M″ sont des inconnues; les quantités a, b, c et K sont connues; ce sont des angles, nous l'avons démontré plus haut: à chaque pile ou culée répondra une équation semblable.

a, b, c seront ce que nous nommerons les *constantes élastiques* de la poutre pour chaque pile, pour cette raison qu'elles ne dépendent que de E, de I et des défigurations que des moments sur piles, égaux entre eux et à μ, produiraient.

K sera la *constante de charge* (y compris δ, qui est la constante de dénivellation), parce qu'elle ne dépend que des charges et des dénivellations.

Il est facile de comprendre qu'il y aura autant d'équations semblables qu'il y aura de moments à déterminer, car pour chaque pile et même pour chaque culée on écrira une équation du même genre.

(*c*) *Elle s'applique aussi aux culées.* — Pour une culée, si la poutre y est libre, c'est-à-dire non encastrée, le moment y est nul et l'équation correspondante devient inutile. Si la poutre y est encastrée (*fig.* 9) sous un angle α_0 (lequel peut être égal à zéro), alors α_0, pente initiale, est égale en grandeur et en signe, d'après le théorème I, à la somme des

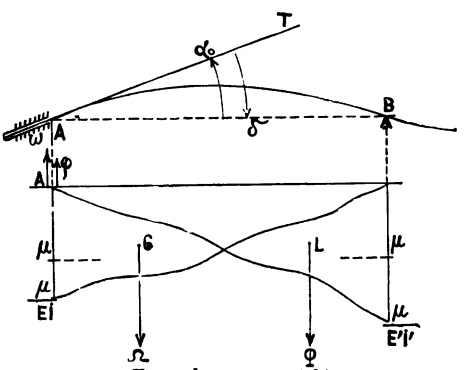
réactions *sur la culée* des aires eïfiées de tous les moments de la première travée; cette réaction comprendra : 1° la réaction des moments de charge, comme pour tout autre appui, représentons-la par la lettre Q; et 2° les réactions dues aux moments M et M', lesquelles seront $\frac{\omega}{\mu}$M et $\frac{\varphi}{\mu}$M'.

Nous aurons donc l'équation

$$\frac{\omega}{\mu}M + \frac{\varphi}{\mu}M' + Q = \alpha_0.$$

Si cette formule s'applique à la *fig.* 9, α_0 est positif; changeons le signe de α_0; traitons alors α_0 comme nous avons traité les dénivellations δ dans la formule générale. A cet effet, appelons *dénivellation d'encastrement*, δ, l'angle (négatif

Fig. 9.



Triangles unitaires eïfiés.

cette fois) dont il faudrait incliner une tige rectiligne AT qui sortirait de la boîte d'encastrement pour venir coïncider avec la ligne d'appui AB. Nous pourrons alors appliquer l'équation des moments (D) et écrire

$$\frac{\omega}{\mu}M + \frac{\varphi}{\mu}M' = -K,$$

dans laquelle le terme K contient non seulement la réaction

de l'aire eïfiée des moments de charge, mais aussi la dénivellation d'encastrement δ, telle que nous venons de la définir.

Ainsi donc, l'équation générale des trois moments (D) s'applique à tous les appuis.

NOTA. — Le plus souvent, l'encastrement de culée sera horizontal et nous n'aurons pas à nous occuper de la dénivellation d'encastrement.

9. — Équations de Bertot et Clapeyron, pour les poutres à section constante.

(*a*) *Modification de l'équation fondamentale.* — Si la poutre est homogène et à section constante alors, pour chaque point, les facteurs E et I sont constants. Les représentatives de moments ne changent pas de nature après leur eïfication; et, en particulier, les triangles, les trapèzes, les paraboles restent des triangles, des trapèzes et des paraboles. Dans la formule fondamentale (C) du théorème II (*voir* § 5),

$$\text{(C)} \qquad v_b + v'_b + \delta = 0,$$

les termes v et v' sont des réactions d'aires des moments eïfiés. Si le facteur EI qui entre dans les dénominateurs des termes en v et v', mais non pas dans le terme δ, est constant, on pourra chasser ce dénominateur et la formule deviendra

$$\text{(C)} \qquad v_b + v'_b + \delta\,\mathrm{EI} = 0,$$

dans laquelle les termes v et v' représenteront des aires de moments naturels *non eïfiés*.

Cela posé, appliquons le théorème des trois moments aux deux cas suivants, qui sont ceux qui se présenteront le plus souvent dans la pratique.

(*b*) *Travées chargées d'un poids unique en leur milieu.* — Soient l et l' les longueurs des travées; P et P' les poids. Le moment de charge maximum se produit au milieu de chaque

travée et a pour valeur $\frac{Pl}{4}$ et $\frac{P'l'}{4}$. L'aire représentative de ce moment est *positive*. Elle est triangulaire, sa surface est, pour la première travée, $\frac{Pl}{4} \times \frac{l}{2} = \frac{Pl^2}{8}$ donnant sur la pile du milieu une réaction *négative* égale à $\frac{Pl^2}{16}$. De même, la réaction de l'aire des moments de charge de la seconde travée est $\frac{P'l'^2}{16}$. Les deux réunies donnent une seule réaction d'aire de moments de charge (négative) égale à

$$-\frac{1}{16}(Pl^2 + P'l'^2).$$

Voyons ce que donnent, comme réactions d'aires, les moments sur piles M, M′ et M″.

Le moment M sur la première pile donne, dans la première travée, une aire triangulaire dont la surface est $\frac{Ml}{2}$, et dont la réaction sur la pile milieu est le tiers, c'est-à-dire égale à $\frac{1}{6}Ml$. Le moment M′ donne deux aires triangulaires, à savoir, une dans chaque travée, dont les surfaces sont : $\frac{M'l}{2}$ et $\frac{M'l'}{2}$ et dont les réactions sur la pile milieu sont les deux tiers, c'est-à-dire

$$\frac{2}{6}M'(l + l').$$

Enfin le moment M″ sur la troisième pile donne sur la pile milieu une réaction d'aire égale à $\frac{1}{6}M''l'$.

En ajoutant ces trois réactions d'aires de moments sur piles, nous obtenons

$$\frac{1}{6}[Ml + 2M'(l + l') + M''l'].$$

Dès lors, en substituant les valeurs ci-dessus dans l'équation.

symbolique générale, nous l'obtenons sous la forme

$$(1)\quad \frac{1}{6}[Ml + 2M'(l + l') + M''l'] - \frac{1}{16}(Pl^2 + P'l'^2) + \delta EI = 0.$$

Si les appuis sont de niveau, alors $\delta = 0$, et elle s'écrit en simplifiant

$$(2)\qquad Ml + 2M'(l + l') + M''l' = \frac{3}{2}\left(\frac{Pl^2}{4} + \frac{P'l'^2}{4}\right).$$

(*c*) *Travées chargées d'un poids uniformément réparti.* — Soient P et P' les poids totaux, uniformément répartis dans chaque travée.

L'aire représentative des moments de charge est une parabole positive, dont l'ordonnée du sommet a pour valeur le moment maximum dans chaque travée, c'est-à-dire $\frac{Pl}{8}$ et $\frac{P'l'}{8}$.

L'aire d'une pareille parabole est égale aux deux tiers du rectangle enveloppant, c'est-à-dire à $\frac{Pl}{12}$ et $\frac{P'l'}{12}$ dont la moitié donnera sur l'appui milieu une réaction négative égale à

$$\frac{1}{24}(Pl + P'l').$$

Les moments sur piles donneront les mêmes réactions d'aires que ci-dessus; de telle sorte qu'il suffira, pour le cas actuel, de remplacer dans les équations (1) et (2), le dénominateur 16 par le dénominateur 24. Elles deviendront, en chassant le dénominateur 6,

$$(3)\quad Ml + 2M'(l + l') + M''l' - \frac{1}{3}(Pl^2 + P'l'^2) + 6EI\delta = 0,$$

et, si les appuis sont de niveau,

$$(4)\qquad Ml + 2M'(l + l') + M''l' = \frac{Pl^2}{4} + \frac{P'l'^2}{4}.$$

Si l'on désigne par p et par p' les charges par mètre courant, alors on a

$$P = pl, \qquad P' = p'l'.$$

Dans les formules (3) et (4), les termes Pl^2 et $P'l'^2$ sont remplacés par pl^3 et $p'l'^3$. Avec cette modification, la formule (4) prend la forme très fréquente

$$(4') \qquad Ml + 2M'(l + l') + M''l' = \frac{1}{4}(pl^3 + p'l'^3).$$

Telles sont les équations connues sous le nom des ingénieurs Bertot et Clapeyron, qui les ont fait connaître les premiers.

10. — Résumé.

En résumé, soit que nous considérions une poutre tout à fait quelconque, c'est-à-dire à section variable, reposant sur des appuis dénivelés, encastrée ou non sur les culées, soit que nous prenions une poutre à section constante, nous aurons pour trouver les moments sur piles autant d'équations que d'inconnues; ces équations seront du premier degré et faciles à résoudre algébriquement.

Nous allons, maintenant, montrer comment on peut les résoudre graphiquement. Faisons d'abord une digression géométrique et mécanique sur la résolution graphique des équations de la forme $ax + by + cz = K$.

III. — DIGRESSION. RÉSOLUTION GRAPHIQUE DES ÉQUATIONS LINÉAIRES A TROIS VARIABLES.

11. — Position de la question.

Nous nous proposons de résoudre graphiquement un système de n équations du premier degré à n inconnues, système dans lequel les équations seront d'une forme telle que

chacune d'elles ne contiendra jamais que trois inconnues se suivant dans leur ordre naturel [1].

Soient $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n$ les n inconnues; les n équations seront de la forme

$$(1) \qquad a_1 x_1 + (b_1 + b'_1) x_2 + c_1 x_3 = K_1,$$

$$(2) \qquad a_2 x_2 + (b_2 + b'_2) x_3 + c_2 x_4 = K_2,$$

$$(3) \qquad a_3 x_3 + (b_3 + b'_3) x_4 + c_3 x_5 = K_3,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$(n) \qquad a_n x_{n-2} + (b_n + b'_n) x_{n-1} + c_n x_n = K_n.$$

On reconnaît dans chacune des expressions ci-dessus la forme de l'équation générale des trois moments.

Dans deux de ces équations, particulièrement dans la première et dans la dernière, le coefficient d'une des inconnues pourra être nul.

La résolution de ces équations sera une conséquence de la solution du problème suivant de Géométrie statique.

12. — Problème de Géométrie statique.

On donne (*fig.* 10, I) trois droites verticales AA', BB', CC' que nous nommerons des *verticales d'appui*, et, sur ces trois droites, trois points A, B et C situés à des distances α, β et γ de l'horizontale A'C'. Les trois points A, B et C se déplacent sur les verticales, mais on a toujours la relation

$$(1) \qquad a\alpha + (b + b')\beta + c\gamma = K$$

dans laquelle a, b, b' et c sont trois coefficients constants. On se propose d'étudier les variations du triangle ABC.

Considérons a, b, b' et c comme des poids qui seraient attachés aux sommets du triangle, savoir : le poids a en A, les deux poids b et b' en B et le poids c en C.

L'équation (1) peut s'écrire

$$a\alpha + (b + b')\beta + c\gamma = \frac{K}{a + (b + b') + c}[a + (b + b') + c].$$

---

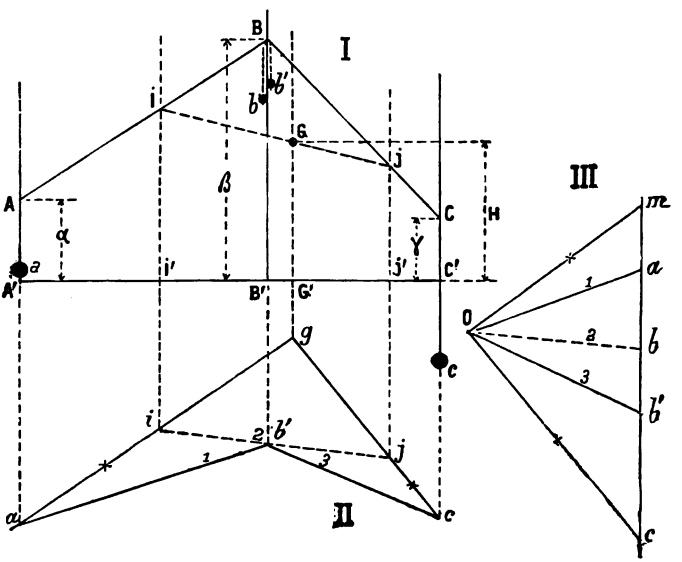
[1] C'est ce que l'on nomme un système d'*équations continues*.

Elle signifie que le centre G des trois forces a, $(b + b')$ et c est à une distance fixe H de l'horizontale A'C et que l'on a pour cette distance fixe

$$H = \frac{K}{a + (b + b') + c};$$

comme d'ailleurs les poids glissent sur des verticales, il en

Fig. 10.



résulte que le point G reste toujours, lui aussi, sur une même verticale et que, par conséquent, c'est un point fixe.

Pour l'obtenir, on pourra procéder algébriquement ou graphiquement.

(a) Opérons algébriquement :

1° On divisera l'intervalle AB dans le rapport inverse des poids a et b; ce qui donnera une verticale II'; on aura

$$AI : IB = b : a;$$

en ce point I on appliquera un poids égal à $a + b$.

2° Dans l'autre travée, on divisera BC dans le rapport inverse

des poids b' et c, ce qui donnera une verticale JJ' et l'on aura

$$BJ : JC = c : b';$$

en ce point J on appliquera un poids égal à $b' + c$.

Enfin on partagera l'intervalle IJ dans le rapport inverse des poids $a + b$ et $b' + c$, ce qui donnera une verticale GG'; le point où elle recoupera l'horizontale menée à la hauteur H, trouvée ci-dessus, donnera le centre G des poids a, b, b' et c.

Dans tout ce qui va suivre, attendu que nous avons en vue les applications à la poutre continue, nous rapporterons le point G et les deux verticales I et J à la verticale de l'appui intermédiaire B' et nous adopterons les dénominations suivantes :

Le point G sera le *stabili-centre* et la verticale G'G qui le contient sera la *contre-verticale* de l'appui B'; la droite II' sera sa *glissante* de gauche et la droite JJ' sera sa *glissante* de droite; nous les dénommons ainsi parce que, dans toutes les positions que pourront occuper les points A, B et C et les poids a, $b + b'$ et c qui leur sont attachés, le centre I des poids a et b *glissera* sur la *glissante* de gauche, tandis que le centre J des poids b' et c *glissera* sur la *glissante* de droite.

(*b*) Opérons graphiquement :

La statique graphique donnera facilement, par un funiculaire, les glissantes et le stabili-centre. A cet effet : 1° on construira (*fig.* 10, III) un dynamique sur les forces a, b, b' et c. 2° on en déduira (*fig.* 10, II) un funiculaire $aib'jc\ldots$; le côté initial ai et le côté final cj se rencontreront en g, ce qui donnera la verticale du stabili-centre; le côté initial et le côté n° 2 se rencontreront en i, sur la glissante de gauche II'; il en sera de même du côté n° 2 et du côté final qui se rencontreront en j sur la glissante de droite.

13. — Questions qui en dérivent.

Résolvons sur le triangle variable ABC les questions suivantes :

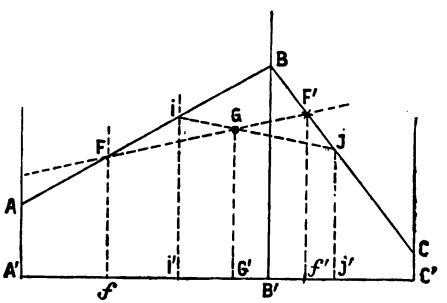
(*a*) 1re *Question.* — Les trois points A, B et C peuvent-ils être en ligne droite?

Réponse : Il est évident que toute droite qui passera par le *stabili-centre* donnera une position possible des trois points en ligne droite.

Conséquences : 1° Si la droite ABC est prise horizontale, alors les trois hauteurs α, β et γ seront égales entre elles et à H; 2° une des hauteurs α, β et γ peut être nulle si l'on fait passer la droite ABC par un des appuis A′, B′ ou C′.

(*b*) 2e *Question.* — Le premier côté AB est assujetti à pas-

Fig. 11.



ser par un point fixe F, démontrer que le second côté BC passe également par un point fixe F′.

En effet, soient I et J (*fig.* 11) les deux glissantes; G le stabili-centre. Joignons FG et prolongeons; nous allons démontrer que le point F′ où cette droite rencontre le côté BC partage BJ dans un rapport constant. Or, d'après le théorème des transversales (théorème de Menelaüs), dans un triangle on a, entre les six segments non consécutifs,

$$IF \times BF' \times JG = IG \times BF \times JF',$$

d'où l'on tire

$$\frac{BF'}{JF'} = \frac{IG}{JG} \times \frac{BF}{IF};$$

les deux rapports du second membre sont constants, donc il en est de même du premier membre. C. Q. F. D.

Nous dirons que les points F et F′ sont des points correspondants; les points correspondants joueront un rôle considérable dans ce qui va suivre.

(*c*) 3e *Question.* — S'il existe une travée (*fig.* 12) pour laquelle

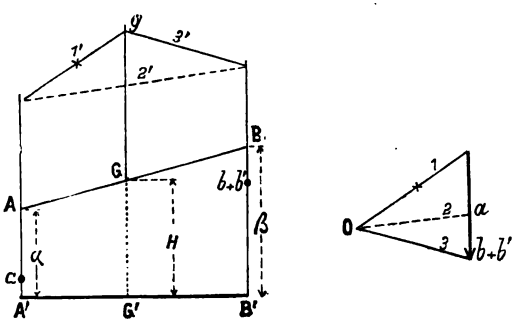
$$a\alpha + (b + b')\beta = K,$$

la droite AB passera toujours par un point fixe G qui, tout en étant un stabili-centre, se nommera *le foyer* de cette travée. En effet, l'équation peut s'écrire

$$a\alpha + (b + b')\beta = \frac{K}{a + b + b'}(a + b + b') = H.$$

Elle prouve que le centre des forces a et $b + b'$ est un point fixe G situé à la distance H de l'horizontale A′ B′ et partageant l'intervalle AB dans le rapport inverse des poids a et $b + b'$. Un funiculaire 1′ 2′ 3′ (*fig.* 12) déduit d'un dynamique 1, 2, 3,

Fig. 12.



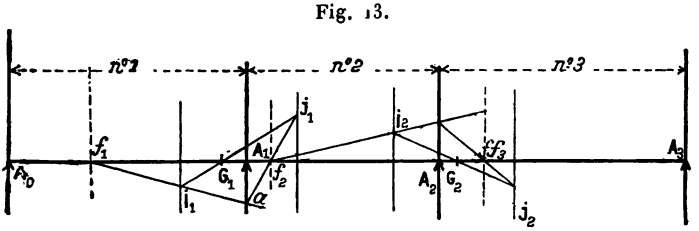
permettrait de trouver graphiquement la verticale gGG′. On voit que pour cette travée la ligne GG′ est en même temps la contre-verticale et la glissante de droite de l'appui A′.

(*d*) *Tracé des focales.* — Si les points F et G (*fig.* 11) se

déplaçaient sur leurs verticales Ff et GG′, il est évident que le foyer F′ qui correspond à F se déplacerait lui aussi sur une verticale F′f'. Cela posé, nommons verticales focales, ou plus simplement *focales,* les verticales qui passent par des foyers tels que F et F′. Pour les déterminer, on pourra donc supposer les stabili-centres descendus en G_1 et en G_2 (*fig.* 13) sur la base. Dès lors on procéderait comme suit :

Soit f_1 (*fig.* 13) le pied d'une première focale; on mène une droite quelconque $f_1 I_1 a$ par ce point; on joint le point I_1 où elle rencontre la glissante de gauche de l'appui A à son stabili-

Fig. 13.



centre G_1 et l'on prolonge jusqu'en J_1 où cette droite rencontre la glissante de droite; ce point J_1 joint au point a donne, par recoupement avec la base, le foyer f_2 de la seconde travée qui correspond au foyer f_1 de la première; du point f_2 on déduira de la même façon le foyer correspondant f_3 de la troisième travée.

14. — Résolution des équations continues à trois variables.

Considérons maintenant les n équations données ci-dessus (11) et admettons que la première et la dernière ne contiennent chacune que deux inconnues. Il serait d'ailleurs facile, par une élimination préalable, de faire qu'il en soit ainsi. Traçons à des distances quelconques les unes des autres, autant de verticales d'appui que nous aurons d'équations, et convenons :

1° Que les quantités variables α, β, γ, ... du problème précédent seront nos inconnues x_1, x_2, x_3, ...; à chaque verticale répondra donc une inconnue.

2° Que les poids a, $(b + b')$, c du problème précédent seront les coefficients de ces inconnues (¹).

3° Que la quantité K sera le terme constant de chaque équation ; nous en déduirons

$$H = \frac{K}{a + (b + b') + c}.$$

La résolution graphique des équations reviendra à trouver un contour polygonal tracé de telle sorte que α, β, γ, ... étant les distances auxquelles il coupe les verticales d'appui, la relation donnée par les équations entre α, β et γ pour trois appuis consécutifs soit satisfaite. Nous nommerons ce polygone le *polygone de résolution*.

Or, la première équation ne renfermant que deux inconnues, il en résulte (13, c) que le côté du polygone de résolution appartenant à la première travée passera par un point fixe, qui est le *stabili-centre* de la culée, point que nous avons nommé le foyer de la première travée. Désignons-la par la lettre F_1. (Une figure est inutile ; néanmoins on peut suivre l'explication en s'aidant de la *fig.* 15, V, ci-après).

Mais à ce foyer F_0 répond un point correspondant qui, lui aussi, est fixe dans la seconde travée, nous avons appris à le trouver (13, b et a). Désignons-le par F_1, ce sera le *foyer de gauche* de la seconde travée. De proche en proche, nous déterminerons ainsi en F_2, F_3, ..., F_n les *foyers de gauche*, de toutes les travées, ce qui donnera autant de points du polygone de résolution.

De même, si nous partons de la rive droite, nous déterminerons le stabili-centre de la culée de droite et ce sera le *foyer de droite* F_n de la travée de rive de droite ; de ce point, en allant de la droite vers la gauche, nous déduirons, dans chaque travée, des *foyers de droite* F'_{n-1}, F'_{n-2}, ..., F'_3, F'_2, F'_1, F'_0. Par conséquent nous aurons dans chaque travée deux points F_0

(¹) Remarquer que $b + b'$ sera le coefficient de l'inconnue du milieu de chaque équation ; on pourrait donc arbitrairement choisir b et l'on en déduirait b' ; quand nous ferons l'application à la poutre continue, b et b' seront connus *à priori*.

et $F'_0 - F_1$ et $F'_1 - F_2$ et F'_2, ... appartenant à un même côté du polygone de résolution et nous pourrons tracer facilement ses côtés. Comme vérification, ils devront se recouper sur les verticales d'appui en des points A, B, C (ou $m_1, \ldots, m_3$, *fig.* 15, V) dont les ordonnées $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ seront les racines des équations données.

IV. — MOMENTS FLÉCHISSANTS DANS UNE POUTRE CONTINUE.

15. — Application à la détermination des moments sur piles d'une poutre continue.

(*a*) *Équation des trois moments.* — Appliquons ce qui précède à la poutre continue ; prenons (*fig.* 14, I) deux travées consécutives; construisons les triangles unitaires eïfiés répondant à un moment unitaire μ ; soient $\Omega_1\Phi_1$, $\Omega_2\Phi_2$ les forces qui en représentent les aires; nous chercherons leurs réactions sur l'appui du milieu; elles ont été désignées par les lettres suivantes (*voir* § 7, *b*) :

ω'_1 est la réaction de Ω_1	ω_2 est la réaction de Ω_2
φ'_1 » » Φ_1	φ_2 » » Φ_2.

Si M_1, M_2, M_3 sont les moments sur piles, l'équation fondamentale des trois moments exprimant que sur la pile milieu B la somme des réactions de toutes les aires eïfiées de moments, y compris la dénivellation, est nulle, s'écrit

$$\frac{M_1}{\mu}\omega'_1 + \frac{M_2}{\mu}(\varphi'_1 + \omega_2) + \frac{M_3}{\mu}\varphi_2 = -K_2$$

dans laquelle K_2 est la réaction, sur la pile milieu n° 2, des deux aires contiguës des moments de charge, réaction qui doit être augmentée de la pente de dénivellation δ.

Elle peut s'écrire

$$M_1\omega'_1 + M_2(\varphi'_1 + \omega_2) + M_3\varphi_2 = -\frac{K_2\mu}{\omega_1 + (\varphi'_1 + \omega_2) + \varphi_2}[\omega'_1 + (\varphi'_1 + \omega_2) + \varphi_2].$$

On reconnaît la forme de l'équation du problème de Géométrie statique qui vient d'être traité. A la pile milieu n° 2 répondra deux glissantes et un stabili-centre dont la hauteur H_2 sera

$$H_2 = -\frac{K_2\mu}{\omega_1 + (\varphi'_1 + \omega_2) + \varphi_2}.$$

Les glissantes de la pile et la verticale du stabili-centre que nous avons nommée, pour abréger, la *contre-verticale*, vont se déterminer très simplement par la statique graphique en construisant un funiculaire de la manière suivante.

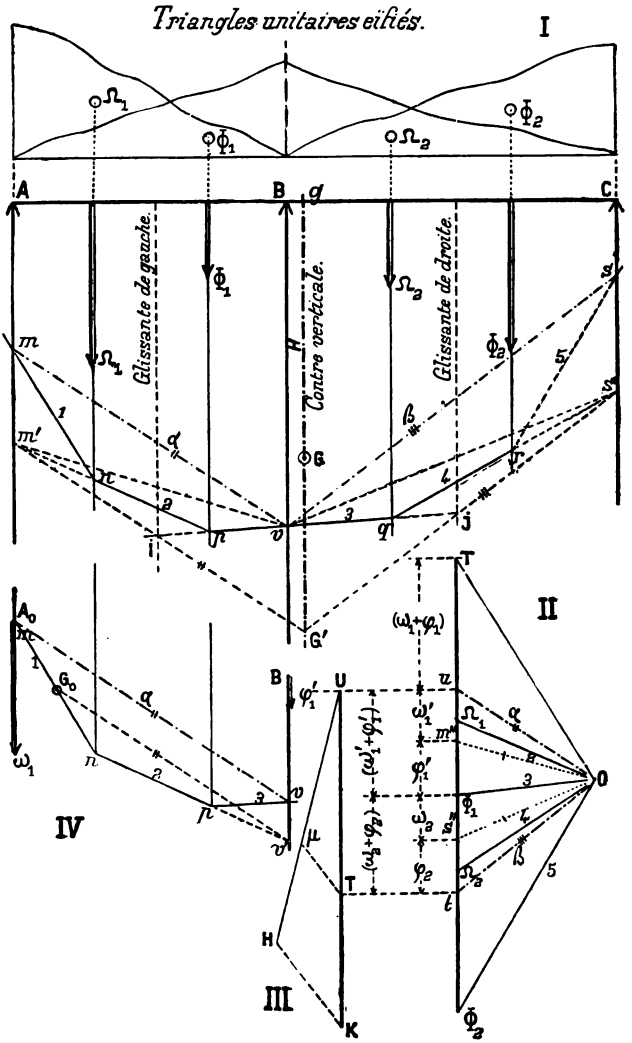
(*b*) *Détermination des deux glissantes et de la contre-verticale de chaque pile par un funiculaire.* — Soient $\Omega_1\Phi_1$, $\Omega_2\Phi_2$ (*fig.* 14, I) les forces représentant les aires des moments unitaires eïfiés, forces appliquées en leur centre de gravité.

Construisons un dynamique (*fig.* 14, II) sur ces quatre forces et déduisons-en un funiculaire *mnpqrs*. Ce funiculaire, qui embrasse les deux travées, pourra faire partie d'un *grand funiculaire* qui embrasserait toutes les travées de la poutre.

Il faut d'abord déterminer les réactions $\omega'_1, \varphi'_1, \omega_2$ et φ_2 sur l'appui central. Or, si nous menons sur le dynamique (*fig.* 14, II) la droite $O\alpha u$, parallèle à la corde mv du funiculaire de la première travée, nous savons que le segment intercepté $\Phi_1 u$ sera égal à la somme des réactions de la travée de gauche sur l'appui central, c'est-à-dire à $\omega'_1 + \varphi_1$. D'autre part, pour obtenir la réaction φ'_1 de la force Φ_1 on prolongerait sur le funiculaire (*fig.* 14, I) *pn* jusqu'en m' sur la première verticale, on joindrait $m'v$ et, en menant sur le dynamique Om'' parallèle à cette ligne, on aurait en $\Phi_1 m''$ la réaction cherchée φ'_1; nous

avons donc sur le dynamique les deux réactions cherchées,

Fig. 14



savoir : φ_1 de Φ_1 en m'' et ω'_1 de m'' en u.

Cela posé, pour avoir la glissante de gauche I, il faut supposer

que la réaction ω'_1 est appliquée sur la première verticale A, tandis que φ'_1 le serait sur la verticale B, et ensuite composer ces deux forces. On pourrait le faire comme suit :

Par m' (fun.) (1) on mène une parallèle à uO (dyn.), c'est-à-dire à la corde mv (fun.); ce sera le côté initial de cette composition partielle des forces; par ce même point m' (fun.) on trace une parallèle $m'v$ au rayon m''O du dynamique; (cette ligne est tracée sur le funiculaire pour faire la démonstration, mais nous verrons qu'elle est inutile); enfin, par le point v_1 (fun.), on mène une parallèle vp au rayon OΦ_1 du dynamique; cette ligne a été obtenue par le premier funiculaire et elle est le côté final de cette composition partielle. La rencontre du côté initial m'G' et du côté final vp donne donc en I un point de la glissante de gauche. Une construction analogue donnera en J un point de la glissante de droite.

Cette construction se résume ainsi :

Soit à trouver, pour une verticale d'appui B, ses deux glissantes I et J, ainsi que sa contre-verticale G'.

On commencera par construire, *pour toute la poutre*, un funiculaire sur les aires eïfiées de tous les triangles unitaires Ω et Φ de chaque travée.

Nous le nommerons le *grand funiculaire* (des triangles unitaires eïfiés) (2).

Ce grand funiculaire se subdivise, dans chaque travée, en des *funiculaires partiels* tels que *mnpv*, pour la première travée, et *vqrs* pour la seconde; nous nommerons *corde* d'un funiculaire partiel une ligne telle que *vm* ou *vs* (tracées en trait mixte fin...), un côté tel que *vp* et *vq*, quand il s'agira de l'appui B, en sera le *côté initial*, enfin une ligne telle que *pn* et *qr* en sera le *côté moyen*.

Cela posé, voici la règle pour obtenir les glissantes et la contre-verticale :

---

(1) Pour simplifier, les abréviations (fun.) et (dyn.) voudront dire de se reporter au funiculaire (*fig.* 14, I) et au dynamique (*fig.* 14, II).

(2) Pour abréger, nous supprimerons cette dernière partie de la phrase et nous dirons simplement le *grand funiculaire;* on le construira par une méthode quelconque; nous recommandons d'employer de préférence celle de M. E. Collignon parce qu'elle n'exige pas le tracé d'un dynamique.

(*e*) *Règle.* — 1° On prolonge dans chaque travée le *côté moyen* jusqu'à la verticale d'appui opposée à celle que l'on considère (on obtient ainsi le point m', travée de gauche et le point s', travée de droite).

2° Par le point de rencontre (m' ou s') ainsi obtenu on mène une parallèle à la corde du funiculaire partiel (on obtient ainsi $m'G'$ parallèle à mv, et $s'G'$ parallèle à sv); cette parallèle rencontre le *côté initial* en un point qui appartient à la glissante cherchée. (On obtient ainsi I, glissante de gauche et J, glissante de droite).

3° Les parallèles ainsi menées dans chaque travée à la corde de son funiculaire partiel se recoupent en un point (G') qui appartient à la contre-verticale cherchée.

Cette dernière partie du tracé se justifie en remarquant : 1° que la verticale G' doit être la résultante de deux forces, savoir : $\omega'_1 + \varphi'_1$ appliquée en I et $\omega_2 + \varphi_2$ appliquée en J et 2° que, sur le dynanique, les rayons qui serviraient à faire cette composition de forces sont précisément Ou parallèle à IG', OΦ_1 parallèle à IJ, et Ot parallèle à JG', ce qui suffit pour faire la justification demandée.

16. — Culées et travées de rive.

(*a*) *Poutre encastrée sur la culée.* — Pour le premier appui, c'est-à-dire pour la culée A, s'il y a encastrement, la construction de la contre-verticale G_0 de la culée A_0 se fera de la même manière, c'est-à-dire comme suit : par le point v' (*fig.* 14, IV) où le côté moyen np rencontre la verticale opposée, on mène une parallèle $v'G_0$ à la corde mv du funiculaire partiel; le point G_0 où elle rencontre le côté initial mn est un point de la contre-verticale. Sur cette contre-verticale on placera le stabili-centre, comme nous le disons plus loin.

Nous savons que ce stabili-centre de culée sera un *foyer*, c'est-à-dire un point fixe, de la travée de rive, par lequel passera toujours le polygone représentatif des moments sur piles.

(*b*) *Poutre libre sur la culée.* — Si la poutre est simple-

ment posée sur la culée A_0, alors le moment M_0, sur culée, est nul; par conséquent, le point d'origine A_0 sera un foyer; ses correspondants, dans les autres travées, seront les foyers de gauche de ces travées.

17. — Hauteurs des stabili-centres.

Au point où nous en sommes, nous connaissons pour chaque pile ses deux glissantes et sa contre-verticale; il ne reste plus qu'à placer le stabili-centre sur cette contre-verticale. Sa hauteur H est donnée par la formule (15, *a*)

$$H = \frac{K \times \mu}{(\omega_1 + \varphi_1) + (\omega_2 + \varphi_2)}$$

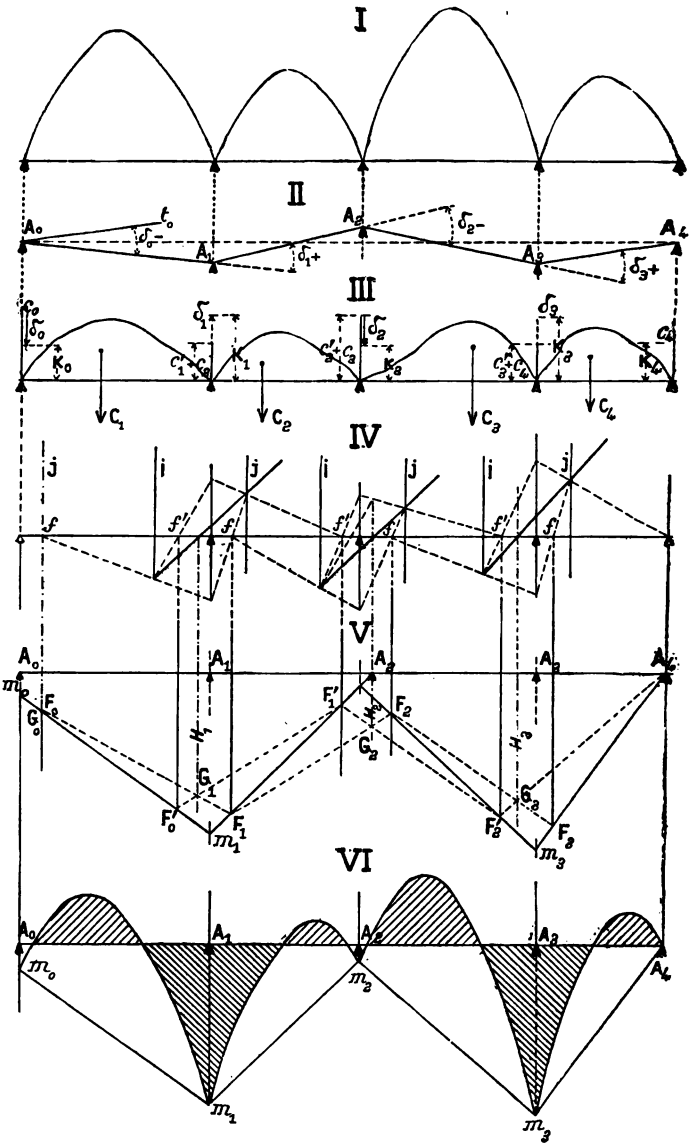
dans laquelle le numérateur K est la réaction sur la pile de l'aire eïfiée des moments de charge, augmentée de la pente de dénivellation δ, tandis que le dénominateur est la réaction, sur la même pile, de l'aire eïfiée des triangles unitaires construits sur le moment unitaire μ. H s'obtiendra donc (*fig.* 14, III) par une quatrième proportionnelle de la manière suivante.

Le dynamique (*fig.* 14, II) donne précisément en *ut*, c'est-à-dire entre les rayons O*u* et O*t* qui sont parallèles aux cordes des funiculaires partiels, la réaction unitaire, c'est-à-dire le dénominateur de H; dès lors : 1° on mène une oblique quelconque UH et l'on y porte de U en μ la longueur μ (à l'échelle des moments); 2° on prend UT = *ut*, et UK = K (à l'échelle des pentes qui est la même que celle des aires de moments eïfiés); 3° en traçant KH parallèle à Tμ, on a en UH la hauteur cherchée du stabili-centre.

18. — Épures définitives de la poutre continue.

Voici maintenant (*fig.* 15) la série des épures à faire pour obtenir les moments dans une poutre continue. Nous ne faisons qu'indiquer (*fig.* 15, I, II, III, IV, V et VI) la marche à suivre.

Fig. 15.



(*a*) *Données.* — On suppose que la poutre est à quatre tra-

vées, qu'elle est encastrée (*fig.* 15, II) sur la culée de gauche A_0 et qu'elle est libre sur celle de droite A_4. La section est variable en chaque point et les appuis sont à des niveaux différents indiqués sur la *fig.* 15, II.

(*b*) *Marche générale.* — L'épure se subdivise en trois phases distinctes.

1re *phase.* — *Détermination des constantes imposées, c'est-à-dire des constantes de charge et de dénivellation* (*fig.* 15, I, II et III). Ces constantes sont les quantités K et δ pour chaque appui; elles ne dépendent que des charges imposées à la poutre et des points A_0, A_1, A_2, ... par lesquels on force la poutre de passer.

2e *phase.* — *Détermination des constantes de constitution*, c'est-à-dire des glissantes, des contre-verticales et des focales de chaque appui; elles ne dépendent que des valeurs de I et de E en chaque point, c'est-à-dire de la constitution de la poutre. La poutre emporte, en quelque sorte, ces constantes avec elle; elles lui appartiennent, tandis que les premières lui sont imposées.

3e *phase.* — *Détermination des moments sur piles et des moments définitifs.*

Voici la légende des six épures successives de la *fig.* 15.

(*c*) *Fig.* 15, I. — Cette figure donne les représentatives des moments de charge; nous avons supposé que ces charges étaient uniformément réparties, de telle sorte que ces représentatives sont des paraboles; mais elles pourraient être quelconques.

(*d*) *Fig.* 15, II. — Cette figure donne les dénivellations des appuis : en $A_0 t_0$ on a figuré la direction de l'encastrement sur la première culée: les pentes de dénivellation sur chaque appui sont δ_0 (négatif). δ_1 (positif), δ_2 (négatif), δ_3 (positif).

(*e*) *Fig.* 15, III. — On a représenté (*fig.* III) la *fig.* I après

qu'elle a été eïfiée. C_1, C_2, C_3, C_4 sont donc les aires eïfiées des moments de charge, appliquées en leurs centres de gravité; un funiculaire (non figuré ici) permettra d'obtenir ces quantités C_1, C_2, ... et aussi, ce qui est plus important, leurs réactions que nous désignerons par c_1, c_2, c_3, c_4 sur les piles qui sont à leur droite et par c'_1, c'_2, c'_3, c'_4, sur celles qui sont à leur gauche.

En composant sur un appui (par exemple sur la seconde pile A_2), les deux réactions c_2 et c_3 avec la dénivellation δ_2, on obtiendra la constante K_2, de laquelle, tout à l'heure, on déduira (*fig.* 15, V) la hauteur H_2 du stabili-centre G_2.

Ici se termine la première phase; les quantités K_0, K_1, K_2, K_3, K_4 sont ce que nous avons nommé les *constantes imposées*.

(*f*) *Fig.* 15, IV. — On a figuré en I et J (trait plein, fin) pour chaque pile, les deux glissantes, et (trait mixte) la contre-verticale; ces lignes ont été obtenues, comme il a été dit plus haut (16, *fig.* 14); elles vont nous permettre de trouver les focales de chaque travée, comme suit : commençons par la gauche.

A cause de l'encastrement, nous avons vu que le pied *f* de la glissante de culée était aussi le pied de la première focale de gauche. En procédant comme il a été dit plus haut [13 (*d*), *fig.* 13], on en déduit en *f*, *f*, *f*, ... toutes les focales de gauche de chaque travée.

Quant à la culée de droite A_4, comme la poutre y est libre, elle est le dernier foyer de droite; on en déduit comme tout à l'heure les focales de droite f', f', f'.

A ce moment, la seconde phase, détermination des *constantes de constitution*, est achevée.

(*g*) *Fig.* 15, V. — Sur cette figure on a d'abord dessiné les focales F_0, F'_0, F_1, F'_1, ...; et l'on a placé les stabili-centres G_0, G_1, G_2, G_3, lesquels ont été obtenus en portant sur les contre-verticales les hauteurs H_0, H_1, H_2, H_3 obtenues comme il a été dit (17, *fig.* 14, III); cela fait : G_0 est le premier foyer de gauche, on l'a joint à G_1 et la rencontre avec

la seconde focale de gauche donne en F_1 le second foyer de gauche; on joint F_1 G_2 et l'on obtient F_3, ... et ainsi de suite.

On procède de même en commençant par la gauche et, partant du point A_4 comme quatrième foyer de droite, on obtient F'_2, F'_1, F'_0, qui sont les autres foyers de droite. Dès lors, en joignant (ligne pleine) $F_0F'_0$, $F_1F'_1$, $F_2F'_2$, F_3A_4 on a la représentative polygonale des moments sur piles. Comme vérification, ces droites doivent se recouper en m_1, m_2, m_3, ... sur les verticales d'appui.

(*h*) *Fig.* 15, VI. — Cette figure donne la représentative définitive des moments; ses ordonnées sont obtenues en ajoutant, algébriquement, les ordonnées (négatives ici) des droites m_0m_1, m_1m_2, m_2m_3 avec celles (positives ici) de la *fig.* I. Les parties hachées représentent les aires des moments définitifs.

19. — Poutre de section constante.

Si la poutre est à section constante, la recherche des glissantes et des contre-verticales se simplifie beaucoup. Il sera facile de vérifier que :

1° Les glissantes sont les *trisectrices* de chaque travée, c'est-à-dire les verticales qui les partagent en trois parties égales.

2° La contre-verticale d'un appui est à une distance de la trisectrice de gauche égale à la distance à laquelle la verticale d'appui se trouve de la trisectrice de droite. Autrement dit, en renversant, bout pour bout, les deux trisectrices, la verticale d'appui devient la contre-verticale. Si les appuis sont tous en ligne droite, et, en particulier, s'ils sont de niveau, alors le facteur EI peut être négligé partout; autrement dit, il est inutile de rien eïfier; s'il y a des dénivellations δ_0, δ_1, δ_2, ..., il sera inutile d'eïfier les moments, de quelque nature qu'ils soient; mais alors les pentes de dénivellation δ_0, δ_1, ... devront être *multipliées* par le facteur constant EI.

Il nous serait possible de montrer comment, en modifiant les niveaux d'une poutre continue, on peut aussi modifier, presque à volonté, les moments sur pile et faire en sorte que le moment dangereux dans chaque travée soit réduit à un minimum.

La statique graphique nous permettrait également d'étudier les effets d'une charge roulante; mais l'étendue déjà trop grande de cette Note nous fait un devoir de nous arrêter ici.

LES

LOIS DU CARDAGE,

Par M. J. IMBS.

La préparation de toutes les fibres textiles de faible et de moyenne longueur comprend l'emploi de la carde et l'opération du cardage pour démêler et diviser la masse fibreuse, et parfois pour l'épurer dans une certaine mesure. Pour tous les genres de cotons, pour les laines courtes plus spécialement réservées à la draperie, pour les laines longues, fines ou communes, destinées aux étoffes rases, le cardage est l'opération fondamentale qui, seule ou suivie du peignage, permet la transformation des flocons fibreux enchevêtrés en une nappe ou en un ruban homogène de fibres bien divisées et susceptibles d'être filées. Certaines catégories de grandes fibres végétales, comme les étoupes de lin, de jute, de ramie, etc., exigent de même l'emploi de la carde pour leur traitement en filature. Malgré l'emploi si général qui est fait des machines à carder sous les différentes formes qu'elles affectent, l'opération du cardage est pratiquée, encore actuellement, sous bien des rapports d'une manière inconsciente, et le fonctionnement de la carde reste souvent pour les praticiens un sujet de réflexions confuses et un objet d'hypothèses hasardées, qui sont loin d'expliquer toujours les variations des résultats obtenus et les influences d'apparences parfois capricieuses qui déterminent ces résultats.

Sans doute, certaines conditions de bon fonctionnement de

toute machine à carder apparaissent clairement, sont connues de tous, et se justifient tout naturellement. Ainsi peuvent s'énumérer, parmi celles-ci, la nécessité d'entretenir par des aiguisages suffisamment répétés l'état de mordant des garnitures et de leurs pointes, la nécessité de pratiquer ces aiguisages de manière à entretenir les surfaces actives sous leur forme idéalement cylindrique ou plane, la nécessité ou l'utilité de proportionner à la finesse des fibres mises en œuvre la finesse et le rapprochement des dents composant les garnitures. De telles conditions sont de celles qui se comprennent aisément, plus aisément qu'elles ne peuvent parfois se réaliser. Car de l'état de mordant parfait des dents résultera leur faculté accrochante nécessaire; de l'état idéalement rectogène des surfaces résultera la possibilité de rapprocher les organes opposés et de les amener l'un près de l'autre à cette distance infinitésimale que réclame l'opération; de l'état de finesse extrême et d'extrême rapprochement des dents résultera la faculté de dissocier jusqu'à l'unité des groupes de fibres extrêmement déliées.

Mais, à côté de ces conditions nettement indiquées par leur essence, combien d'autres sont observées et usitées plus ou moins rigoureusement, dont les motifs restent vagues et obscurs. Tout ce qui concerne la fonction exacte des organes cardeurs, les dimensions et les vitesses à leur donner, la forme et le nombre des dents qui leur conviennent respectivement, le choix de certains organes parfois pour certaines fibres, reste la plupart du temps l'objet d'une pratique fort variable et fort superficiellement raisonnée. L'expérience plus ou moins attentive a déterminé à la longue et dans une certaine mesure les valeurs préférables pour les éléments d'exécution et de fonctionnement. Les traités de technologie spéciale se bornent à décrire les machines et leurs organes et à relater certaines de ces valeurs adoptées dans certains cas, sans jamais tenter une analyse des fonctions et des influences intervenant dans leur réalisation, et le praticien reste ainsi sans principes généraux, ce qui ne lui permet de raisonner ni ce qui convient le mieux à son cas particulier, ni parfois les causes d'imperfections des résultats qu'il obtient. S'il est diffi-

cile de deviner exactement ce qui se passe à chaque ligne de contact d'une carde en marche, quand ses organes fonctionnent à grande vitesse et se masquent les uns les autres en se recouvrant, il n'en est que plus utile de formuler les lois générales que subiront les fibres à la rencontre de deux organes. Seules ces lois peuvent permettre des déductions logiques et, comme conséquence, la détermination rationnelle de valeurs qui seraient restées incertaines et non motivées.

Quelques définitions et quelques renseignements préliminaires sont nécessaires à l'intelligence des explications que nous avons à présenter :

(*a*) *L'action de cardage est celle de tiraillement attractif et diviseur que produisent les crochets ou dents de carde sur des filaments ou des groupes de filaments plus ou moins retenus par un organe extérieur.*

La *garniture de carde* est la surface flexible (cuir ou tissu complexe) qui porte les dents et sert à recouvrir les organes actifs de la machine à carder à laquelle on donne habituellement le nom de *carde*, qui résume ses fonctions.

La dent (en fil métallique traversant le cuir ou le tissu de base sous lequel il se replie), émerge au-dessus du cuir ou du tissu par ses deux bouts, qui forment en réalité deux dents, chacune comprenant *le pied*, partie en prolongement de celle qui traverse le tissu, et *le crochet*, partie inclinée dont l'extrémité est destinée à opérer l'action désirée. Le crochet, qui doit le plus souvent être entretenu en état de mordant par des aiguisages qui l'usent peu à peu, est fait pour ce but en longueur excédant celle nécessaire; le pied, de hauteur convenable, réserve à la dent, jusqu'à usure presque complète du crochet, une certaine profondeur nécessaire, de même qu'une certaine flexibilité. La nature du métal préférable pour la dent s'indique d'elle-même pour son but comme devant être l'acier, en qualité et à une trempe convenables ; aussi, depuis que l'industrie produit ces fils d'acier en bonnes conditions, leur emploi pour la carde s'est-il généralisé avec de grands avantages comparativement à l'emploi des fils de fer dont auparavant l'usage était exclusif. Quant à la forme de section du fil d'acier à employer, cylindrique ou triangulaire ou méplate, et quant à la pente à

donner au crochet, on devine que ces points seront des facteurs très importants de l'effet produit, selon les fibres traitées et selon la fonction de l'organe à garnir. Il en sera de même de la finesse des dents (et de leur nombre par unité de surface qui en est la conséquence). Ces deux éléments, tout en étant naturellement des facteurs proportionnels d'activité pour l'organe considéré, devront être appropriés à sa fonction et à la fatigue que causeront les fibres, aussi bien qu'à celle que ces fibres elles-mêmes peuvent supporter sans dommage. Ces quelques mots suffisent à faire entrevoir les nombreuses et minutieuses considérations qui auront à intervenir dans le choix des garnitures, considérations sur lesquelles nous aurons à chaque instant à insister en étudiant les fonctions exactes des organes de la carde. Ces fonctions ne seront pas toujours ou seulement la fonction principale, c'est-à-dire la fonction cardante, et à ce sujet il ne faudra pas négliger de remarquer que, au contraire, la définition (*a*) a pour conséquence la réserve suivante :

(*a bis*) *Un organe de carde n'est un organe cardeur que si ses crochets exercent leur action d'accrochage sous une résistance extérieure.*

Nous ajouterons encore, pour compléter ces généralités, que les garnitures de cardes ne sont employées en pratique, dans les cardes, que pour revêtir des organes de deux formes, de forme cylindrique le plus souvent, et de forme plane parfois et secondairement; ces deux formes combinées sont les seules qui permettent, outre la circulation continue du produit fibreux, une égale vitesse, et par conséquent une égale activité, en tous points de la surface d'un organe sur la largeur complète de la machine. En outre, ce sont les seules qui permettent facilement une réalisation de forme géométrique rigoureuse.

(*b*) *La forme absolument rigoureuse des organes de la carde est indispensable pour obtenir entre les organes cette proximité tangentielle extrême qui, en cardage, s'appelle contact.* Quand il s'agit de pouvoir opérer une action individuelle efficace sur des fibres dont la finesse est telle parfois que plusieurs centaines réunies et condensées au maximum

n'atteignent pas un demi-millimètre de section, on comprend que le mot *contact* représente convenablement le degré de proximité tangentielle nécessaire. Et cependant, au sens propre du mot, ce contact réel doit être évité avec autant de soins qu'on en met à s'en rapprocher, puisqu'il détruirait rapidement l'état parfait des surfaces des organes. En effet, l'action de la carde et son fonctionnement utile résident dans la *surface* des organes munis de leurs crochets.

(*c*) *L'action attractive et diviseuse des crochets implique une vitesse relative des crochets défilant, leur pointe en avant, contre les fibres retenues par un organe convenable.* Il ne saurait donc exister, nulle part dans une carde, deux organes en action combinée possédant, à leur ligne de contact, une vitesse de développement égale et de même sens. De là résulte, en général et sauf exception particulière, l'impossibilité d'établir entre les organes un contact réel, qui se traduirait par des frottements d'effet désastreux pour la surface éminemment délicate des organes.

En principe, l'action cardante exercée par les crochets sur les fibres pourrait se réaliser soit par une vitesse de translation des crochets, soit par une vitesse de translation des fibres, ces vitesses étant du sens convenable pour l'action des crochets inclinés. Ces deux modes d'action se rencontrent en effet dans la carde. Mais le second mode n'intervient que sous une forme particulière. La carde devant réaliser une circulation continue du produit fibreux, il ne saurait exister parmi ses organes aucune sorte de pince tenant rigoureusement les fibres et se mouvant en opposition et au contact d'une surface de crochets; une telle opération essentiellement intermittente et séparatrice serait bien plus du peignage que du cardage. La carde ne peut, pour son but, contenir qu'un seul organe formant pince et tenant rigoureusement les fibres, et cet organe ne se transporte pas, n'a pas de translation. Cet organe, c'est le cylindre alimentaire, qui, immobile, livre peu à peu les fibres ou les flocons fibreux à une première surface munie de crochets et animée d'une vitesse du sens voulu. En ce point, la carde réalise l'action cardante sous une première forme et nous disons que :

(*d*) *L'action cardante est à simple effet quand elle est produite par la vitesse de sens utile d'une seule surface cardante agissant sur des fibres rigoureusement tenues.* Cette action *à simple effet* a ses propriétés particulières. A cette action succède une action différente qui subsistera seule jusqu'à la fin de l'opération. En effet, à partir du moment où le cylindre alimentaire abandonne, une à une, ou groupe par groupe, les fibres considérées, celles-ci ne seront plus nulle part tenues dans le sens propre de ce mot; elles circuleront par entraînement libre, en s'accrochant plus ou moins solidement et temporairement à la denture d'un organe. L'action cardante sera réalisée alors à de certains points désignés, sous sa seconde forme, entre deux surfaces à crochets opposés, et nous dirons que :

(*d bis*) *L'action cardante est à effet réciproque quand elle est produite sur des fibres libres, entre deux organes dont chacun exerce, l'un par rapport à l'autre, ses facultés d'accrochage et de retenue.*

D'ailleurs, l'effet d'un organe de carde dépendant absolument de la direction de ses crochets et de la direction de la vitesse superficielle imprimée à cet organe, nous dirons, d'une manière générale, que :

(*e*) *Un organe garni de cardes est en vitesse positive s'il marche dans le sens de ses crochets et est en vitesse négative s'il marche en sens inverse.*

Et nous remarquerons attentivement de suite que, pour l'organe en lui-même :

(*e bis*) *La pente et la vitesse positive développent la faculté accrochante et attractive, la pente et la vitesse négative développent la faculté d'abandon et de dépouillement.*

De telle sorte que :

Un organe en vitesse positive et à crochets fortement inclinés tend énergiquement à accrocher et garder ses fibres, et un contact résistant superficiel a pour effet d'y faire pénétrer et d'y fixer les fibres plus profondément.

L'inverse a lieu pour un organe en vitesse négative.

En outre, nous ferons remarquer que, dans les relations de deux organes en contact, la vitesse propre de chacun de ces

organes ne sera pas seule à considérer, mais que, au contraire :

(*f*) *Un organe animé d'une vitesse propre et effective de sens positif ou négatif, peut posséder, par rapport à son contact avec un organe voisin, une vitesse relative de sens contraire, qui sera déterminante de l'effet réciproque réalisé.*

Enfin il se comprend que : (*e ter*) *un organe en vitesse relative et en fonction positive, quelle que soit la pente de ses crochets et quelle que soit la faculté accrochante qui résulte pour lui de cette pente et de cette vitesse, ne possède cette faculté pleine qu'à l'état de vacuité et la perd graduellement au fur et à mesure qu'il se charge de fibres qui obstruent ses interstices.*

Ceci posé, tous les organes de carde peuvent se classer en deux catégories bien distinctes par leur fonction, c'est-à-dire en *organes preneurs*, d'une part, et en *organes receveurs*, d'autre part.

Un organe *preneur* est un organe qui se charge par son attraction propre résultant de sa vitesse positive accentuée.

Un organe *receveur* est un organe qui ne se charge que passivement, par une action extérieure, ou malgré sa vitesse faiblement positive et même le plus souvent nulle ou négative.

Ces deux fonctions de preneur et de receveur peuvent correspondre ou ne pas correspondre à la fonction de *cardeur* simultanée.

Cardage à simple effet.

Un cylindre ou tambour de carde tournant en sens positif, au contact d'un organe alimentaire tenant la nappe fibreuse, réalise cette action. L'organe alimentaire diffère très sensiblement pour les fibres courtes et pour les longues. Pour ces dernières, telles que les laines, qui outre leur longueur ont une rugosité et une frisure prononcées, l'organe alimentaire se compose le plus souvent de deux petits hérissons en contact. Leurs dents sont solides, claires et bien inclinées pour permettre aux fibres d'échapper quand l'attraction de l'organe

cardeur devient trop énergique. Cette disposition adoucit aussi l'action de l'organe cardeur par la distance d'enveloppement, d'un quart de la circonférence du cylindre, que parcourt la nappe entre le point de retenue au contact des deux cylindres, et le point de cardage sur le côté de l'un d'eux.

Pour le coton, l'organe alimentaire, généralement usité aujourd'hui, comprend un cylindre cannelé posant avec pression dans une auge métallique. La matière est tenue rigoureusement jusqu'au point de cardage, et les fibres restent ainsi soumises à l'action énergique et prolongée des crochets de l'organe cardeur, jusqu'à ce que la rotation du cylindre alimentaire les dégage et les laisse emporter. Dans les deux cas, la solidité de la retenue assure l'efficacité de l'action diviseuse des crochets, et cette opération démêlante et redressante exercée dans une direction constante ne risque jamais de manquer son but. La vitesse du cylindre alimentaire, toujours très lente, étant négligeable par rapport à celle de l'organe cardeur, l'action se trouve répétée et fractionnée à l'infini. On peut dire que, pour une unité de débit et d'épaisseur fournie par le cylindre, (*g*) *l'efficacité, aussi bien que la graduation de l'action à simple effet, croîtra avec les longueurs développées par l'organe cardeur et avec le nombre de crochets équidistants que cet organe porte par unité de surface,* et d'autre part, *l'intensité de l'action croîtra avec la pente plus inclinée des crochets.*

On pourrait donc, avec ces trois éléments combinés, les longueurs développées, le nombre et la pente des crochets, réaliser, en ce seul point de l'alimentation, une action très puissante et très sûre. Mais, pour chacun de ces trois éléments, des considérations importantes empêchent d'utiliser leur effet au delà de limites assez restreintes.

En effet : 1° les longueurs développées impliquent une vitesse superficielle, et, en matière de textiles, la vitesse engendre facilement une brutalité dangereuse. 2° le nombre des crochets a pour condition leur finesse, laquelle engendre leur fragilité. 3° la pente des crochets, qui accroît leur faculté attractive, accroît en même temps leur tendance de pénétration, et (*h*) *les crochets des organes de la carde ne doivent pas* (en

général et sauf exception), *laisser leurs interstices se pénétrer profondément par les fibres et accumuler ces fibres, mais au contraire les accrocher superficiellement pour pouvoir les céder, de suite après, dans un fonctionnement continu.*

De là résulte qu'une machine à carder qui paraîtrait en principe ne devoir se composer que de quelques organes essentiels, comprend en outre une série d'organes secondaires des plus importants.

Organes essentiels d'une carde.

Tout à l'origine des procédés de la filature mécanique, la carde ne comprenait que deux organes essentiels après les cylindres alimentaires, sur lesquels nous n'avons plus besoin d'insister : 1° *un tambour*, à vitesse rapide et positive, organe preneur et cardeur (qui est devenu le grand tambour des cardes modernes) effectuant au contact des cylindres l'action à simple effet; 2° un *doffer, organe receveur* à crochets opposés à ceux du tambour, tournant en *vitesse lente et négative*, sur lequel le tambour doit décharger ses fibres par une action qui comprend celle de cardage réciproque. D'ailleurs un détacheur circulaire ou alternatif (qui est devenu le peigne détacheur alternatif, battant 2000 coups à la minute, des cardes modernes), a toujours accompagné le doffer, et c'est lui qui détache définitivement le voile cardé.

Dès l'origine, les considérations exposées ci-dessus ont amené à donner au tambour un grand diamètre et une grande vitesse, et à le munir d'une fine denture très peuplée. Mais la délicatesse d'une telle denture agissant sur une matière encore presque brute, n'a pas tardé à faire adopter l'interposition, entre le cylindre alimentaire et le tambour, parfois de tout un *avant-train*, mais le plus souvent *du briseur*, organe préparateur, qui seul effectue maintenant l'action à simple effet au contact des cylindres alimentaires, et qui étant à grosse et solide denture ne peut plus effectuer cette action avec une finesse quelque peu réelle. En dehors de l'action de nettoyage qu'on lui demande, tout ce que l'on peut exiger

d'un organe, muni de gros et solides crochets de ce genre, est de livrer au tambour la matière par flocons aussi menus que possible. L'action de cardage réciproque, réalisée au contact du doffer, serait donc, à elle seule, tout à fait insuffisante, et c'est par ces raisons, et pour répéter et prolonger cette action, que, entre l'alimentation et le doffer, on échelonne sur le parcours du tambour un nombre plus ou moins grand de *receveurs temporaires*, au contact de chacun desquels un nouveau cardage sera opéré avant d'arriver au *receveur définitif* ou *doffer*. L'action de la carde est donc, depuis longtemps, fondée presque entièrement sur cette action du cardage réciproque.

Relations de deux organes circulaires.

Il est bien entendu que, étant donnés deux organes circulaires en contact, nous suivons chacun d'eux dans sa marche vers leur ligne de contact, pour savoir l'action qui sera exercée sur les fibres. Il se comprend par conséquent que, sur les deux organes considérés, l'un d'entre eux au moins est *ameneur* de fibres dont il se sera chargé antérieurement.

Considérons d'abord le cas où les deux organes ont, à leur ligne de contact, leurs crochets inclinés dans la même direction.

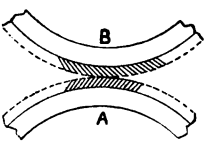
(*i*) *Si deux organes en contact ont leurs crochets dans la même direction, pourvu que leurs développements circonférentiels soient inégaux, quel que soit le sens de marche de chacun des deux organes, il y aura toujours production d'une vitesse relative de sens positif pour l'un des deux organes.*

Il n'y aura aucune action de cardage à la ligne de contact, puisqu'il n'y a aucune résistance exercée sur les fibres que portait l'un ou l'autre organe.

L'organe possédant la vitesse relative de sens positif sera preneur ou receveur de la totalité de la matière fibreuse amenée à la ligne de contact par l'un ou l'autre organe (voir *fig.* 1). Si A organe ameneur est en vitesse positive, B

sera dit *preneur* s'il possède une vitesse positive supérieure. Si A organe ameneur est en vitesse négative, B sera dit *receveur* si sa vitesse est une vitesse négative moindre, ou serait dit *preneur* si sa vitesse était accentuée et positive, c'est-à-dire

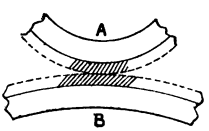
Fig. 1.



de nature à lui permettre d'accrocher par lui-même. De toutes manières, B l'un des organes dépouillera l'autre A, et emportera la totalité des fibres, accrochées sur sa denture dans des conditions tout à fait superficielles, puisqu'il n'y a eu aucun effort résistant de la part de A, effort par suite duquel les fibres auraient pu tendre à pénétrer les interstices des dents.

Considérons maintenant deux organes (*fig.* 2) ayant à leur

Fig. 2.



ligne de contact leurs crochets respectifs en direction opposée. Cette direction opposée est la condition nécessaire pour qu'il puisse y avoir cardage réciproque, mais n'est pas à elle seule suffisante.

Animons A d'une vitesse négative. Si B possède une vitesse négative aussi, celui de A et de B dont la vitesse négative surpassera celle de l'autre, emmènera par simple frottement les fibres de l'autre, et l'on aura simplement l'action de détachement que l'on utilise souvent pour le détacheur cylindrique du doffer dans les cardes à laine. Si B possède une vitesse positive, mais retarde sur A, il n'y aura aucune action possible d'un organesur l'autre.

Mais si nous supposons A animé d'une vitesse même négative, pourvu que B possède une vitesse positive supérieure, il y aura production sur B de sa faculté accrochante et développement sur A par réciprocité de cette même faculté.

(*i bis*) *Donc si deux organes en contact ont leurs crochets en direction opposée, il suffit que l'un d'eux ait une vitesse de sens positif à la fois à titre effectif et à titre relatif, pour qu'il y ait cardage réciproque.*

Animons maintenant A et B tous deux d'une vitesse positive, chacun des deux organes développe par lui-même sa faculté accrochante et contre l'autre. Il n'y aura rien de changé qu'un peu plus de vitesse relative et positive des deux organes, l'un par rapport à l'autre, c'est-à-dire un peu plus d'énergie de l'action cardante réciproque, laquelle eût pu d'ailleurs être obtenue de même en laissant A en vitesse négative et augmentant simplement la vitesse positive de B.

Ceci posé, si nous considérons à la ligne de contact de A et B l'action cardante réciproque dans son ensemble, il est bien évident (*g bis*) *qu'elle croîtra en intensité — avec les surfaces développées — avec les nombres de dents équidistantes des organes par unité de surface — avec la pente plus inclinée des dents.* — Ces trois éléments d'intensité se comprennent par eux-mêmes. Il faut leur ajouter une quatrième influence importante, *celle du diamètre des organes.* L'action ayant pour condition la proximité des deux surfaces, de grands diamètres de l'un ou l'autre organe étendent, en avant et en arrière de la ligne de contact, la région de proximité dans laquelle s'exercent les attractions et les retenues réciproques et augmentent conséquemment l'action totale.

Par contre, cette action reposant tout entière sur la faculté d'accrochage des dents, il est évident que toute inappropriation des dents pour ce but sera fatale. Des dents émoussées, sans pointe ou sans mordant, des dents embarrassées ou remplies dans leurs interstices de résidus qui les encombrent, des dents engorgées par une matière fibreuse amenée en trop grande quantité ou ne s'écoulant pas régulièrement et s'accumulant, annuleront tout pouvoir attractif et diviseur des surfaces, et *l'action cardante espérée se transformera en une*

action roulante, d'autant plus facilement que les fibres mises en œuvre seront plus fines et plus souples. De là les effets de boutonnage si fréquents, et dont souvent, sans longue expérience, la cause est si confuse. De là la nécessité d'un entretien régulier des pointes par l'aiguisage, et d'un entretien de propreté régulier par les débourrages, et enfin de la modération toujours nécessaire dans la quantité de produit exigée.

Nous venons de dire que l'action cardante réciproque se produit, soit que les deux organes soient en vitesse positive, soit que l'un soit en vitesse négative et l'autre en vitesse positive excédante. Quelle est celle de ces deux combinaisons qui offre le plus d'intérêt? La première paraît au premier abord offrir plus de facilité pour développer à la ligne de contact de grandes surfaces. C'est cependant la seconde qui seule, en général, sera utilisable dans la carde.

En effet, il faut établir une circulation continue du produit, condition indispensable de la machine. (*j*) *Deux organes positifs et développant par eux-mêmes leur faculté accrochante sont impropres à une circulation continue,* car tous deux sont par eux-mêmes attractifs, preneurs et ne peuvent être débarrassés ou dépouillés de leurs fibres que par une action positive supérieure qui serait effectuée par un troisième organe positif plus rapide, lequel présenterait la même difficulté à un degré plus élevé, de telle sorte que, dans cette voie, il n'y aurait pas d'issue possible.

C'est par ce motif que (*j bis*) *le cardage réciproque n'est réalisé dans la carde* (sauf exception fort rare) *qu'entre un ameneur de sens positif et un receveur de sens négatif,* et, pour que les surfaces développées puissent être importantes, pour que le champ de contact ait la largeur favorable, et enfin pour pouvoir répéter l'action sur plusieurs receveurs échelonnés, ces derniers sont de diamètre modéré et à vitesse négative lente, placés sur le parcours d'un seul ameneur de grand diamètre et à vitesse positive rapide, *le grand tambour.* Les receveurs en vitesse négative n'offrent ainsi aucune difficulté pour céder leurs fibres pour une nouvelle action ou pour une sortie définitive. Seul, le grand tambour ameneur

devra être l'objet d'une attention constante et de dispositions particulières pour assurer l'évacuation régulière de ses fibres, objectif des plus importants, et qui mal réalisé est presque toujours le défaut occasionnant les désordres qui se produisent dans une carde dont la première apparence est correcte.

On voit que, parlant du tambour comme seul ameneur de fibres, nous attirons l'attention sur les fibres emportées après leur contact par les deux organes dans leur rotation respective. En effet, nous avons à étudier de plus près l'action de cardage réciproque et à formuler ici un principe important :

(*k*) *L'action cardante réciproque entraîne le partage de la matière fibreuse amenée entre l'ameneur et le receveur.*

Ce partage résulte de deux fonctions successives correspondant à deux périodes successives : l'accrochage au receveur des fibres amenées au moment où commence le contact, puis *l'échange et la reprise par l'ameneur d'une partie de ces fibres* pendant la durée du contact.

Si nous considérons le receveur arrivant à la ligne de contact en sens négatif et en état de vacuité parfait, et le tambour ameneur y arrivant avec sa couche de fibres, nous remarquerons d'abord que celles-ci s'engageront en toute liberté dans l'angle parfaitement ouvert qui précède le contact des deux organes circulaires, (*k bis*) *c'est-à-dire qu'il y a, ce qui est indispensable pour l'accrochage, entrée franche et graduée sous la surface parfaitement vide du receveur.* Nous remarquerons que les deux organes possèdent la même vitesse *relative et positive* l'un par rapport à l'autre, puisque pour tous deux cette vitesse est égale à la vitesse positive importante de l'ameneur moins la vitesse négative faible du receveur. Le complet état de vacuité du receveur présentant sa surface dans des conditions d'*entrée* parfaite, et aussi la force centrifuge développée par le tambour (en supposant même tout égal quant aux pentes et aux nombres des crochets des deux organes), vont laisser au receveur une complète supériorité et le premier effet du contact sera l'adhérence au receveur de toutes les fibres qui n'étaient pas profondément engagées dans la denture de l'ameneur, et si celui-ci n'était chargé que superficiellement, le receveur absorbera tout. Mais instantané-

ment son état de vacuité ayant cessé, sa faculté a baissé; l'équilibre de pouvoir s'établit entre les deux organes, et un régime d'échange et de reprise par le tambour d'une partie des fibres, sollicitées par les attractions et retenues réciproques, se produit pour le reste de la durée du contact. Celui-ci ne cesse que peu à peu et dans des conditions qui méritent d'être observées. En effet, au fur et à mesure qu'une dent du receveur, après avoir passé la ligne de contact, s'écarte du tambour en suivant la circonférence très convexe à laquelle elle appartient, sa pente sur sa propre circonférence, *par le détour du receveur*, perd sa direction opposante par rapport au tambour et laisse celui-ci reprendre en les tiraillant toutes les fibres qui, suffisamment divisées, n'ont pas une adhérence très prononcée, ou celles que la force centrifuge du tambour n'a pas engagées plus profondément dans la denture du receveur. L'ameneur emportera donc (et de nouveau superficiellement en majeure partie) toute cette partie des fibres déjà les mieux divisées. Le receveur de son côté emportera (bien plus profondément fixée) la partie la moins divisée. (*l*) *La reprise ainsi réalisée par le tambour sera d'autant plus importante :*

1° *Que le receveur fuira plus lentement et que, pendant son détour, il laissera plus de temps au tambour pour tirailler ses fibres, et qu'il aura laissé son état de vacuité se transformer par cette vitesse lente en un état de plus forte charge qui abaisse sa faculté de retenue;*

2° *Que ce receveur sera de plus petit diamètre et que ses dents auront, à un éloignement permettant encore l'attraction efficace du tambour, déjà perdu de leur direction opposante et retenante;*

3° *Que les dents du receveur seront en nombre inférieur;*

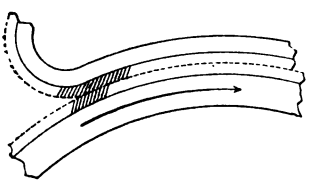
4° *Que la pente de ces dents du receveur aura été faite moins accentuée et par conséquent moins efficace.*

Relations du cardage réciproque d'un organe cylindrique avec une enveloppe concave l'épousant.

L'enveloppe, dans ce cas, est fixe ou sensiblement fixe et fonctionne comme *receveur* au contact d'un tambour *ameneur* de grand diamètre et de grande vitesse positive (*fig.* 3).

Le contact a lieu ici sur une surface très prolongée, sur tous les points de laquelle les positions opposantes des dents ne changent pas, et il semble au premier abord qu'une

Fig. 3.



action très considérable par son énergie et sa durée doive en résulter. C'est le contraire qui se produit en réalité.

Le premier caractère de cette disposition, c'est la suppression de toute *entrée* favorisant l'accrochage au receveur-enveloppe. Bien que cette enveloppe puisse être faite, du côté de l'introduction, avec une forme convexe cylindrique et tangente à la circonférence de contact, l'immobilité de toute l'enveloppe annulera le pouvoir de cette entrée apparente. En effet, à la première ligne de contact du tambour ameneur et de l'enveloppe, quelques flocons amenés vont s'attacher immédiatement aux dents, en boucher les interstices, et former une barre sans pouvoir acccrochant, qui aura pour effet de coucher dès leur introduction les fibres de l'ameneur sur sa surface. Ces fibres introduites ainsi sous l'enveloppe, si celle-ci est continue, chemineront ainsi couchées sans pouvoir se redresser et rencontrer nulle part une surface oblique à laquelle elles puissent adhérer. Seuls, des corpuscules plus volumineux et plus lourds pourront, peu à peu, à la condition

que la denture de l'enveloppe soit finement effilée et de pente suffisante, s'y accrocher soit par pression, soit par une force centrifuge plus accentuée qui les repousse. L'action de l'enveloppe sera ainsi bien moins une action cardante, qu'une action de lissage épurateur des fibres entraînées, couchées sur le tambour. Et à la longue l'enveloppe se chargera peu à peu des corpuscules étrangers mêlés aux fibres, ainsi que des fibres qui sont directement adhérentes à ces corpuscules.

Une telle disposition (dont le principe est celui des chapeaux plats employés pour le coton), n'ayant qu'un très faible pouvoir cardant, n'est applicable à aucune fibre, d'un démêlage difficile, exigeant une action cardante puissante, et don la valeur et la propreté naturelles ne rendent pas désirable l'élimination d'une partie sous forme de déchet.

Nour reviendrons d'ailleurs ultérieurement sur l'examen des chapeaux plats dans les cardes à coton et sur leur comparaison avec les autres receveurs.

Nous pouvons maintenant examiner facilement les fonctions exactes et les conditions favorables des principaux organes des cardes.

Ces organes sont :

1° *Le briseur*, parfois remplacé dans les grandes cardes à laine par un avant-train complet;

2° *Le grand tambour* ou organe central, autour duquel se groupent tous les autres;

3° *Les receveurs temporaires*, qui forment trois classes : les travailleurs avec leurs intermédiaires, les nettoyeurs sans intermédiaires, les chapeaux plats;

4° *Le doffer* ou receveur définitif;

5° *Les débourreurs du tambour*, qui forment deux classes : les volants opérant par friction, les débourreurs par simple contact.

Le briseur.

Placé au contact de l'alimentation, c'est le briseur qui doit effectuer le cardage à simple effet, opérer le premier dégros-

sissage, et livrer la matière au grand tambour; celui-ci, organe positif comme le briseur, doit dépouiller ce dernier régulièrement et intégralement par un excédent de vitesse suffisant. La vitesse du briseur comme développement est donc limitée à un maximum qu'on peut admettre convenable aux $\frac{3}{4}$ de celui du tambour, quand le briseur est à dents droites et sans pente sensible, et aux $\frac{2}{3}$ seulement, s'il est à crochets inclinés qui provoquent une pénétration plus profonde.

Chargé souvent d'une opération de nettoyage complémentaire, laquelle doit s'opérer par projection des corps étrangers plus lourds que les fibres, les dents sans pente sensible sont dans ce cas préférables. Pour le coton, et même pour les laines, on utilise très avantageusement les tambours à dents de scie formées par une véritable lame de scie imitant l'organe de l'égreneuse ou saw-gin. La lame de scie est toutefois ici incrustée en spirale dans le tambour métallique. Dans ce même but, aussi bien que pour ne pas encombrer la machine, on donne au briseur un diamètre modéré de 25^{cm} environ, qui, combiné à sa vitesse, favorise le développement d'une force centrifuge suffisante pour activer la projection des corps étrangers mêlés aux fibres; et comme le briseur, pour correspondre au sens du tambour qui tourne en montant, tourne en descendant au contact de l'alimentation, dont l'auge est elle-même en dessous, toutes les conditions sont favorablement réunies pour cette projection désirée.

Naturellement, si la carde est de second passage, il convient ou de supprimer le briseur, ou en tous cas de le munir d'une garniture de finesse convenable et qui, au besoin, recevra tous les soins nécessaires d'aiguisage et de dressage. En tout cas, le réglage du briseur à parfaite proximité de l'alimentation peut, seul, assurer la finesse des flocons de fibres livrés au grand tambour, et est par suite le point de départ indispensable pour le bon travail de toute la machine.

Le grand tambour.

C'est l'organe de dimension dominante, qui, *preneur* direct ou indirect de l'alimentation, transporte les fibres, les carde au contact des receveurs successifs échelonnés sur son parcours, les leur reprend pour les livrer au dernier de tous, au doffer. Sa dimension est nécessitée par les receveurs à grouper autour de lui et par les surfaces à développer. Son diamètre de 1^m au minimum, atteint et dépasse même parfois $1^m,30$. Sa vitesse est nécessitée par ces mêmes surfaces à développer, par l'activité qui lui est demandée comme organe cardeur et entraîneur, par la force centrifuge qu'il doit développer dans une certaine mesure et qui doit contribuer à maintenir ou ramener à l'état superficiel les fibres qu'il entraîne, reprend et transporte. Cette vitesse est limitée par le ménagement que peut nécessiter la matière fibreuse mise en œuvre. De longues fibres provoqueront naturellement des attractions et des résistances bien plus importantes que de courtes. Aussi 90 à 100 tours par minute, fournissant un développement de 300^m à 400^m, seront-ils un maximum pour des laines moyennes ou des cotons longue soie, tandis que des cotons courts supporteront jusqu'à 180 tours, fournissant un développement de 600^m et même 700^m par minute. Toutefois, nous devons dire que cette extrême vitesse, adoptée actuellement dans les cardes à chapeaux plats en chaîne, n'est acceptable que pour ce type d'organes receveurs dont l'action cardante très faible n'expose pas la fibre à des efforts sérieux.

Quelle est la denture qui convient au tambour ?

Il est bien entendu que, faisant ici une étude du cardage à titre général, nous ne pouvons donner à cette question une réponse absolue et exactement déterminée par des chiffres pour le nombre des dents et les degrés de l'angle de pente.

Les cas divers sont trop variables et s'étendent dans des limites trop éloignées. Ce qu'il est important et en même temps possible de considérer ici, ce sont les bonnes proportions relatives d'un organe par rapport à un autre, proportions aptes à assurer l'accomplissement exact de la fonction désirée pour chaque organe.

En général, le nombre des dents étant toujours pour un organe cardeur un élément d'activité, il y aura toujours intérêt à l'accroître jusqu'aux limites où cet accroissement amène des inconvénients. Les restrictions à ce sujet sont les suivantes :

1° *Toute garniture doit présenter des interstices suffisants.* Il n'y a pas, en effet, d'accrochage possible s'il n'y a pas facilité pour la fibre de s'engager quelque peu dans les interstices pour y envelopper par une boucle plus ou moins prononcée l'un des crochets. Une garniture trop *peuplée*, pour le numéro de fil d'acier qui lui est appliqué, au lieu de posséder des facultés supérieures, tend à devenir inerte et à agir comme une surface pleine, et n'aura au contraire que des facultés inférieures.

2° *Le nombre de dents ne peut* conséquemment *être accru qu'en y appliquant des fils plus fins*, pour conserver les jours nécessaires. La finesse diminuant la résistance des dents, la nécessité d'avoir toujours tous les organes en bon état et par conséquent des garnitures durables partout, déterminera la finesse extrême qui est pratiquement utilisable, selon la nature des fibres traitées, selon leur état d'enchevêtrement préalable, leur longueur, leur rudesse, leur flexibilité et leur finesse. Les conditions les plus difficiles se trouveront réunies si les fibres sont à la fois très fines et fortes et très enchevêtrées, comme par exemple dans les déchets de soie, et, dans ce cas, quelques sacrifices du côté de la durée des garnitures seront inévitables. Le nombre des dents maximum sera la conséquence de la finesse limite adoptée, et sera fixé tel, que les jours soient toujours suffisants et parfois intentionnellement accrus pour le bon fonctionnement de l'organe.

3° Cette limite extrême de finesse et de nombre ne doit raisonnablement être appliquée dans la carde qu'à certains organes qui la nécessitent et la justifient, et, pour tous les autres,

il y a lieu d'examiner et de déterminer attentivement, selon leur position et selon leur fonction, de combien il convient de rester au-dessous de cette limite, en tout envisageant comme nombre et comme proportion de jours, et aussi parfois comme résistance à des fatigues particulières.

En ce qui concerne la pente des crochets, des considérations générales selon les fibres traitées, et des considérations particulières selon la fonction de l'organe, s'imposeront de même. La pente est un élément important d'énergie, d'attraction et de retenue. On ne sera donc pas étonné si nous disons que d'une manière générale la pente varie selon les fibres traitées. Des fibres longues, rugueuses, frisées et assez enchevêtrées, comme les laines en général, exigent pour leurs garnitures de carde une pente bien plus accentuée que des fibres lisses, légèrement ondulées et moins enchevêtrées de coton.

La garniture de laine est donc rationnellement faite normale du pied, *croquée* au milieu de sa hauteur, et *crochée* sous un angle de près de 45°, et implantée solidement sur un cuir résistant et épais. Celle de coton est faite, au contraire, légèrement inclinée en arrière du pied, *croquée* au $\frac{1}{3}$ de sa hauteur, *crochée* sous un angle faible ramenant la pointe à l'aplomb du pied, et implantée sur un tissu plus mince, composé de parties rigides en dessous et élastiques en dessus. Mais de même on ne sera pas étonné non plus si nous disons que la pente peut utilement, pour une fibre déterminée, avoir à varier dans une certaine mesure selon l'organe de la carde qui nous occupe et selon sa fonction, et que c'est trop souvent à tort que l'on adopte une uniformité absolue sous ce rapport d'un organe à l'autre de la carde.

Si, après ces explications, nous considérons le grand tambour dans ses fonctions multiples, nous reconnaîtrons que, à son sujet, ni la pente ni le nombre de ses éléments ne doivent être relativement accrus, mais, au contraire, qu'une denture moins inclinée, plus claire et moins active que celle des receveurs auxquels il amène les fibres, lui convient. Possesseur d'une grande vitesse positive, ses fonctions de reprise sur les receveurs temporaires sont assurées par cela même, et ne réclament pas ni un excès de pente ni un excès de nombre qui seraient

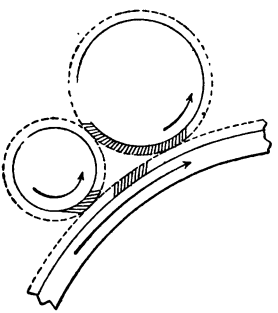
une entrave pour ses autres fonctions. Car il doit permettre à la force centrifuge d'exercer son influence pour maintenir superficiellement les fibres, que sa denture ne doit pas étrangler ou serrer. Il doit se laisser pénétrer par les ordures ou corpuscules étrangers, que la traction des fibres permet de refouler dans sa profondeur, en lui conservant sa netteté superficielle, ce qu'une denture serrée empêcherait encore. Enfin il doit pouvoir se dépouiller complètement sur le dernier receveur, sur le doffer, sans exercer sur lui de reprise sensible, ce qu'une infériorité bien franche comme pente et comme nombre peut seule assurer. Sans doute, ce dernier point qui est capital, est moins à considérer dans les cardes à laine dont le tambour reçoit l'action du volant avant de passer au contact du doffer. Il n'en est pas moins toujours important et essentiel en particulier pour les cardes à coton, car tout repose sur la netteté des pointes du grand tambour, et si ces pointes s'engorgent, le roulement de la matière fibreuse remplaçant le cardage désiré est inévitable. Aussi, concluons-nous ces considérations en recommandant une pente atténuée pour sa denture, et, quant au nombre de ses éléments, nous pensons convenable la proportion qui, pour un doffer en n° 28, ferait adopter un tambour en n° 24 éclairci, c'est-à-dire peuplé au compte habituel du n° 22.

Les hérissons-travailleurs et leurs intermédiaires.

Nous avons décrit la fonction de cardage réciproque qui s'opère entre un grand tambour en vitesse positive rapide et un receveur cylindrique à dents opposées et en vitesse négative relativement lente (que l'on appelle *travailleur*). Nous avons montré qu'il se fait à ce contact un partage de la matière, le tambour emportant les fibres les mieux divisées, le travailleur retenant la partie la plus enchevêtrée. Si, à l'arrière du travailleur, on place, en contact avec le travailleur et avec le tambour, un intermédiaire ayant sa denture, près du tambour, dirigée vers la direction de marche du tambour, si enfin on anime cet intermédiaire d'une vitesse positive moindre que

celle du tambour, *on forme un circuit fermé*, dont la fonction d'ensemble est facile à saisir, et des plus remarquables par son activité (voir *fig.* 4). En effet, le travailleur, chargé de la partie mal divisée, se fait dépouiller par l'intermédiaire, qui est ici preneur sans résistance, et qui de suite à son tour rend, sans résistance encore, au tambour ce qu'il a pris au travailleur. La partie la moins divisée est ainsi restituée au tambour, à l'arrière de la position de contact du travailleur, de telle sorte qu'elle est ramenée à ce même point de cardage

Fig. 4.



réciproque, pour répéter sur cette partie, mélangée à la matière fraîche qu'amène incessamment le tambour, un nouveau travail diviseur et séparateur. La matière est ainsi, en partie, *ramenée un grand nombre de fois au même point de cardage*, qu'elle ne peut franchir que petit à petit, en se divisant graduellement en fragments imperceptibles assez menus pour franchir l'obstacle et assez indépendants pour que l'attraction du tambour excède l'adhérence au travailleur. *Cette fonction en circuit et la forme cylindrique de dimension modérée qui favorise l'accrochage et la reprise par le tambour*, font du couple travailleur et intermédiaire l'organe receveur par excellence comme puissance de cardage diviseur. C'est l'organe essentiel des cardes à laine, à étoupes de lin, à déchets de soie, etc. Pour le coton, son emploi moins essentiel est fréquent, soit à titre complet, soit à titre partiel, plus souvent dans ces dernières conditions, car, si cet

organe est éminemment actif, il n'est en aucune manière épurateur, rendant tout ce qu'il reçoit. L'intermédiaire n'ayant qu'une fonction secondaire, nous ne nous y arrêterons pas.

Le travailleur, au contraire, mérite plus de détails. Ses dimensions varient selon celles des fibres traitées. De grandes fibres telles que les laines resteront plus longtemps soumises à l'attraction du tambour pendant *le détour* de l'organe et les dents en s'éloignant du tambour ne doivent pas sitôt perdre leur position opposante, un diamètre d'environ $0^{m},2$ et une vitesse négative de 12^{m} à 13^{m} par minute répondent dans ce cas au but et à la fonction de l'organe, qui exigera d'ailleurs une garniture en pente plus accentée que le tambour et un nombre d'éléments au moins égal. Le travailleur doit en effet retenir, carder et laisser carder, mais aussi laisser reprendre par le tambour, il ne doit retenir que la partie la moins divisée, sans se charger à l'excès, ni ramener trop vite et en trop grande quantité le produit dans le circuit fermé qui s'encombrerait. Une vitesse trop rapide et un trop grand diamètre favoriseraient ce défaut grave, car partout la couche fibreuse doit rester transparente et les crochets en pouvoir suffisant. Un trop petit diamètre, en rétrécissant le champ de contact, et une trop faible vitesse, en laissant ce contact s'obstruer, et en laissant trop reprendre au tambour, seraient également défavorables. En coton, un diamètre de 15^{cm} environ et une vitesse de 7^{m} à 8^{m} sont généralement observées. D'ailleurs, les travailleurs se succèdent le plus souvent en un certain nombre sur le parcours du tambour, il est parfaitement rationnel de graduer la finesse et le nombre ou le compte de leur garniture jusqu'à approcher de celle du doffer, quoique sans atteindre aux limites de ce dernier.

Un défaut fréquent dans la construction des cardes à travailleurs pour coton, consiste à placer un intermédiaire commun à deux travailleurs successifs et entre eux. Dans ce cas, pour le premier, le circuit n'est plus fermé, puisque la matière est rendue au tambour à l'avant au lieu de l'être à l'arrière, et le premier travailleur est ainsi privé de sa principale faculté, puisqu'il ne travaille qu'une fois. Pareille faute n'est jamais commise par les constructeurs pour laine, mieux avisés.

Rouleaux nettoyeurs sans intermédiaire.

Ces rouleaux portent souvent le nom de *chapeaux tournants*. Si, au lieu d'un *travailleur* accompagné de son intermédiaire, nous supposons un hérisson qui soit seul, sans intermédiaire, quoique constamment débarrassé, et si, en outre, nous ne lui donnons qu'une vitesse négative tellement lente qu'elle soit absolument insensible à l'œil, ce hérisson, comparativement à un *travailleur* ordinaire, va acquérir des propriétés particulières. En effet, amenant peu à peu avec une très grande lenteur, il est vrai, sa surface vide et de cette même forme cylindrique favorisant *l'entrée*, il participera dans une certaine mesure de la faculté accrochante du *travailleur*. Il accrochera donc; mais son extrême lenteur laissant au tambour un temps presque illimité pour tirailler les fibres qui s'y sont engagées, cette action du tambour s'exercera avec un plein effet sur celles des fibres qui lui laissent le plus de prise, c'est-à-dire sur les longues fibres. Le tambour dépouillera donc complètement la denture de ce receveur de toutes celles qui offrent quelque longueur saillante, ne laissant dans les interstices de cette denture qu'un duvet et des brins courts qui sont hors de son atteinte. Si, en outre, ce receveur a été muni d'une denture convenablement espacée, dans les interstices de laquelle puissent pénétrer aisément des corpuscules volumineux, tels que nœuds de fibres mortes, graines, feuillettes que la force centrifuge du tambour porte plus énergiquement à l'extérieur, et qui se logeront à demeure dans ce receveur, on conçoit qu'il formera un organe très faible comme cardage, mais très efficace comme nettoyage et classement. Les résidus dont il restera chargé ne devant pas retourner au tambour, chaque organe de ce genre devra être muni d'un peigne détacheur et d'une auge pour recueillir ces résidus floconneux formant une nappe assez épaisse. Une denture claire, fortement inclinée et fine, parfaitement dressée et mordante et à parfaite proximité du tambour, lui est nécessaire pour sa fonction efficace. Il est fréquemment employé pour

le coton et y rend d'utiles services, en particulier pour des variétés graineuses, telles que le sont le plus souvent les plus longues et les plus fines sortes. Toutefois, son action n'est efficace qu'au début de l'opération et sur les flocons encore enchevêtrés, qui fourniront aux nœuds encore volumineux un centre d'accrochage solide. Plus tard, quand l'opération diviseuse avancera et que ces agglomérations auront été réduites en menus fragments, son intervention n'aura plus d'effet. C'est dire que sa place tout indiquée est à l'arrière de la machine, immédiatement après le briseur. C'est donc à tort que l'on a tenté d'en faire un organe susceptible d'être répété exclusivement sur tout le trajet du tambour jusqu'au doffer, comme dans le type de carde dit *à chapeaux tournants*. Sa très faible faculté cardante, son efficacité épurative limitée à une action dégrossisseuse, aussi bien que sa complication encombrante à cause de son peigne détacheur et de son auge obligatoires, en font un organe accessoire d'application limitée. Un ou, au plus, deux organes semblables précédant des hérissons-travailleurs pour des matières communes, ou précédant des chapeaux plats pour des matières fines et soignées, constituent, au contraire, une combinaison parfaitement judicieuse en bien des cas. On a essayé bien des fois d'augmenter leur activité en augmentant leur vitesse. C'est une erreur. Leur fonction repose sur un quasi-stationnement, qui, s'il devient une vitesse sensible, les ramène à la fonction d'un travailleur et leur fait alors emporter et éliminer de la matière intégrale et non judicieusement classée.

Les chapeaux plats.

Le chapeau plat est encore un receveur à facultés limitées et spéciales, plutôt qu'un organe diviseur ou cardeur actif. Nous avons étudié plus haut la relation du tambour avec un receveur concave formant enveloppe concentrique au tambour. En pratique, cette enveloppe continue et concave n'est jamais réalisable, et les chapeaux plats constituent une enveloppe interrompue et presque toujours polygonale. Ils se présentent

d'ailleurs sous deux formes : les chapeaux fixes juxtaposés, et les chapeaux en chaîne sans fin mobile.

Les chapeaux fixes, toujours plans, qui ont été employés presque depuis l'origine de la filature mécanique du coton, ont chacun un réglage indépendant qui permet non seulement de les rapprocher concentriquement, mais encore de les déverser chacun suivant une légère pente d'*entrée*. Chaque élément polygonal de l'enveloppe a ainsi son contact minimum, non au milieu de sa surface, mais sur ses dernières rangées d'aiguilles. La largeur du chapeau, assez importante (60^{mm} à 70^{mm}), combinée à cette pente et aux intervalles vides qui séparent les garnitures des chapeaux successifs, permet ainsi dans une certaine mesure aux fibres du tambour et surtout aux corpuscules plus denses de jouer en se redressant quelque peu à la sortie d'un chapeau, soit par leur élasticité propre, soit par un effet de force centrifuge. Ces fibres rencontrent en outre, en entrant sous le chapeau suivant, un peu de cette obliquité qui est nécessaire dans la surface d'un receveur ; on réussit mieux ainsi à permettre l'accrochage des boutons par une sorte de projection. Avec cette largeur de chapeau, les éléments polygonaux sont d'ailleurs peu nombreux (20 à 24 au maximum), et il est bien évident que cette pente de réglage elle-même diminue, pour chaque élément, la surface en réelle proximité de contact et, par conséquent, l'énergie de la machine entière. On obtient ainsi une meilleure faculté éliminatrice des ordures et boutons pour chaque élément, au prix d'une moindre faculté diviseuse, et d'une productivité moindre de la carde par conséquent. L'indépendance des chapeaux successifs et leur fixité, chacun à son rang, permet en outre de graduer leurs garnitures respectives en nombre et en finesse, de telle sorte que les premiers se laissent mieux pénétrer par les ordures volumineuses, et que les derniers puissent retenir efficacement des nœuds ou boutons très déliés. Cette méthode, des premiers chapeaux très clairs et des suivants graduellement plus peuplés, favorise également l'épuration au détriment de la division, cela se comprend.

La *très faible faculté cardante* de tout chapeau plat, comme de tout chapeau tournant, réside dans ce fait qu'une fibre *ne*

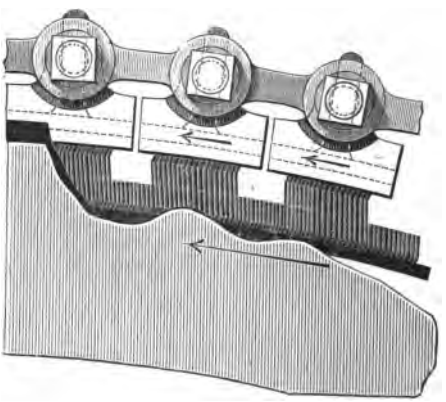
peut le rencontrer qu'une fois. Le travailleur seul, animé de sa vitesse négative suffisante pour que le tambour ne lui reprenne pas tout ce qu'il lui a accroché, aidé par son intermédiaire qui remêle sur le tambour la partie accrochée en la rendant au tambour à l'arrière pour être ramenée à la ligne du contact actif, le travailleur seul renouvelle et répète son action un grand nombre de fois sur un même groupe de fibres non divisées. A ce caractère particulier que possède tout chapeau cylindrique ou plat, comme receveur cardeur, s'en ajoute un second qui résulte de sa fixité absolue ou relative. Son contact n'est qu'un lieu d'échange. Une fibre ne peut pas s'être accrochée à une dent de ce receveur sans que, arrêtée comme la dent elle-même qui la tient, elle ne subisse indéfiniment l'attraction du tambour et ne doive un peu plus tôt ou un peu plus tard être reprise par lui. Emportée de nouveau, elle restitue à la dent qu'elle quitte la faculté d'accrocher une nouvelle fibre circulant sur le tambour. Enfin tout chapeau plat ou même concave possède un troisième caractère distinctif, qui consiste en ce que n'ayant pas d'*entrée* pour son contact ou n'en ayant que fort peu, il n'accroche les fibres réelles que par une friction ou par un lissage superficiel. Le premier de ces trois caractères, l'action unique non répétée, est évident par lui-même. Le second, la fonction faible d'échange, se démontre aisément en plaçant sur une carde en marche un chapeau plat fraîchement débourré. Plusieurs minutes de contact suffisent à peine pour que, relevant le chapeau, celui-ci commence à présenter quelques traces de matière fibreuse absorbée par sa denture. Ce n'est que très à la longue qu'il se fixera au chapeau, outre les boutons qui s'incrustent plus solidement, les fibres courtes sur lesquelles le tambour a moins d'action de reprise et des fibres longues qui, dans le cas du chapeau plat, subsisteront en partie liées aux boutons et aux courtes, parce qu'il n'y a pas pour le chapeau plat comme pour le chapeau cylindrique *le détour* qui, modifiant la direction opposante des dents, facilite la reprise intégrale des fibres longues. Enfin, le troisième caractère propre au chapeau plat, celui de son action cardante par friction ou lissage qui seule se produit, faute d'*entrée* sérieuse, se démontre à son tour aisément à la mise en marche

d'une carde à chapeaux fraîchement débourrée. Au moment de cette mise en marche, la carde est quelque temps sans rien débiter à sa sortie sur le doffer, bien que l'alimentation fonctionne. La matière est obligée de s'accumuler en certaine quantité dans le tambour avant que le doffer puisse rien recevoir, parce que la friction exercée par les chapeaux, qui forment barres l'un derrière l'autre, couche les fibres sur le tambour, les force à pénétrer ces interstices et, en les lissant ainsi, les y loge avec assez d'énergie pour les y fixer. Malgré l'espace réservé entre le dernier chapeau et le doffer, espace pendant la traversée duquel le force centrifuge du tambour aurait le temps de relever les fibres moins solidement engagées, elles y restent et n'atteignent pas le doffer. Ce n'est que lorsque, dans la denture du tambour, il se sera formé une sorte de voile feutré et suffisamment élastique pour aider au refluement des fibres nouvelles amenées, que celles-ci commenceront à émerger après les derniers chapeaux et pourront s'accrocher au doffer et que le fonctionnement régulier commencera et se continuera. La garniture des chapeaux plats fixes exigera d'autant plus de pente qu'on veut leur donner plus d'entrée, que ces chapeaux sont en plus petit nombre, et que la méthode des chapeaux clairs au début et seulement peu à peu plus fournis, appauvrit l'ensemble de l'enveloppe cardante.

Organe faible, plus épurateur que diviseur, le chapeau plat, fixe ou relativement fixe, est, *en nombre suffisant*, l'obstacle cardeur par excellence pour le coton. Les plus étroits, et par conséquent les plus nombreux pour un espace déterminé, sont les meilleurs. Leurs intervalles vides sont utiles et facilitent le régime d'échange continu pour les fibres réelles et de fixation relativement définitive pour les brins courts et les ordures, dont ils sont le siège. Leur mise sous forme de chaîne sans fin à mouvement très lent (voir *fig.* 5) et les ingénieuses dispositions de réglage en commun, par dilatation et contraction concentrique au tambour, que l'on a imaginées, en permettant d'en doubler le nombre avec une aisance et une sécurité incomparables, ont été un progrès considérable. L'emploi d'une *pente d'entrée* fixe et d'une garniture uniforme pour tous les chapeaux, qui était la conséquence de cette disposi-

tion, constitue un léger sacrifice, que les avantages bien plus importants qui l'accompagnent permettent d'accepter sans réserve. En ce qui concerne la pente d'entrée des chapeaux, l'emploi obligatoire d'une garniture uniformément fine et serrée, en obligeant à ne plus compter sur une introduction spontanée des ordures par voie de projection dans les chapeaux, permet même logiquement la suppression complète de cette

Fig. 5.



pente d'entrée. Le chapeau étant réduit strictement, par sa finesse et sa densité, à son action par friction et pression, il devient logique pour cette action, d'une part, de lui appliquer une denture plus droite et moins pénétrante, d'autre part, de l'aiguiser concave et concentrique au tambour, de manière qu'il en épouse la forme et que l'action attendue ait son plein effet. La chaîne des chapeaux, à laquelle on donne un mouvement de translation négative d'environ 2^m par heure, et qui porte jusqu'à 45 chapeaux en pleine activité, forme ainsi à l'introduction une entrée cylindrique en mouvement encore sensible et suffisant pour assurer un premier accrochage qui, dès l'origine, provoquera pour toute la durée du trajet le régime d'échange désiré. On donne parfois à la chaîne le mouvement inverse, c'est-à-dire le même mouvement lent en sens positif, avec des dispositions convenables pour assurer le débourrage

des chapeaux malgré ce sens positif. Cette disposition élimine, dans une certaine mesure, en les empêchant de s'introduire dans la machine, des flocons particulièrement volumineux, et peut avoir un intérêt relatif pour des variétés ou des provenances graineuses, dont les corps nuisibles peuvent avantageusement ne pas être laissés soumis à une action de morcellement inutile. Il en résultera toutefois forcément une élimination totale plus riche en bonnes fibres. D'autre part, le chapeau, organe faible, ayant peu d'action sur une matière déjà affinée, et entrant ainsi du côté de la fin de l'opération, restera un certain temps inactif avant de se charger quelque peu et de pouvoir commencer sa fonction comme organe d'échange continu, et les grandes fibres seront encore par là moins dépouillées. Enfin il y a suppression complète d'*entrée* pour l'ensemble de l'enveloppe concave et affaiblissement de ses facultés.

Le doffer.

Le doffer est le dernier organe de cardage réciproque avec le tambour, et est le receveur définitif qui doit dépouiller ce tambour. Ce que nous avons dit avec détails au sujet du travailleur fait facilement deviner quelles seront les conditions qui assureront le bon fonctionnement du doffer.

Comme organe cardeur et receveur, sa vitesse est naturellement négative, et puisqu'il doit, non plus comme le travailleur, ne retenir qu'une partie dans le partage qui tend à se faire à son contact, mais faire réaliser, s'il est possible, ce partage intégralement à son profit, nous n'avons qu'à nous reporter aux quatre lois (*l*) que nous avons formulées au sujet de ce partage de la matière entre le tambour ameneur et un receveur cylindrique. Nous en déduirons facilement les conditions suivantes pour le doffer.

1° Le doffer devra fuir devant le tambour aussi rapidement que possible, et ne pas laisser au tambour le temps de tirailler d'une manière prolongée les fibres qu'il emporte, d'altérer la solidité avec laquelle elles se sont fixées à lui, et par conséquent d'exercer une reprise partielle plus ou moins impor-

tante. La vitesse convenable et favorable pour le doffer n'est donc pas de 6^m, 8^m, 10^m par minute, comme celle d'un travailleur, mais bien supérieure. Il doit renouveler avec rapidité les surfaces vides qu'il présente, ne laisser l'état de vacuité de ces surfaces (dans laquelle réside leur énergie de retenue) ne s'altérer que de peu, en emmenant rapidement une couche aussi mince que possible. Deux considérations viennent seules limiter cette vitesse du doffer. D'une part, c'est la nécessité d'obtenir à la sortie un voile ayant la cohésion nécessaire pour suivre régulièrement. D'autre part, c'est la possibilité de faire fonctionner en concordance avec cette vitesse, soit le peigne détacheur, soit des organes spéciaux, quand il s'en trouve, tels que : appareils diviseurs, frotteurs, etc., etc. Naturellement, cette condition de la vitesse du doffer ne saurait avoir la même importance quand il s'agit de cardes à laine, à déchets de soie, etc., dont les tambours nécessitent de toutes manières la présence et l'action du volant, dont nous parlerons tout à l'heure. Mais, sans volant, comme en coton, par exemple, cette condition est souvent insuffisamment observée. Ce n'est pas un des moindres progrès qui aient été réalisés dans les cardes, que celui qui a amené la perfection du peigne détacheur à pouvoir battre silencieusement 2000 coups par minute. Et ce n'est pas cette perfection en elle-même qui est un objet d'intérêt important, mais bien sa conséquence. Car chaque coup de peigne détacheur permettant de détacher 15^{mm} de voile, c'est la faculté de faire marcher le doffer à 30^m par minute qui en résulte, et c'est, par suite, la faculté de dépouiller le tambour à production égale infiniment mieux qu'à une vitesse de 15^m, ou aussi bien à une production double.

2° Le doffer devra être d'aussi grand diamètre que possible, afin que, même arrivées, après le contact, à cette position de l'écartement où le tambour cesse de pouvoir exercer son attraction, les dents du doffer aient encore conservé suffisamment de leur direction opposante. Cette condition préservera encore d'une tendance de reprise du tambour. Ce diamètre a pour limites, d'une part, le service et l'exécution pratique de la machine, d'autre part, la condition de conserver

aux fibres *une entrée* suffisante sur le doffer, entrée indispensable à l'accrochage à la ligne de contact. On a adopté dans ces vues, pour le doffer, un diamètre d'environ moitié de celui du tambour, soit d'approximativement 60^{cm}, diamètre qui satisfait à toutes ces conditions. On place en outre habituellement le doffer ou sa ligne de contact un peu au-dessous de l'horizontale passant par le centre du tambour, position où la pesanteur (minime, mais encore sensible en raison de la vitesse) favorise mieux l'accrochage des fibres.

3° Le doffer, pour sa fonction, aura ses crochets en pente plus accentuée que ceux du tambour, afin que de ce chef encore il ait sur ce dernier la supériorité comme énergie de retenue.

4° Enfin, en ce qui concerne le nombre et la finesse de sa denture, toutes les considérations se réunissent pour que, à ce sujet encore, il soit muni d'une supériorité marquée. Ayant à recevoir de la matière terminée qui ne l'expose qu'à peu de dégâts, ayant à parachever le cardage presque complet effectué, son grand diamètre développant favorablement sa portée de contact pour la dernière fonction de cardage réciproque qu'il va réaliser, on achèvera de développer ses facultés à ce sujet, aussi bien que ses facultés d'absorption complète, en portant pour lui au maximum, parmi tous les autres organes de la machine, le nombre et la finesse de ses dents.

Le volant.

La pente bien plus inclinée qu'il faut employer pour la denture d'une carde pour laine ou pour déchets de soie, les efforts de tension que les fibres éprouvent et qui les font pénétrer plus profondément dans le tambour, leur rugosité qui les y fait adhérer plus énergiquement, empêchent de pouvoir réaliser pour de telles fibres l'absorption intégrale par le doffer de la couche fibreuse du tambour. Celui-ci serait, en quelques minutes de marche, complètement engorgé et hors d'état de fonctionnement, si l'on ne recourait pas à une action supplémentaire préparant les fibres à leur accrochage sur le

doffer. Dans ce but, entre le dernier travailleur et le doffer, on place et l'on fait fonctionner le volant. D'un diamètre de 30^{cm} environ, muni de fines longues aiguilles modérément inclinées, bien fournies et fort souples par leur longueur même, le volant est animé d'une vitesse négative excédant de 30 à 35 pour 100 celle de sens positif du tambour, et a sa pente d'aiguilles dirigée comme un receveur, c'est-à-dire opposée aux crochets du tambour sur lesquels il gagne en vitesse. Dans ces conditions, contrairement à ce qui a lieu pour tous les autres organes, on peut le mettre non seulement en contact réel, mais même en pénétration dans le tambour sur 2^{mm} ou 3^{mm} de profondeur. Sa vitesse considérable de près de 500^{m} par minute, la force centrifuge que son diamètre réduit développe à cette vitesse, le sens et la souplesse extrême de ses aiguilles qui font ressort après avoir touché et frotté le tambour, l'empêchent de rien emporter. Par contre, il aura néanmoins, par le frottement de ses aiguilles sur les crochets inclinés du tambour, attiré à la surface et même extrait hors de ces crochets toutes les fibres qui y étaient logées. Ces fibres, flottant alors au-dessus du tambour, auquel elles ne tiennent pour ainsi dire plus, seront dans les conditions désirables pour s'accrocher intégralement sur la paroi cylindrique qui forme l'entrée du doffer, dont le fonctionnement comme receveur définitif et intégral sera assuré.

Le volant, cela se comprend, doit excéder notablement le tambour comme nombre d'éléments ; en nombre et en finesse, il doit égaler au moins le doffer; ses aiguilles ont jusqu'à 30^{mm} de longueur, et leur souplesse est à proportionner à la finesse des fibres. Le volant ne doit d'ailleurs jamais travailler trop profondément dans le tambour et tendre à en extraire la bourre proprement dite. Sa vitesse effective doit être parfaitement assurée.

Les débourreurs par contact.

Le volant ci-dessus décrit s'emploie aussi parfois pour le coton. On lui applique généralement alors une denture très

peu inclinée et moins longue que pour la laine, et on le fait travailler plus légèrement et par simple frôlement, pour éviter d'attirer à la surface les ordures qui se sont incrustées dans le tambour et que l'on préfère retirer de temps en temps par voie de débourrage normal pour les rejeter. C'est pour éviter complètement tout entraînement de la bourre que l'on emploie en coton le plus souvent, et en particulier dans les cardes à hérissons, les débourreurs par contact, c'est-à-dire agissant par proximité extrême, à la manière habituelle. Ces débourreurs ne se placent pas comme le volant avant le doffer, mais après le doffer, et alors, pour des motifs que l'on va comprendre, juste avant le briseur et en dessous de ce briseur. Le débourreur est alors muni de dents inclinées ordinaires dirigées vers le sens de marche du tambour et animé d'une vitesse positive puissante excédant encore de 30 à 40 pour 100 celle du tambour. Il fonctionne donc, par rapport au tambour, comme *preneur* sans résistance. Il retire de sa surface toutes les fibres qui, l'ayant pénétré un peu trop profondément, n'ont pu atteindre le doffer et tendraient peu à peu à engorger le tambour. Le danger est ici qu'à son tour ce débourreur ne s'engorge lui-même, ce qui, au premier abord, paraît inévitable. Aussi avait-on imaginé, dans cette crainte, de donner au débourreur une vitesse variant de minute en minute, par exemple, et passant alternativement d'une valeur de 1,33 à une valeur de 0,75 par rapport à celle du tambour. Dans ces conditions, après avoir débourré le tambour pendant une minute, le débourreur était à son tour débourré par le tambour pendant la minute suivante. Les fibres primitivement engagées *profondément* dans le tambour lui étaient rendues *superficiellement*, ce qui était au fond le résultat désiré. L'expérience a montré que cette variation alternative n'était pas sans inconvénients par les inégalités qu'elle amenait, et était inutile en raison de la faculté particulière de projection que possède un débourreur ou un organe positif n'ayant qu'environ 25^{cm} de diamètre, fonctionnant à une vitesse circonférentielle de 700^{m} à 800^{m} par minute et développant ainsi une force centrifuge très prononcée. Cette intervention de la force centrifuge permet en réalité ici de mettre, contrairement aux lois naturelles

d'échange entre cylindres crochus, le débourreur à grande vitesse constante en relation simultanée avec le tambour et le briseur. Le débourreur débarrasse le tambour, mais emporte ses fibres si peu adhérentes qu'elles sont bien plutôt soumises à un état de ventilation et projetées sur le briseur, puis emportées par lui vers le tambour, sans que la rencontre du briseur et du débourreur, tous deux positifs, produise aucun engorgement de l'un ou de l'autre. Quand le briseur est très grossier de denture, on interpose souvent entre le débourreur et le briseur un intermédiaire, positif aussi, à vitesse moyenne et rendant au tambour. C'est alors sur cet intermédiaire que le débourreur opère ce cardage par projection des fibres dont il a débarrassé le tambour.

Forme des dents de carde.

On utilise, pour les garnitures de cardes, du fil d'acier de section cylindrique, triangulaire et méplate.

Le fil cylindrique, s'il est fin, fournit par l'aiguisage une pointe assez satisfaisante. Cette pointe est d'ailleurs d'autant plus effilée que la dent est inclinée, puisque l'aiguisage y forme alors une section d'autant plus oblique. Le fil cylindrique convient donc, en général, aux garnitures fines et d'autant plus qu'elles ont plus de pente.

Pour des garnitures plus grosses, on utilise avec avantage le fil triangulaire, en le plaçant croché sur un de ses angles et non sur un de ses pans. La pointe est alors naturellement plus effilée et plus vive que pour un fil cylindrique. Mais si le fil atteint une grande finesse, on conçoit qu'il soit difficile de compter sur une exactitude de position du fil (angle en avant) jusqu'au sommet de la dent, et si cette exactitude n'existe pas, le fil triangulaire se présentant par un pan est bien inférieur, en réalité, à un fil cylindrique. La convenance du fil triangulaire est, par suite, plus spéciale pour des garnitures de gros numéros ou de faible titre. On conçoit d'ailleurs que si, dans l'exécution d'une garniture en fil triangulaire, on a fait la section du fil au sommet de la dent, non suivant une parallèle au

tissu de base, mais suivant un plan très incliné par rapport au fil, on obtienne une pointe des plus effilées et des plus mordantes. La *pointe à diamant* ainsi réalisée n'est pas susceptible d'aiguisage, puisque celui-ci rétablit la section parallèle au tissu de base. Ce genre ne convient, par suite, que pour des cas spéciaux, ne nécessitant pas une rigoureuse précision de réglage.

Le fil méplat présente un intérêt évident, à la condition d'être croché de champ, ce qui offre, si le fil est fin, la même difficulté que dans le cas du fil triangulaire et fournit en outre une moins bonne assise sous le tissu et expose ce dernier à se cisailler. Aussi était-il fort intéressant de pouvoir pallier à ces défauts, et l'on a imaginé des procédés extrêmement ingénieux qui affûtent les dents d'une garniture, même la plus fine, faite en fil rond. Cet affûtage latéral se faisant après terminaison de la garniture, transforme en fil méplat la partie du crochet seule, laissant au pied et à la base toutes les propriétés du fil rond et assurant rigoureusement la direction voulue pour le champ du crochet. Une telle opération, réalisée à la perfection sur des garnitures qui comprennent plus de 100 dents simples par centimètre carré, paraît un rêve chimérique et est cependant effectuée rapidement par un outil et un appareil dont la précision égale la simplicité.

NOTICE NÉCROLOGIQUE

SUR

GUSTAVE-ADOLPHE HIRN,

Par M. J. HIRSCH [1].

Gustave-Adolphe Hirn est né au Logelbach (Haut-Rhin), le 21 août 1815; il est mort le 14 janvier 1890.

Lorsqu'on se reporte aux débuts de Hirn et qu'on les compare à la grandeur du rôle qu'il a joué dans la Science, on ne peut s'empêcher d'admirer la puissance et la fécondité de ses facultés. Hirn s'est formé lui-même et de toutes pièces : l'instruction scientifique première lui fit à peu près complètement défaut. Il eut à apprendre, seul et sans maître, les éléments des sciences; cette lacune de son éducation fut longtemps pour lui la cause de graves embarras.

Il débuta comme petit chimiste dans l'établissement de filature, tissage et teinture, installé au Logelbach sous la raison sociale Haussmann, Jordan et Hirn, et à la tête duquel se trouvait le grand-père du futur savant. Hirn conserva ces fonctions jusqu'en 1842. A cette époque, l'établissement fut transformé, la partie teinture fut supprimée, ainsi que le laboratoire de Chimie, et Hirn passa au département des machines,

---

[1] Je me suis beaucoup aidé, dans cette étude, des remarquables Notices biographiques écrites par deux ingénieurs éminents, élèves, collaborateurs et amis de Hirn : MM. Grossetête et Dwelshauvers-Dery, et de la Note présentée à l'Académie des Sciences par M. Mascart.

dont il eut la direction; il avait alors vingt-sept ans. Tels furent ses débuts dans la Mécanique.

Il devint plus tard, en société avec son frère Ferdinand, propriétaire de l'établissement, et continua à se consacrer plus spécialement à la direction des machines, jusqu'en 1880. A cette époque, la mort de Ferdinand entraîna la dissolution de la Société; en 1881, Hirn se retira à Colmar, où il résida jusqu'à sa mort, entouré d'un cercle d'amis restreint et choisi, se consacrant à ses études et au culte des arts, pour lesquels il possédait une remarquable aptitude.

A dater du jour où il prit pied dans la Mécanique, les travaux de Hirn ont suivi une direction absolument conséquente et logique, qui, d'étape en étape, s'est poursuivie, sans déviation ni défaillance, dans le cours tout entier de sa carrière scientifique. Je vais essayer d'écrire les traits principaux de cette œuvre de haute science et de persévérance infatigable.

Dans les ateliers de filature, le travail mécanique absorbé par les opérations essentielles, l'étirage et la torsion du fil, est en réalité fort peu important; la presque totalité de la puissance fournie par les machines motrices est dépensée à surmonter les frottements qui se produisent entre les organes en mouvement, organes excessivement nombreux et animés de vitesses très considérables. L'étude du frottement et des matières lubrifiantes devait nécessairement être le point de départ de toute amélioration dans le mécanisme des usines du Logelbach. C'est ainsi que Hirn fut amené, par l'inflexible logique de son esprit, à consacrer ses premières recherches à cette question primordiale. Dès 1845, il était en possession de données précises sur les lois du frottement médiat ou immédiat et sur les moyens d'atténuer, dans une large mesure, les résistances passives. Les lois qu'il avait découvertes, les procédés qu'il recommandait étaient, sur plus d'un point, en contradiction formelle avec les opinions acceptées à cette époque; c'était la négation des lois alors classiques du frottement, c'était la substitution, que repoussaient tous les praticiens, des lubrifiants minéraux aux graisses organiques. Ces innovations audacieuses, dont l'avenir s'est chargé de démontrer la

profonde valeur, ne rencontrèrent qu'incrédulité; il fallut près de dix ans, avec l'appui de l'illustre Combes, pour que le Mémoire de Hirn sur le frottement fût enfin admis aux honneurs de la publicité.

Dans le cours de ses études sur le frottement, Hirn n'avait pas manqué de remarquer l'échauffement qui se produit entre les corps frottants; il s'assura que la quantité de chaleur ainsi dégagée est en relation étroite avec la quantité de travail absorbée par le frottement. C'était le résultat auquel était parvenu, bien avant lui, le comte Rumford; c'était également le phénomène simple qui avait servi de point de départ à la théorie, alors récente, de l'équivalence entre la chaleur et le travail mécanique. Un hasard heureux, de ces hasards qui n'arrivent qu'aux hommes de génie, mit sous les yeux de Hirn un article de journal, dans lequel les théories nouvelles étaient sommairement résumées; le voile se déchira, la lumière se fit dans son esprit, et, avec l'ardeur qu'il n'a jamais cessé d'apporter à la poursuite de la vérité, il se lança résolument dans la voie et se plongea dans l'étude des Ouvrages, déjà nombreux, relatifs à la Thermodynamique.

Un point restait obscur, et il était fondamental; on avait bien constaté que, lorsque le frottement absorbe du travail, il se dégage une quantité de chaleur équivalente; mais la proposition inverse n'avait pas été démontrée; on n'avait jamais pu révéler, dans le jeu d'une machine thermique, la disparition d'une partie de la chaleur. Cette lacune était grave, la théorie manquait de base et de certitude; il y avait encore matière à doute, et à doute sérieux.

Il arrive trop souvent, de nos jours, que des doctrines soi-disant scientifiques reposent en réalité sur des bases précaires; trop souvent des calculateurs audacieux, s'appuyant sur des hypothèses plus ou moins séduisantes, se sont laissés aller à des développements mathématiques étendus; les bibliothèques et les esprits se trouvent ainsi encombrés de documents faux, ou tout au moins suspects, qui jettent le doute et l'obscurité là où la certitude seule devrait régner en maîtresse absolue. L'histoire de la Thermodynamique est malheureusement riche en pareils exemples. Rien ne saurait être plus funeste au pro-

grès de nos connaissances; rien n'est plus propre à en entraver la marche.

Hirn refit, pour son propre compte et par des procédés à lui, les expériences permettant de déterminer le coefficient d'équivalence. Mais ce n'était que la moitié de la solution, et Hirn n'était pas homme à se contenter d'une demi-certitude; il voulut voir clair; l'expérience seule pouvait l'éclairer; il résolut de la faire, et de la faire sur une échelle suffisamment grande pour ne plus laisser prise à aucune contestation. A cet effet, il choisit, comme champ de ses recherches, de puissantes machines à vapeur industrielles, les machines mêmes qui mettent en mouvement l'usine du Logelbach, et il les soumet à une série d'épreuves spéciales et d'un genre tout nouveau; ces épreuves sont combinées de manière à permettre de doser exactement la chaleur et le travail; s'il y avait réellement équivalence entre ces deux ordres de grandeur, les dosages devaient nécessairement mettre le fait en évidence.

Arrêtons-nous un moment sur ces expériences décisives.

Une machine à vapeur en mouvement est le siège de trois phénomènes essentiels : un phénomène dynamique, la production du travail; deux phénomènes thermiques : d'une part, la machine reçoit de la chaleur sous forme de vapeur provenant de la chaudière; d'autre part, elle envoie, également sous forme de vapeur, de la chaleur au condenseur.

Si le principe de l'équivalence est exact, pour chaque quantité de travail développé sur le piston, une quantité de chaleur correspondante devra disparaître; c'est-à-dire qu'entre la chaleur reçue par la machine et celle qui est envoyée au condenseur, il doit y avoir un écart, un déchet, correspondant à la quantité de travail mécanique développé sur le piston. C'est ce déchet, cette disparition de chaleur qu'il s'agissait de constater d'abord et ensuite, si possible, de mesurer.

Hirn imagina un système complet de jaugeages pour déterminer les trois quantités essentielles : travail, chaleur reçue, chaleur envoyée au condenseur, et, de plus, les données accessoires indispensables au calcul des corrections nombreuses et délicates que comportent de pareilles expériences. Il établit la comptabilité thermique des phénomènes et les mé-

thodes de calcul réglant, par doit et avoir, ce que la machine recevait et rendait en chaleur.

C'était la première fois qu'on essayait de soumettre à des expériences de laboratoire des moteurs développant des centaines de chevaux de puissance, d'y appliquer la balance et le thermomètre de précision; tout était à faire à neuf, aussi bien les appareils que les méthodes d'observation et de calcul; et, pour comble, ces expériences grandioses se poursuivaient dans un coin retiré des Vosges, dans le petit bourg du Logelbach, où tout faisait défaut, aussi bien les instruments que les observateurs.

L'entreprise était audacieuse et hérissée de difficultés. Aussi les premiers résultats ne furent pas ceux que l'on était en droit de prévoir. Dans la plupart des expériences, le déchet de chaleur se manifestait, mais d'une manière irrégulière; parfois même la production du travail était accompagnée d'un gain de chaleur. Aujourd'hui, mieux informés, nous nous rendons facilement compte de cet échec : dans les expériences en question, la chaleur qui a disparu se calcule par différence; on mesure, d'une part, la chaleur qui arrive à la machine, d'autre part, la chaleur qui en sort; c'est la différence entre ces deux quantités qui représente la chaleur disparue sous forme de travail. Mais, dans nos meilleures machines à vapeur, le rendement thermique est toujours faible, c'est-à-dire que la chaleur transformée en travail n'est qu'une fraction assez petite de celle qui est délivrée par la chaudière; la différence dont il s'agit se trouve donc facilement noyée dans les erreurs inévitables de ces observations difficiles. D'un autre côté, quelques incorrections dans l'interprétation des chiffres avaient encore ajouté à l'incertitude des résultats.

Hirn se sentit profondément ébranlé. Il fut un moment sur le point de révoquer en doute la généralité de cette grande loi de la conservation de l'énergie et de la subordonner aux conditions accessoires des phénomènes. Une circonstance heureuse le ramena dans le chemin de la vérité.

Sous l'inspiration de l'illustre Clausius, la Société de Physique de Berlin venait d'ouvrir un concours sur cette question, si grave et alors si contestée, de l'équivalence entre le travail

mécanique et la chaleur. Hirn prit part au concours. Dans le Mémoire qu'il envoya, il relatait ses expériences, les résultats qu'elles avaient donnés, et les conclusions négatives auxquelles elles l'avaient amené. Clausius fut chargé de faire le rapport sur le concours, et ce rapport est un chef-d'œuvre de saine science et de haute impartialité. Il discute les expériences de Hirn, il met en relief les points sur lesquels elles sont insuffisantes ou inexactes, les incorrections des calculs; il montre que les résultats bien interprétés n'entament nullement le principe de l'équivalence; puis, rendant plein hommage aux qualités éminentes du jeune auteur, à sa profonde science et à la vaillance de ses recherches, il propose de lui accorder une des récompenses de la Société. Ces conclusions furent adoptées. De ce tournoi mémorable, un honneur égal rejaillit sur les deux adversaires.

Nullement découragé, Hirn se remit avec ardeur à l'ouvrage; il étudia les objections soulevées par Clausius, refondit ses calculs, améliora ses méthodes d'expérience, imagina des appareils nouveaux et plus précis. Ce fut un travail de plus de dix années avant d'amener enfin ces expériences calorimétriques sur les machines à vapeur à un degré d'exactitude et de certitude qui pût inspirer toute confiance. Disons-le tout de suite : c'est là une des grandes œuvres de Hirn; cette méthode d'expérimentation, qu'il a fondée au prix de tant d'efforts, devint immédiatement classique; elle est aujourd'hui appliquée dans tous les pays, par tous ceux que préoccupe la grande question du fonctionnement des moteurs thermiques; elle a permis enfin de voir un peu clair dans les phénomènes, si longtemps obscurs, dont ces machines sont le siège.

Arrivée à ce point, l'expérimentation mit hors de doute le fait essentiel à éclaircir, à savoir : la disparition d'une certaine quantité de chaleur, proportionnelle à la quantité de travail développé; le principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail recevait une consécration nouvelle et définitive.

En outre de cette vérification capitale du premier principe de la Thermodynamique, Hirn s'était attaché à obtenir les valeurs exactes et correctes du coefficient d'équivalence entre la chaleur et le travail; il varia les expériences de Joule, de

Regnault, etc., les mit sous d'autres formes et en imagina de nouvelles. Il s'attacha à étudier les phénomènes essentiels qui découlent des lois mécaniques de la chaleur; ce fut lui qui, le premier, par un dispositif aussi simple qu'ingénieux, sut montrer expérimentalement que la vapeur d'eau saturée se condense par la détente rapide. Cette constatation était d'une haute importance, en ce qu'elle apportait la vérification matérielle et tangible de calculs restés jusqu'alors purement théoriques, et donnait une assise plus solide aux principes de la science de la chaleur.

La machine à vapeur, cet engin merveilleux qui a transformé de fond en comble la civilisation moderne, est restée pendant longtemps enveloppée d'une sorte de mystère, même pour ceux qui la pratiquaient tous les jours. Comment se comporte la vapeur dans le cylindre d'une machine? Quel est le rôle de l'enveloppe? Que croire de la vapeur surchauffée, de l'expansion double ou multiple? Aujourd'hui même, ces questions si graves sont bien loin d'être élucidées. Mais on doit du moins à Hirn d'y avoir jeté une large lumière, et surtout d'avoir montré d'une manière incontestable que la méthode expérimentale est la seule qui permette de creuser ces sortes de problèmes. A de vagues théories il a substitué le chiffre expérimental; il a pesé et mesuré les phénomènes; et, à ce point de vue, il a rendu à la science des machines thermiques le même service que Lavoisier à la science chimique.

D'autres avant lui, Pâris, Combes, Laurens, avaient eu des aperçus exacts et avaient été conduits à admettre que la vapeur, en entrant dans le cylindre, change d'état, qu'elle se condense plus ou moins abondamment; mais ces vues restaient vagues et contestées. Il appartenait à Hirn de jauger cette condensation, d'en faire connaître l'importance et de définir les circonstances qui l'atténuent ou la favorisent. Poursuivant son étude sur le mode d'être de la vapeur, il montre le jeu des condensations et revaporisations successives qui se produisent pendant une révolution de la machine; il étudie et définit l'influence de l'enveloppe de vapeur, dont les avantages économiques étaient alors vivement contestés.

La vapeur surchauffée avait souvent été proposée comme

fluide moteur, et toujours abandonnée; Hirn montre les conditions à satisfaire pour que l'emploi de ce fluide devienne avantageux et même possible; il fait plus, et, toujours fidèle aux principes scientifiques qui avaient marqué ses débuts dans la carrière, il appuie ses déductions de la consécration expérimentale : il établit une machine à vapeur surchauffée, qui n'a pas cessé de fonctionner pendant plus de trente années, et toujours de la manière la plus satisfaisante au point de vue économique.

Toutes ces recherches, et bien d'autres encore qu'il serait impossible d'énumérer, sont résumées et condensées dans un Ouvrage magistral : *l'Exposition analytique et expérimentale de la Théorie mécanique de la chaleur.*

Cet Ouvrage eut trois éditions successives, en 1862, en 1865 et en 1876. D'une édition à l'autre, on voit la pensée et les convictions de l'auteur s'affirmer, se développer, parfois même se modifier, car Hirn avait toujours l'esprit ouvert à la vérité, et son ardeur de découvrir n'avait d'égale que sa parfaite sincérité scientifique.

Ce fut à l'occasion des expériences sur la machine à vapeur que s'éleva une lutte retentissante entre Hirn et un savant éminent, le professeur Zeuner. Dans un Ouvrage, remarquable à plus d'un titre, sur les principes et les applications de la Thermodynamique, Zeuner avait essayé d'établir le calcul du jeu des machines à vapeur, en partant de cette hypothèse, que la vapeur dans un cylindre se comporte comme un fluide absolument isolé de toute influence calorifique extérieure, que tous les phénomènes y sont *adiabatiques,* suivant l'expression consacrée. L'hypothèse avait besoin de vérification. Malheureusement, cette vérification, Hirn ne la rencontra pas dans ses expériences; il s'en explique fort clairement, mais toujours sous la forme la plus courtoise, dans la dernière édition de son *Exposition analytique et expérimentale;* il expose que les théories *a priori* sont pleines de déceptions; qu'une machine industrielle, telle que la machine à vapeur, ne peut comporter qu'une théorie *physique,* c'est-à-dire appuyée sur des faits constatés et mesurés; or les mesures qu'il a relevées, les constatations qu'il a faites conduisent invinciblement à admettre

que les parois du cylindre et du piston jouent un rôle prépondérant dans le fonctionnement de la machine; que, par conséquent, l'hypothèse de l'adiabatisme ne saurait être maintenue.

Zeuner releva le gant, Clausius vint à la rescousse, et la lutte s'engagea entre les trois illustres savants, lutte ardente, âpre, dans laquelle, il faut bien l'avouer, la passion s'emporta parfois au delà des justes limites. En parcourant ces notes et ces répliques, que les adversaires s'envoyaient amères à la tête, on se prend à regretter les temps de cette controverse si droite, si saine, si élevée, où Clausius, tout en mettant le doigt sur les défectuosités du travail du jeune débutant, se plaisait à en reconnaître et à en distinguer les mérites exceptionnels; où Hirn acceptait docilement cette critique si digne et si bienveillante, et en profitait avec une égale grandeur pour remettre l'ouvrage sur un nouveau métier.

Laissons ce sujet, et revenons aux travaux de Hirn. Ses expériences sur les machines à vapeur, longues, délicates, exigeaient l'emploi d'appareils spéciaux, à la fois précis et rustiques. Chacun de ces appareils était soumis à un examen approfondi. C'est ainsi qu'il étudia l'arithmomètre de Thomas, dont il faisait usage pour abréger les formidables calculs des Tableaux chiffrés, le planimètre d'Amsler, pour la quadrature des diagrammes; il imagina, dans le même ordre d'idées, les pandynamomètres, ces instruments ingénieux qui utilisent, pour la mesure des efforts, les déformations élastiques des organes qui les transmettent; il transforma l'indicateur de Watt.

La méthode ingénieuse imaginée par Hirn pour mesurer l'eau entraînée par la vapeur nécessita la construction d'instruments très précis, notamment le thermomètre différentiel à air, qui fut imaginé à cette fin par Hallauer, le collaborateur et ami dévoué de Hirn.

Parmi les autres études se rattachant à la théorie mécanique de la chaleur, citons les belles recherches physiologiques sur le développement de la chaleur dans les êtres animés; les travaux sur la vapeur surchauffée et sur la surchauffe qui résulte de la détente de la vapeur sans travail externe; puis les

expériences sur la résistance de l'air et sur les lois de l'écoulement des gaz, expériences d'un haut intérêt au point de vue des doctrines sur la constitution de la matière; rappelons encore les études sur le frottement, que Hirn ne cessa de reprendre, de compléter et de perfectionner.

Du reste, en matière de Mécanique, il est bien peu de sujets auxquels il n'ait touché, et qu'il n'ait éclairé, soit par des calculs ingénieux, soit par des expériences précises; ses études sur les ventilateurs, sur le jaugeage des cours d'eau, sur les turbines, sur les machines à gaz, sur les transmissions par courroies, etc., sont, pour la plupart, devenues classiques. Quant aux transmissions télo-dynamiques, ce merveilleux moyen d'envoyer le travail à distance, l'invention en est attribuée à Ferdinand Hirn, le frère de Gustave-Adolphe; les deux frères étaient tendrement unis et s'aidaient réciproquement dans leurs travaux; ce fut Gustave-Adolphe qui présenta l'invention, en montra les avantages et en discuta les dispositifs. Ce fut également lui qui, dès l'année 1846, installa des réchauffeurs d'eau d'alimentation des chaudières.

En matière de Physique, les travaux de Hirn sont nombreux et importants; nous nous bornerons à rappeler ses recherches sur les vapeurs, sur la chaleur spécifique de l'eau aux environs du maximum de densité, sur l'actinométrie, sur le métronome, sur le pendule à deux branches, sa théorie élémentaire du gyroscope, si élégante et si lucide, ses observations sur les propriétés optiques des flammes, etc...

Il s'occupait également d'Astronomie et de Météorologie; il fit une étude approfondie des conditions de stabilité des anneaux de Saturne, et arriva à cette conclusion originale, que ces anneaux ne peuvent être ni solides, ni liquides, ni gazeux, et qu'ils sont composés de petits corps solides gravitant isolément autour de la planète. On connaît ses recherches sur la température du Soleil et sur l'action répulsive des rayons émanés de cet astre.

Il envoyait régulièrement à l'Académie des Sciences le relevé des observations météorologiques faites en Alsace, et ces envois étaient fréquemment complétés par la description de quelqu'un de ces phénomènes singuliers, qui se produisent

parfois dans l'atmosphère, et dont la Science cherche encore l'explication.

Mais un attrait invincible le ramenait toujours à ses chères études de Thermodynamique et aux corollaires qui découlent du grand principe de l'équivalence. Envisagé dans sa généralité, ce principe prend une portée immense, qui s'étend à la constitution même de l'univers; s'il y a équivalence complète et générale entre le travail et la chaleur, si l'un ne peut disparaître sans que l'autre apparaisse immédiatement en proportion, il en résulte que chaleur, travail et même électricité ou lumière ne sont que des manifestations diverses d'une seule et même entité, que l'on a caractérisée par la dénomination d'*énergie;* dès lors, la quantité totale d'énergie existant dans l'univers est constante dans le temps; si l'énergie disparaît sous l'une de ses formes, elle réapparaît immédiatement sous une autre forme, et la quantité totale reste la même. Ce principe de la conservation de l'énergie, conséquence presque nécessaire de la théorie de l'équivalence, est admis aujourd'hui comme une vérité fondamentale, de même qu'a été admis, à la suite des travaux de Lavoisier, le principe de la permanence de la matière pesante.

Mais, une fois acquis le consentement unanime de tous les philosophes, tout est loin d'être dit sur cette haute et grave question; l'esprit humain est limité; il a beau découvrir et s'avancer, le monde infini de l'inconnu est toujours devant lui; chaque cime qu'il atteint lui révèle de nouvelles cimes plus éloignées et plus hautes; l'éternel pourquoi lui jette son éternel défi. « Pourquoi l'énergie se conserve-t-elle? Comment, par quel procédé s'entretient la permanence de l'énergie de l'univers? »

A ces questions, que l'expérience a à peine effleurées, les philosophes ne peuvent encore répondre que par des hypothèses. Deux écoles sont en présence, qui se jettent, non sans quelque dédain, les épithètes de matérialiste et de spiritualiste, épithètes aussi peu justifiées d'ailleurs l'une que l'autre. Clausius supposait que l'énergie réside dans les mouvements des molécules, que les diverses manifestations de l'énergie ne représentent autre chose que des transformations de mou-

vement, analogues à celles qui se produisent dans les transmissions mécaniques; cette hypothèse conduit, entre autres conséquences, à admettre pour la constitution des gaz une conception fort originale : un gaz serait composé de molécules indépendantes, animées de vitesses énormes; ce sont les chocs répétés de ces molécules qui produisent les pressions qu'exerce le gaz sur les parois qui le contiennent. Telle est la théorie qu'on appelle cinétique, et que l'on décore du nom fort impropre de matérialiste.

Hirn, qui se proclamait spiritualiste, la repoussait absolument; il admettait que le monde matériel est constitué par deux éléments de nature différente, la matière et la force; les molécules matérielles possèdent cette propriété d'agir à distance les unes sur les autres, de s'attirer et de se repousser. Dans cette hypothèse, il n'est nullement nécessaire d'attribuer aux molécules des gaz ces vitesses énormes, de quelques milliers de mètres par seconde, qui sont la conséquence nécessaire de la théorie cinétique.

Fidèle à ses principes scientifiques, Hirn s'attacha à démontrer expérimentalement que ces vitesses n'existent pas; c'est dans le but de battre en brèche la doctrine cinétique des gaz qu'il institua ses belles expériences sur la vitesse d'écoulement des gaz et sur la résistance qui s'oppose au mouvement d'un corps qui se déplace dans un milieu gazeux.

D'ailleurs, Hirn se plaisait dans les considérations de haute philosophie; il s'élevait volontiers au-dessus des questions de pure science, pour les envisager sous leur aspect général, et se rendre compte de leurs relations avec les grands problèmes de la Métaphysique; son *Exposition analytique et expérimentale* est accompagnée d'un volume portant le titre significatif de : *Conséquences philosophiques et métaphysiques de la Thermodynamique*. Plusieurs de ses écrits révèlent des tendances un peu mysticistes : *La vie future et la Science moderne, Réfutation de la doctrine du matérialisme,* etc. Il avait la foi, et c'est peut-être grâce à la foi qu'il a soulevé des montagnes, et pu mener à leur fin ses immenses travaux.

D'ailleurs, rien d'humain ne lui restait étranger : il s'était appris l'allemand et l'anglais; il était artiste de naissance (son

grand-père avait été un peintre renommé); il aimait la musique avec passion, et la pratiquait avec une grande habileté; plusieurs de ses écrits se rapportent à la musique et à l'acoustique. Un jour, au Conservatoire de musique de Paris, il entendit exécuter une symphonie de Beethoven, avec cette perfection merveilleuse qui fait la gloire de nos artistes; il fut ravi de cette audition; mais le savant ne s'oubliait pas; et, dans un des Ouvrages de Hirn, on voit reparaître ce souvenir musical sous forme d'argument scientifique.

Je n'ai pas eu l'honneur de connaître Hirn autrement que par ses écrits; mais tous ceux qui l'ont approché rendent un hommage unanime à sa bonté de cœur, à sa bienveillance, au charme de ses relations, à la droiture de son caractère et à sa fidélité envers ses amis.

Ce n'est pas sans difficulté que Hirn gravit les échelons des honneurs scientifiques et qu'il parvint enfin à occuper la place élevée qui lui était due : présenté une première fois, en 1858, comme membre correspondant de l'Académie des Sciences, section de Physique, il ne fut, malgré ses titres éminents, admis qu'en 1867, à la suite de plusieurs présentations. Il était membre de la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale, chevalier de la Légion d'honneur, commandeur de l'ordre de la Rose du Brésil, officier de l'ordre de Léopold et faisait partie des plus importantes sociétés savantes d'Europe et d'Amérique. Il a légué à l'Académie des Sciences une somme de 50000 francs, dont les revenus doivent être consacrés à récompenser les auteurs de travaux scientifiques expérimentaux.

Les travaux de Hirn forment un ensemble colossal, procédant tout entier d'une pensée maîtresse : la confirmation et le développement de la théorie mécanique de la chaleur. Il a assis sur des bases inébranlables les principes fondamentaux de cette science, et ouvert largement les voies aux conséquences que l'avenir pourra en faire jaillir. Au point de vue concret, Hirn nous laisse une méthode nouvelle d'expérimentation des moteurs thermiques, méthode systématique et complète, instrument d'une puissance pour ainsi dire illimitée, dont nous apprenons chaque jour à mieux nous servir et à

apprécier la profondeur et la portée. Enfin, et par-dessus tout, il nous a légué l'exemple de sa vie scientifique, consacrée tout entière à la recherche sincère et persévérante de la vérité, et une confirmation nouvelle de cet axiome : que les connaissances humaines ne sauraient progresser avec sûreté qu'à la lueur des faits exactement observés et sévèrement interprétés.

Les amis et admirateurs de Hirn s'étaient réunis pour lui offrir une médaille commémorative frappée à son effigie. La mort vint couper court à cette manifestation touchante; ce fut à la veuve de Hirn que fut remis cet hommage, en même temps qu'un volume renfermant la liste bibliographique des écrits et productions de l'illustre savant.

USINE ÉLÉVATOIRE

DE BOURG-SUR-AISNE

POUR

L'ALIMENTATION DU CANAL

DE L'OISE A L'AISNE

Par MM. Émile MEUNIER,
Ingénieur civil,

et Léon FERAY,
Constructeur.

But et utilité du canal. Vue d'ensemble. — Le canal de l'Oise à l'Aisne se détache du canal latéral à l'Oise près de Chauny; il passe au-dessus de l'Oise sur un pont-canal, se dirige à l'est du côté de Coucy; passe à Anizy, puis à Braye-en-Laonnais, où se trouve le point de faîte, descend dans la vallée de l'Aisne, traverse cette rivière à Bourg-Comin, où il rejoint le canal latéral à l'Aisne, après un parcours de 48^{km}, dont 2730^{m} en souterrain.

Il suffit de jeter les yeux sur la Carte des voies navigables, pour reconnaître l'utilité de ce canal : on voit de suite que les marchandises en provenance du Nord et à destination de l'Est, notamment les houilles, devaient descendre l'Oise jusqu'à Compiègne, puis remonter l'Aisne pour aller rejoindre plus loin le canal de l'Aisne à la Marne et le canal de la Marne au Rhin.

Grâce au nouveau canal, le parcours est réduit de 58^{km}, et la navigation en rivière, toujours difficile surtout durant les crues, est supprimée sur 60^{km}.

On estime à 1800000 tonnes annuelles le tonnage qui, dès à présent, prendra le chemin du nouveau canal.

L'alimentation du canal était une question de la plus haute importance. On ne pouvait l'obtenir naturellement, car il n'existe, vers le point de faîte qu'une petite rivière, l'Ailette, tout à fait insuffisante et qu'on a laissée à son cours, en le régularisant toutefois par la création d'un vaste bassin mis en communication avec le bief de partage. Il a donc fallu recourir au mode d'alimentation par machines, comme on l'avait fait précédemment pour le canal de l'Aisne à la Marne, pour le canal de l'Est et pour le canal de Messein à Jarville, près de Nancy.

A cet effet, une usine hydraulique a été créée à Bourg-Comin, sur l'Aisne, à l'extrémité est du canal. En ce point, le canal latéral à l'Aisne est formé par une dérivation de cette rivière qui, depuis Berry-au-Bac, c'est-à-dire sur 20^{km}, réalise une chute moyenne de $8^{m},50$, pouvant varier de 6^{m} à 10^{m}.

L'emploi de turbines motrices et de pompes pour relever l'eau était donc tout indiqué, et, à la suite d'un concours, le projet de machines élévatoires étudié par M. E. Meunier, ingénieur civil à Paris, et présenté conjointement avec M. L. Feray, de la maison Feray et Cie, constructeurs mécaniciens à Essonnes (Seine-et-Oise), était adopté par l'Administration. Ces Messieurs étaient déclarés adjudicataires, et la construction de ces machines était confiée aux ateliers de MM. Feray et Cie, d'Essonnes, qui avaient été chargés précédemment, avec M. Ch. Callon, de la construction des machines élévatoires du canal de l'Est et de celles du canal de Messein à Jarville.

Les machines élévatoires de Bourg-Comin se composent de trois groupes distincts, formés chacun d'une turbine et de deux pompes et représentant, ensemble, une force de 450 chevaux.

L'usine fournit ainsi un volume de 1500 litres par seconde, qui est élevé à 18^{m} de hauteur dans le bief de partage. Ce bief de 7500^{m} de longueur, forme, avec le bassin dont il a été question plus haut, une très grande réserve d'alimentation, d'autant que le plan d'eau peut baisser de $0^{m},500$ dans le bief, sans gêner la navigation.

Les turbines à axe vertical sont placées à mi-hauteur entre

les niveaux amont et aval, elles fonctionnent ainsi par aspiration. Leur visite est toujours facile, même par les plus grandes crues de la rivière. Des dispositions nouvelles, dues à M. Meunier, ont permis de dénoyer ces turbines artificiellement et d'en tirer un rendement maximum, quel que soit leur débit.

Celui-ci peut être modifié à volonté, à l'aide d'un vannage à la main.

Les pompes horizontales à double effet et à piston plongeur, sont remarquables par leurs très grandes dimensions, ainsi que par la douceur et la régularité de leur marche. Chaque pompe élève 250 litres par seconde, à la vitesse de 18 tours par minute.

Trois petites turbines du type E. Meunier, fonctionnant également par aspiration et montées sur axe horizontal, servent à l'éclairage électrique de l'usine, à la manœuvre de sa grue roulante et à la mise en mouvement du petit atelier de réparation.

Établissement des machines élévatoires. Programme. — Le programme imposé par l'Administration, lors du concours ouvert pour l'établissement des machines élévatoires, était comme suit :

La chute résulte d'un niveau d'amont qui se tient à peu près constamment à la cote..... $52^m,45$
et d'un niveau d'aval essentiellement variable, depuis la cote d'étiage..... $42^m,65$
jusqu'à la cote des plus hautes crues..... $49^m,25$

La chute varie par conséquent de $9^m,80$ à $3^m,25$, mais l'utilisation de la chute réduite à ce second chiffre est sans intérêt.

La puissance motrice doit être utilisée sur trois moteurs hydrauliques qui devront être capables de débiter chacun un volume par seconde de..... 1750^{lit}
sous la chute moyenne de..... 8^m

Dans les conditions habituelles, ce volume sera susceptible de varier de..... 1450^{lit} à 1950^{lit}
les hauteurs de chute étant respectivement. $9^m,80$ et $6^m,40$

C'est dans ces limites que les appareils devront présenter le maximum d'effet utile.

Les moteurs hydrauliques actionneront des pompes aspirant l'eau dans le bief d'amont et la refoulant dans une conduite ascensionnelle formée de deux lignes de tuyaux en fonte de $0^m,900$ de diamètre intérieur, sur un parcours de 1^{km} en nombre rond.

La rigole dans laquelle débouche la conduite aura son niveau à la cote ..... $68^m,85$

La hauteur utile d'élévation est donc

$$68^m,85 - 52^m,45 = 16^m,40.$$

Elle s'augmentera du frottement de l'eau dans la conduite ascensionnelle, à évaluer.

L'usine comprendra trois groupes distincts de moteurs et de pompes, pouvant fonctionner ensemble ou séparément.

Le rendement mécanique en eau montée à garantir par les constructeurs, c'est-à-dire le rapport entre le travail utile correspondant à l'élévation de l'eau refoulée dans la rigole, évalué sans tenir compte de la perte de charge dans la conduite ascensionnelle, et le travail brut de la chute ne sera pas inférieur à 0,50, lorsque les machines fonctionneront dans les limites du volume moteur indiquées plus haut.

Moteurs hydrauliques. — Les grandes crues du bief d'aval proscrivaient absolument les roues hydrauliques, qui auraient demandé des dimensions inusitées et dont la marche eût été paralysée par une crue relativement faible. Il en aurait été de même des turbines à axe horizontal ou roues turbines. L'emploi de turbines à axe vertical était indiqué et, parmi elles, celle du système Jonval, fonctionnant par aspiration, devait être préférée, à cause de son avantage d'échapper aux crues et de rester accessible et visitable presque constamment. Mais cette turbine se prête très mal aux variations du volume moteur imposées par le programme, puisque la vanne ou valve, placée habituellement à la base du tuyau d'échappement, produit un étranglement, c'est-à-dire une perte de chute d'autant plus grande que l'on restreint davantage le débit. Celui-ci étant

proportionnel à la racine carrée de la chute, il faut, pour le réduire à un demi, réduire la chute à un quart par l'étranglement. Il n'était donc pas possible de conserver cette disposition, et les constructeurs ont levé la difficulté en adoptant la turbine Girard fonctionnant par aspiration, avec vannage partiel sur les orifices du distributeur. Ils ont complété cette disposition par une admission d'air sous la turbine en une tranche assez mince pour la dénoyer sans cependant perdre de la chute. Cette admission se fait automatiquement par un flotteur dit hydropneumatique actionnant une soupape spéciale, suivant le brevet pris par M. Meunier le 1er février 1882. Cet appareil est représenté *fig.* 8 et 10 de la planche ci-jointe. Le niveau de l'eau sous la turbine s'établit dans la boîte du flotteur par deux tuyaux. Si le niveau monte, la soupape S s'ouvre et donne de l'air. Si, au contraire, le niveau baisse, la soupape se ferme. Par conséquent l'eau, sous la couronne mobile, se maintient automatiquement au niveau qui lui est assigné par la position du flotteur et la turbine tourne constamment dans l'air déprimé. Cet arrangemement a permis de joindre aux avantages de la turbine Jonval ceux de la turbine Girard, qui sont de maintenir un rendement presque constant malgré de grandes variations du débit et de la chute.

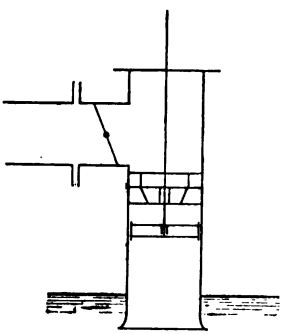
Le dessin annexé *fig.* 8 montre que le distributeur de la turbine est placé au fond d'une chambre d'eau ouverte, à peu près à mi-hauteur entre le bief d'amont et le bief d'aval. Les volets en bois V, flottant dans la chambre d'eau et pouvant se rabattre contre les bajoyers, ont pour but d'empêcher les entonnoirs d'air qui se produisent parfois dans les turbines.

Le vannage adopté sur le distributeur des turbines, se compose d'une série de douze tiroirs-plans s'ouvrant dans le sens du rayon et mus successivement par une came tournant autour du moyeu du distributeur. Une seule manivelle, placée sur le sol des pompes, donne le mouvement aux douze tiroirs d'une même turbine et permet de régler à volonté le débit et la vitesse.

Avec ce vannage rationnel, la vanne de fond de la turbine Jonval devenait inutile. Elle n'est même pas nécessaire pour l'amorçage du tuyau de chute qui se fait très rapidement dès

qu'on ouvre le vannage à tiroirs. La chute de l'eau dans le tuyau d'évacuation entraîne l'air jusqu'à expulsion complète, avec une telle rapidité que l'amorçage est obtenu en moins d'une demi-minute. Ce fait avait d'ailleurs été démontré expérimentalement aux turbines de Bellegarde, sur le Rhône, qui n'ont d'autre vannage qu'une valve-papillon à l'entrée du tuyau

Fig. 1.



d'amenée et qui se mettent en marche dès qu'on ouvre ce papillon.

Indépendamment du vannage placé sur le distributeur, chaque turbine est munie d'une vanne de garde défendant l'entrée de la chambre d'eau et d'un grillage desservi par une passerelle et arrêtant les herbes, les corps flottants, etc.

Les pivots des turbines Jonval sont, le plus souvent, noyés dans le bief d'aval. Cette disposition, toute primitive, qui se rencontre encore dans les anciennes turbines Fourneyron, est assez incommode au point de vue de la visite et de l'entretien. Elle n'est plus justifiée aujourd'hui que l'on dispose du moyen simple de suspendre la turbine sur un pivot supérieur toujours accessible. C'est ce système de pivot qui a été adopté sur les turbines de Bourg. Il est placé tout à fait au sommet de l'arbre, au-dessus du boitard.

Transmission de mouvement entre les turbines et les pompes. — Il n'était pas possible, étant donné d'une part la haute chute à utiliser, qui implique une turbine relativement

petite, tournant vite, et d'autre part le grand volume d'eau à élever, qui nécessite de grosses pompes tournant lentement, de réaliser une connexion directe, quoiqu'elle constitue le meilleur mode d'accouplement, toutes les fois qu'il est possible. Il fallait donc absolument recourir à l'emploi d'un intermédiaire, qui est une paire d'engrenages d'angle, puisque la turbine est verticale et les pompes horizontales.

Le rapport de ces engrenages est $\frac{156}{40}$, il correspond à 70 tours de la turbine pour 18 tours des pompes. La roue d'angle dentée est en même temps le volant qui régularise le mouvement des pompes; elle est calée sur l'arbre à deux manivelles de celles-ci, elle absorbe directement les variations de résistance et ne transmet, par conséquent, que l'effort moyen. Toutes les précautions ont été prises dans la construction de ces engrenages pour assurer leur bonne marche. Le nombre de dents du pignon n'est pas trop réduit, les dentures bois sur fonte sont divisées et taillées avec le plus grand soin.

Pompes. — Les pompes sont à double effet et à piston plongeur, du genre Girard, mais avec plusieurs perfectionnements importants, notamment dans les clapets à double siège, qui démasquent une grande section avec une faible levée, dans les ressorts qui activent leur fermeture et dans les formes générales des organes.

La *fig.* 7 représente ces pompes avec assez de détails pour qu'une description plus complète ne soit pas nécessaire.

Ces pompes ressemblent d'ailleurs beaucoup à celles que les mêmes constructeurs ont établies sur le canal de l'Est, dans la plupart des usines des Eaux de la Ville de Paris, à Nancy, à Lunéville, à Pont-à-Mousson, à Vichy, à Montluçon, à Chambéry, à Dôle, à Montbéliard, à Albi, à Nogent-sur-Seine, etc.

L'eau du bief amont est amenée sous les pompes par des galeries communiquant avec les chambres d'eau des turbines. Chaque pompe est munie de son réservoir d'aspiration et chaque groupe de deux pompes refoule sur un réservoir d'air de refoulement commun, muni de clapets de retenue et pou-

vant d'ailleurs être isolé de la conduite ascensionnelle par un robinet-vanne. Toutes les dispositions de détail sont prises pour assurer l'amorçage des pompes, leur vidange, l'alimentation d'air des réservoirs, etc.

Ouvrages régularisant le niveau de l'eau dans le bief amont. — On remarquera, sur le plan annexé, que l'usine comporte la place nécessaire à un quatrième groupe de machines et qu'entre les groupes, comme aux extrémités de l'usine, il existe des prises d'eau, au nombre de cinq, qui ont les affectations suivantes.

Celle de l'extrémité, côté de la porte d'entrée, dessert les trois petites turbines de l'atelier de réparation, du pont roulant et de l'éclairage électrique. Celle de l'autre extrémité dessert le siphon automatique de décharge de M. l'Ingénieur en chef Hirsch, représenté *fig.* 6. Celle du milieu est munie de deux vannes de décharge mues à la main (voir *fig.* 5). Enfin, les deux autres sont des déversoirs de superficie.

On voit que, en cas d'arrêt brusque de l'usine, le volume d'eau affluant au bief d'amont peut être évacué rapidement sans qu'il en résulte un exhaussement de niveau nuisible aux berges du canal d'amenée. L'eau qui passe par les vannes de décharge et sur les déversoirs s'écoule dans le bief d'aval par des orifices circulaires qui amortissent sa chute.

Turbines auxiliaires. — Les turbines du pont roulant et de l'éclairage électrique, qui sont représentées *fig.* 4, sont disposées sur un axe horizontal ; elles fonctionnent aussi par aspiration. Comme elles prennent peu de force et que leur rendement n'était qu'une condition secondaire, elles n'ont pour vannage qu'une simple valve et elles n'utilisent que la chute correspondante aux eaux d'hiver.

La turbine de l'atelier de réparation est disposée pareillement, elle est représentée en coupe *fig.* 9 ; sa force est de 4 à 5 chevaux, comme celle du pont roulant, tandis que la turbine de l'éclairage peut donner 8 chevaux.

Pont roulant. — Le pont roulant ou appareil de levage

dessert l'usine dans toute sa longueur; il est mû par un câble en chanvre, actionné par la turbine et muni d'un contrepoids tendeur. Les embrayages des mouvements de translation, de direction et de levage se font du sol des pompes par des tirettes qui suivent le chariot.

La portée du pont est de 14^{m}, sa force est de 6000^{kg}; il permet de lever les pièces les plus lourdes, telles que la moitié d'une roue d'angle, une section de réservoir d'air, un bâti de pompe, etc. Les vitesses qu'on peut obtenir sont comme suit :

Vitesse de translation du pont.....	$6^{m},66$	par minute.
Vitesse de direction du chariot.....	$3^{m},33$	
Vitesse de levage au crochet.....	$0^{m},833$	

On peut, au besoin, faire fonctionner le pont roulant à bras d'homme; il suffit, pour cela, de débrayer d'avec la poulie de câble l'arbre qui commande tous les mouvements et de l'embrayer avec un petit arbre perpendiculaire, qui porte deux poulies à empreintes et deux chaînes pendantes, sur lesquelles on peut agir du bas à l'aide de deux, trois ou quatre hommes, selon l'effort à vaincre.

Cet engin a rendu de grands services durant le montage des machines.

Éclairage électrique. — L'éclairage électrique de toute l'usine est obtenu par une dynamo Gramme, à courant continu, recevant le mouvement de la turbine spéciale par l'intermédiaire d'un arbre de renvoi.

L'usine comporte 4 régulateurs Cance, plus des lampes à incandescence, notamment dans le sous-sol et à l'atelier de réparation. Plusieurs de ces lampes sont mobiles et peuvent être descendues dans les chambres des turbines et sous l'eau.

Facilité d'accès autour des machines. — On remarquera que le sol des pompes n'est encombré par aucun tuyau, que la libre circulation autour de chaque groupe est assurée; que l'accès au sous-sol où sont logées les conduites ascensionnelles est obtenu par des escaliers tournants, disposés aux extrémités de l'usine, et qu'il existe un escalier et une plate-

forme à l'arrière de chaque turbine pour permettre la visite du flotteur hydropneumatique et surtout l'accès dans le tuyau de chute, sous la turbine. Des batardeaux à aiguilles mobiles, disposés en amont et en aval, permettent d'isoler un groupe tout entier en cas de réparations importantes.

Exposé de quelques calculs principaux relatifs aux machines. — *Turbines.* — Elles ont un diamètre moyen de $1^m,60$. Elles possèdent chacune 48 orifices distributeurs, dont la section de passage est $0^m,037 \times 0^m,110$; elles peuvent débiter ainsi, sous la chute minimum de $6^m,40$, un volume par seconde donné par

$$Q = 48^o \times 0^m,037 \times 0^m,110 \times 0^m,90 \times \sqrt{2g \times 6^m,40} = 1^{mc},970,$$

ce qui correspond bien à ce qui est demandé par le programme.

Sous des chutes plus grandes, le volume débité serait évidemment plus grand, mais le vannage permet de régler et d'obtenir 1750^{lit} sous 8^m de chute, marche normale, en ouvrant la turbine sur les $\frac{8}{10}$ seulement de sa circonférence. La force de la turbine mesurée sur son arbre vertical est dans ce cas

$$\frac{1750^{lit} \times 8^m \times 0,75}{75^{kg}} = 140 \text{ chevaux.}$$

Elle suppose un rendement de 75 pour 100, qui est certainement atteint, ainsi qu'on le verra plus loin.

Le tracé des aubages est fait pour obtenir à la circonférence moyenne une vitesse linéaire égale 0,47 de la vitesse de l'eau affluente, d'où le nombre de tours de la turbine, par minute,

$$n = \frac{\sqrt{2g \times 8^m} \times 0,47 \times 60''}{\pi \times 1^m,60} = 70 \text{ tours}$$

en nombre rond.

Les *engrenages d'angle* ont les dimensions suivantes :

$$\frac{\text{Roue, diam. } 4^m,680;\ 156 \text{ dents bois}}{\text{Pignon, diam. } 1^m,200,\ 40 \text{ dents fonte.}} \text{ pas } 0^m,094,\ \text{larg. } 0^m,340.$$

La vitesse circonférencielle est

$$\frac{\pi \times 1^{m},20 \times 70^{t}}{60''} = 4^{m},40.$$

L'effort tangentiel correspondant est

$$\frac{140 \text{ chevaux} \times 75^{kgm}}{4^{m},40} = 2400^{kg}.$$

Les dents de fonte ont 41^{mm} d'épaisseur et 57^{mm} de saillie. Leur résistance à la flexion est

$$R = \frac{6 \times 2400^{kg} \times 0^{m},057}{0^{m},340 \times \overline{0^{m},041}^{2}} = 1440000,$$

soit $1^{kg},44$ par millimètre carré.

Suivant des précédents assez nombreux, ces engrenages peuvent, grâce aux proportions ci-dessus, fournir pendant 20 ans une marche journalière de 18 heures en moyenne, sans être redentés.

L'arbre vertical de la turbine est en fonte avec un diamètre intérieur de $0^{m},160$ et un diamètre extérieur de $0^{m},240$; il est sollicité par un couple de torsion égal à

$$2400^{k} \times 0^{m},60 = 1440;$$

par suite, la plus grande tension de la fonte à la circonférence extérieure de l'arbre est donnée par

$$R = \frac{1440 \times 2 \times 0^{m},120}{\pi\left(\overline{0^{m},120}^{4} - \overline{0^{m},080}^{4}\right)} = 660000,$$

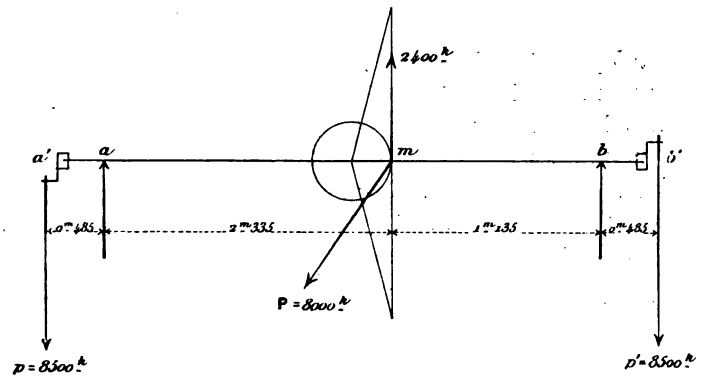
soit $0^{kg},66$ par millimètre carré.

L'arbre horizontal des pompes est disposé comme au croquis ci-dessous : cas le plus défavorable au point de vue de la flexion.

Il repose dans les deux paliers *a* et *b*, il est sollicité en *a'* et

b' par les bielles des pompes, dont les tirages p et p' sont 8500^{kg}, et en m par la roue dentée du poids de 8000^{kg} (y com-

Fig. 2.



pris le poids d'une partie de l'arbre) avec effort tangentiel horizontal $= 2400^{kg}$.

Les réactions en a sont :

1° Composante verticale

$$\frac{8000^{kg} \times 1^{m},135}{3^{m},47} = 2620^{kg};$$

2° Composante horizontale

$$8500^{kg} - \frac{2400^{kg} \times 1^{m},135}{3^{m},47} = 7714^{kg}.$$

Considérons l'encastrement au point m et reportons en a l'effort horizontal 8500^{kg} qui s'exerce en a', il devient

$$\frac{8500^{kg} \times 2^{m},82}{2^{m},335} = 10300^{kg}.$$

Le moment fléchissant en m est visiblement

$$\sqrt{(10300^{kg} - 7714^{kg})^2 + \overline{2620^{kg}}^2} \times 2^{m},335 = 8600.$$

Le diamètre de l'arbre à cet endroit est $0^m,300$, par conséquent la résistance du fer à la flexion est

$$R = \frac{32 \times 8600}{\pi \times 0^m,300^3} = 3\,250\,000,$$

ou $3^{kg},25$ par millimètre carré.

Les moments de flexion aux différents autres points ont été calculés de la même manière.

Le moment maximum de torsion sur les tourillons est $8500^{kg} \times 0^m,500$ (rayon de la manivelle). Le diamètre de ces tourillons est $0^m,230$; la résistance du fer à la circonférence extérieure est

$$R = \frac{16 \times 8500^{kg} \times 0^m,500}{\pi \times \overline{0,230}^3} = 1\,780\,000,$$

soit $1^{kg},780$ par millimètre carré.

Le manneton a $0^m,160$ de diamètre et $0^m,150$ de longueur; il supporte une pression constante de

$$\frac{8500^{kg}}{16 \times 15} = 35^{kg},50$$

par centimètre carré.

On peut se rendre compte qu'il est peu chargé au point de vue de la flexion.

Pompes. — Le diamètre des pistons plongeurs est $0^m,730$. La course est 1^m.

Les tiges des plongeurs ont $0^m,102$. A la vitesse de 18 tours par minute, le volume élevé par un groupe de deux pompes est

$$\pi \times \left(\frac{\overline{0,730}^2}{4} - \frac{\overline{0,102}^2}{8}\right) \times 1^m \times \frac{18^t}{60''} \times 4 \times 0,98 = 0^{m^3},487.$$

Les trois groupes fonctionnant ensemble peuvent donc fournir 1461^{lit} par seconde.

La *perte de charge* dans les deux conduites de $0^m,900$ de

diamètre et 1000^m de longueur a été estimée, d'après la formule de Darcy, $J = \alpha Q^2$, en donnant à α la valeur correspondante aux tuyaux neufs, d'où

$$J = 0{,}00286 \times \left(\frac{1{,}461}{2}\right)^2 = 0^m{,}00152$$

et

$$JL = 0^m{,}00152 \times 1000^m = 1^m{,}52.$$

La hauteur totale d'élévation, pertes de charge comprises est donc (*Voir* p. 293).

$16^m{,}40 + 1^m{,}52 + 0^m{,}08$ pour résistance des coudes et vitesse perdue à la sortie ..... = 18^m

Le travail en eau montée correspondant aux trois groupes est donc :

Travail utile, comme l'entend le programme, c'est-à-dire sans compter la perte de charge dans la conduite : $1461^{kg} \times 16^m{,}40$ ..... = 23960^{kgm}

Travail utile effectif à la sortie des pompes, ou travail réel en eau montée = $1461^{kg} \times 18^m$ ..... = 26298^{kgm}

soit :

$$\frac{26298^{kgm}}{75} = 350 \text{ chevaux.}$$

Les constructeurs ont compté obtenir ce résultat avec des conditions de chute et de volume un peu supérieures à celles moyennes, c'est-à-dire avec une chute de $8^m{,}70$ et un débit de 1750^{lit} par seconde et par turbine.

Le rendement sur lequel ils se sont basés et qu'ils ont garanti est donc, comme l'entend le programme,

$$\frac{23960^{kgm}}{3^t \times 1750^{kg} \times 8^m{,}70} = 0^m{,}52$$

et à la sortie des pompes, c'est-à-dire en réalité,

$$\frac{26298^{kgm}}{3^t \times 1750^{kg} \times 8^m{,}70} = 0^m{,}578.$$

On verra plus loin, par le Tableau des expériences de ré-

ception, que les rendements obtenus ont été supérieurs à ces chiffres puisqu'ils ont atteint respectivement 0,560 et 0,610.

Pour donner une garantie de rendement, les constructeurs étaient guidés par les expériences faites sur les machines du même genre qu'ils avaient établies précédemment à la Ville de Paris et au canal de l'Est. De plus, ils avaient analysé, dans leur Mémoire, d'une façon aussi complète que possible, les pertes de chute et de force vive dans les turbines, les frottements de l'eau dans leurs aubages fixes et mobiles, les pertes de charge dans les pompes et toutes les résistances passives des organes. Ils sont arrivés ainsi, par le calcul, à un rendement des turbines, mesuré sur l'arbre horizontal des pompes, égal à 0,80 et à un rendement des pompes, mesuré à leur sortie, égal à 0,82, ce qui donnerait comme rendement d'ensemble, à la sortie des pompes,

$$0{,}80 \times 0{,}82 = 0{,}656,$$

alors que le rendement constaté aux expériences n'a été que 0,62. Cette différence résulte de l'impossibilité d'apprécier par le calcul les tourbillonnements et certaines perturbations qui se produisent dans le mouvement de l'eau au travers des aubages dans les turbines. Ainsi il est probable que le rendement réel des turbines, avec leurs engrenages d'angle, est de 75 à 76 pour 100 et que le rendement des pompes est de 80 pour 100.

Ce résultat doit être considéré comme très satisfaisant. Il est d'ailleurs aussi exact que possible, car le jaugeage de l'eau motrice et de l'eau montée a été fait avec la plus grande précision par des déversoirs établis dans les mêmes conditions que ceux de Bazin, ce qui a permis d'employer les mêmes coefficients.

Les *tiges* des pistons plongeurs ont 102^{mm} de diamètre; elles supportent une charge effective, y compris les résistances passives, de

$$\frac{\pi \times \overline{730}^2}{4} \times 18^m \times \frac{1000}{0{,}88} = 8500^{kg}$$

qui est bien celle comptée à la p. 301. Ces tiges travaillent, par conséquent, à

$$\frac{8500^{kg}}{\pi \times \overline{102}^2} \times 4 = 1^{kg},04$$

par millimètre carré.

Les bielles sont proportionnées aux tiges.

Les tuyaux des pompes et les sièges des boîtes à clapets ont $0^m,700$ de diamètre intérieur, l'eau y prend une vitesse moyenne

$$v = \frac{1^{mc},461 \times 4}{6^p \times \pi \times \overline{0^m,70}^2} = 0^m,640$$

et une vitesse maximum de

$$0^m,640 \times \frac{\pi}{2} = 1^m.$$

Le réservoir d'air commun à un groupe de deux pompes doit emmagasiner et restituer les excès et déficits du produit variable des pompes sur le produit moyen.

Les manivelles des deux pompes étant calées à angle droit sur l'arbre commun, la valeur des excès et déficits qui se produisent 4 fois par tour est 0,0106 du volume correspondant à un tour des deux pompes, soit

$$0,0106 \times \frac{1^m,461 \times 60''}{18 \times 3} = 0^{mc},0172.$$

La capacité d'air du réservoir est 150 fois ce volume, soit 2580^{lit}, en sorte que la variation de pression devrait être réduite à $\frac{1}{150}$ de la pression moyenne. En réalité, cette variation est plus grande à cause du voisinage des deux autres réservoirs, entre lesquels la colonne d'eau se balance. Ainsi, contrairement à ce que l'on pourrait croire, la multiplicité des réservoirs d'air n'améliore pas la régularité de la pression.

Le *volant* des pompes, qui est constitué, comme on le sait, par la roue d'angle dentée calée sur l'arbre des manivelles, a

été calculé pour emmagasiner et restituer l'excès de travail de la puissance sur la résistance, qui, dans le cas des deux pompes à double effet accouplées, est égal à 0,0106 du travail correspondant à un tour, soit

$$0,0106 \times \frac{1461}{3} \times \frac{18^{m} \times 60''}{18^{t}} = 310^{kgm}.$$

La roue d'angle pesant 3600^{kg} à la jante et mesurant $4^{m},50$ de diamètre moyen; la vitesse est

$$\frac{\pi \times 4^{m},50 \times 18^{t}}{60} = 4^{m},25,$$

et le coefficient de régularité est

$$K = \frac{3600^{kg} \times \overline{4,25}^{2}}{9,81 \times 310^{kgm}} = 21$$

dans les conditions de marche normale.

Expériences faites sur les machines pour déterminer leur rendement en eau montée. — Les expériences faites par M. Bœswilwald et par M. Lefort, ingénieurs du canal, ont consisté à jauger le volume moteur par un déversoir placé en amont des turbines, à jauger le volume monté par un déversoir placé à l'origine de la rigole, c'est-à-dire au débouché supérieur de la conduite ascensionnelle; ces deux déversoirs étaient à minces parois, sans contraction sur les côtés. Des échelles hydrométriques, soigneusement repérées, donnaient exactement les cotes des niveaux amont et aval près de l'usine, ainsi que les épaisseurs de lames déversantes et la cote d'eau à la rigole d'alimentation. En sorte que l'on avait, à chaque instant, les hauteurs de chute et d'élévation et les éléments nécessaires pour calculer les débits.

Voici d'ailleurs quelques détails concernant les opérations de jaugeage.

On a tenu, tout d'abord, à se rendre compte des fuites

ou pertes du bassin récepteur et des conduites ascensionnelles.

Pertes du bassin récepteur. — Le bassin récepteur des eaux motrices et des eaux à élever est entièrement bétonné; il est formé par le bassin régulateur de l'usine et par une portion du canal de l'Oise à l'Aisne de 215^m environ de longueur comprise entre les deux batardeaux. Les pertes de ce bassin, tant par l'orifice de la quatrième turbine fermé seulement par des poutrelles que par les vannes et vannettes des turbines, étaient visibles et peuvent être évaluées approximativement à 10^{lit} par seconde.

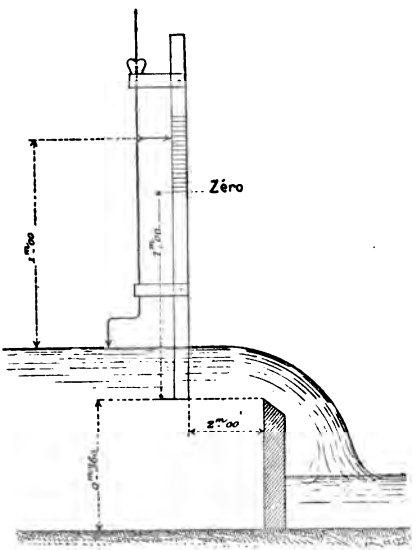
Pertes de la conduite ascensionnelle. — Les pertes de la conduite ascensionnelle ne peuvent s'évaluer qu'en fermant les robinets-vannes et en abandonnant la conduite à elle-même pendant un certain temps pour voir de combien elle se vide, mais ceci suppose l'étanchéité absolue des robinets-vannes dont on n'est pas certain. Toutefois les fuites en question peuvent être estimées à 3^{lit} par seconde tout au plus, eu égard aux joints les moins étanches de la conduite qui sont situés sur le pont-canal et par conséquent visibles.

Déversoir des eaux amenées à l'usine. — Le déversoir qui a servi à jauger les eaux amenées à l'usine était établi sur le batardeau d'amont qui fermait le bassin récepteur. Il avait 21^m de longueur, c'est-à-dire exactement la largeur du plan d'eau du canal, condition indispensable pour l'application des coefficients de Poncelet et Lesbros. Ce déversoir était à minces parois et sa hauteur au-dessus du fond était $0^m,360$. La lame d'eau qui a passé sur ce déversoir pendant les expériences a varié de $0^m,100$ à $0^m,132$; on peut admettre pour la valeur du coefficient m, dans la formule $Q = mlh\sqrt{2gh}$, $m = 0,444$, (Voir les *Annales des Ponts et Chaussées*, octobre 1888, p. 446. Nouvelles expériences de M. Bazin.)

Sur un pieu placé à 2^m de la crête du déversoir, était appliquée une règle de fer divisée en millimètres. Sur cette règle se mouvait, à l'aide d'une vis de rappel, une tige en fer

de 1^m de longueur dont l'extrémité inférieure coudée et terminée par une pointe affleurait la surface de l'eau, et dont

Fig. 3.



l'autre extrémité, terminée par un index, donnait la hauteur de la lame d'eau.

Déversoir des eaux montées. — Le déversoir qui jaugeait les eaux montées était établi à l'entrée de la rigole d'alimentation, au sommet des conduites ascensionnelles. Sa longueur était de 4^m, il était construit sur le même modèle que le précédent, sauf que sa hauteur au-dessus du fond était de $0^m,420$. Dans ces conditions, le coefficient m dans la formule

$$Q = mlh' \sqrt{2gh'}$$

était, d'après le Tableau cité plus haut de M. Bazin, $m = 0,442$.

Les hauteurs h' étaient prises comme au premier déversoir.

Échelles hydrométriques. — Trois échelles établies, la pre-

mière dans le bassin régulateur de l'usine, la deuxième dans le canal de fuite, la troisième dans le bassin d'épuration où débouchent les conduites ascensionnelles, permettaient d'observer la chute motrice H et la hauteur utile de refoulement H'.

Compteurs de tours. — Enfin les compteurs de tours établis sur les turbines donnaient le nombre de coups de pistons et permettaient de comparer le volume engendré par ceux-ci au volume réellement monté.

Coefficient du débit des vannettes des turbines. — Pendant la série des expériences faites sur le déversoir des eaux motrices, on avait soin de noter exactement le nombre des orifices ouverts sur la turbine, leur section S et la charge génératice C de la vitesse de l'eau, de telle façon qu'il a été possible de déterminer le coefficient K du débit par ces orifices dans la formule

$$Q = KS\sqrt{2gC}.$$

Ce coefficient, une fois bien établi, il a été facile de multiplier les expériences de rendement d'une manière plus simple, puisqu'on n'avait plus à s'occuper du déversoir des eaux motrices, mais seulement du nombre des orifices ouverts sur la turbine.

On trouvera, dans le Tableau ci-après, le résultat des expériences assez nombreuses, faites sur les machines en question.

Expériences de rendemen

DÉSIGNATION DES ÉLÉMENTS DU CALCUL.	JOURNÉES des 27-28-29 janvier 1890, sous une chute constante de 6m,30 environ.		JOURNÉE du 5 février 1890, sous une chute constante de 7m,20 environ.		JOURNÉE du 6 février 1890, sous une chute constante de 7m,80 environ.	
	Groupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.
	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.
Durée des expériences	840	360	360	120	360	120
Nombre de vannettes ouvertes	24	36	22	33	20	30
	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.
Nombre de tours des pompes au compteur. — Turbine n° 1	10 245	5927	4256	2070	4178	2039
Nombre de tours des pompes au compteur. — Turbine n° 2	10 251	5944	4345	2132	4275	2091
Nombre de tours des pompes au compteur. — Turbine n° 3	8 038	5825	4258	2089	4201	2062
Nombre de tours moyen par minute.	33,90	49,20	35,72	52,42	35,15	51,60
» » » par turbine.	16,95	16,40	17,86	17,47	17,58	17,20
	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
Cotes de l'eau. — Bassin régulateur (amont)	52,28	52,25	52,30	52,32	52,31	52,29
Cotes de l'eau. — Canal de fuite (aval)	45,96	45,95	45,13	45,11	44,17	44,70
Cotes de l'eau. — Rigole d'alimentation	68,90	68,95	68,90	68,96	68,90	68,97
Chute motrice H	6,32	6,30	7,17	7,21	7,54	7,59
Hauteur de refoulement H'	16,62	16,70	16,60	16,54	16,59	16,68
Lame au déversoir de la rigole	0,238	0,297	0,245	0,312	0,242	0,308
	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.
Volume monté par seconde V'	935	1330	983	1444	965	1418
Volume moteur V	3985	5968	3898	5837	3625	5455
	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.
Travail moteur VH	25 185	37 600	27 950	42 085	27 332	41 403
Travail utile V'H'	15 540	22 370	16 317	24 028	16 009	23 652
Rendement $R = \frac{V'H'}{VH}$, comme l'entend le programme	0,616	0,594	0,584	0,571	0,586	0,571
	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
Coefficient de débit des pompes	0,9967	0,986	0,997	0,998	0,995	0,995
Perte de charge dans les conduites ascensionnelles de 0,900	0,603	1,24	0,666	1,430	0,64	1,42
Hauteur réelle d'élévation à la sortie des pompes	17,22	17,94	17,27	18,07	17.23	18,10
	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.
Travail effectif en eau montée à la sortie des pompes	16 103	23 860	16 972	26 090	16 627	25 666
Rendement effectif en eau montée à la sortie des pompes	0,639	0,634	0,607	0,619	0,608	0,620

NOTA. — Il n'y a que les pertes de charge de la journée du 21 février 1890 qui aient été obl

SINE HYDRAULIQUE DE BOURG.

s machines élévatoires.

JOURNÉE 7 février 1890, sous une hute constante 7m,80 environ.		JOURNÉE du 8 février 1890, sous une chute constante de 8m,00 environ.		JOURNÉE du 21 février 1890, sous une chute constante de 8m,75 environ.				JOURNÉE du 21 février 1890, sous une chute de 8m,66, en refoulant dans une seule conduite ascensionnelle de 0,900.		
roupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de une turbine. N° 1.	Groupe de 2 turbines. Nos 1 et 2.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 2 turbines.	Groupe de 3 turbines.	Groupe de 3 turbines.
inutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.	minutes.
360	120	360	120	60	60	60	40	6	5	5
20	30	20	30	8	16	24	27	18	24	27
tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.	tours.
4349	2098	4413	2142	1086	1053	1008	720		75	79,5
4436	2151	4561	2206		1036	989	736	107	71,5	81
4379	2122	4514	2192			989	733	106	72	80,5
36,56	53,10	37,47	54,5	18,1	33,816	49,8	54,725	35,5	43,7	48,2
18,28	17,70	18,74	18,17		17,408	16,6	18,246	17,75	14,57	16,07
mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
52,32	52,32	52,32	52,31	52,36	52,34	52,33	52,30	52,30	52,30	52,30
44,53	44,54	44,33	44,33	43,57	43,60	43,64	43,62	43,64	43,64	43,64
68,91	68,97	68,91	68,98	68,815	68,90	68,96	68,98	68,90	68,93	68,95
7,79	7,78	7,99	7,98	8,79	8,74	8,69	8,68	8,66	8,66	8,66
16,59	16,65	16,59	16,67	16,455	16,56	16,63	16,68	16,60	16,63	16,65
0,248	0,314	0,252	0,319	0,155	0,237	0,298	0,317			
litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.	litres.
1001	1461	1025	1496	506	978	1350	1482	970	1194	1317
3684	5522	3732	5594	1541	3075	4594	5168	3444	4592	5165
kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.
28 700	42 961	29 819	44 652	13 545	26 875	39 922	44 853	30 825	39 767	44 729
16 606	24 325	17 005	24 938	8 326	16 196	22 450	24 720	16 102	19 856	21 928
0,579	0,566	0,570	0,559	0,615	0,603	0,562	0,551	0,522	0,449	0,490
mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	SUPPOSÉ (mètres).		
0,991	0,997	0,991	0,995	1,012	1,018	0,9825	0,981	0,99	0,99	0,99
0,678	1,450	0,760	1,530	0,190	0,660	1,350	1,530	2,760	4,080	4,80
17,27	18,10	17,35	18,20	16,635	17,220	17,98	18,21	19,36	20,71	21,45
kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.	kgm.
17 285	26 440	17 784	27 250	8417	16 341	24 363	26 987	18 779	24 728	28 250
0,602	0,615	0,596	0,609	0,621	0,608	0,610	0,602	0,609	0,621	0,631

es expérimentalement; elles ont servi à calculer les autres d'après la formule de Darcy.

LÉGENDE EXPLICATIVE DES PLANCHES.

A. Bassin régulateur à l'amont de l'usine.

B. Barrage à aiguilles, défendant les prises d'eau.

C. Grillage devant les turbines.

D. Vanne de garde devant les turbines.

E. Tuyaux de chute avec turbines au sommet et orifices d'évacuation à la base.

F. Vannage de la turbine.

G. Arbre vertical de la turbine, avec pivot à la partie supérieure.

H. Galerie d'aspiration des pompes avec grillage.

I. Conduites de refoulement des pompes.

J. Robinets-vannes d'arrêt.

K. Appareil hydropneumatique de la turbine avec soupape S.

L. Escaliers et planchers donnant accès dans les tuyaux de chute sous la turbine.

M. Turbine de l'éclairage électrique.

N. Turbine de pont roulant.

O. Prise d'eau pour la turbine de l'atelier de réparation.

P. Déversoir sans vanne de décharge.

Q. Déversoir avec vanne de décharge.

R. Siphon automatique de décharge.

T. Escaliers descendant aux sous-sol.

U. Barrage à aiguilles, à l'aval de chaque turbine.

V. Volets flottants au-dessus des turbines.

X. Pont de service des grillages.

LES

APPLICATIONS DE LA PERSPECTIVE

AU LEVER DES PLANS.

VUES DESSINÉES A LA CHAMBRE CLAIRE. — PHOTOGRAPHIES.

DEUXIÈME ARTICLE [1].

Par le Colonel A. LAUSSEDAT.

INSTRUMENTS.

Les premières vues pittoresques employées dans les reconnaissances topographiques étaient dessinées à main levée; leur plus ou moins grande perfection dépendait donc absolument de l'habileté, il faudrait dire du talent de l'opérateur, et la précision des détails n'était assurée que par des mesures angulaires nécessairement assez peu nombreuses et faites presque toujours à la hâte.

Nous pourrions donner plusieurs exemples de ces croquis exécutés par le colonel Leblanc ou par nous-même, mais nous avons pensé qu'il était préférable et naturel de reproduire quelques-uns de ceux qui ont été publiés par Beautemps-Beaupré, parce qu'ils donnent une idée très saisissante de la manière dont ce nouvel élément, la vue pittoresque ou panoramique, s'est introduit dans l'art de lever les plans. On

(1) *Voir* 2e Série, t. II, p. 291 à 324.

remarquera sur la figure ci-contre, qui est, en effet, la reproduction d'une partie de la *Pl. XVIII* de l'Ouvrage cité du célèbre hydrographe, que des croquis de plans accompagnaient les vues dont ils étaient déjà une interprétation.

Il ne saurait être question, à ce propos, des instruments dont se servait Beautemps-Beaupré, c'est-à-dire du cercle à réflexion, du compas de route, des chronomètres et, en général, de toutes les ressources dont disposent les marins et les hydrographes.

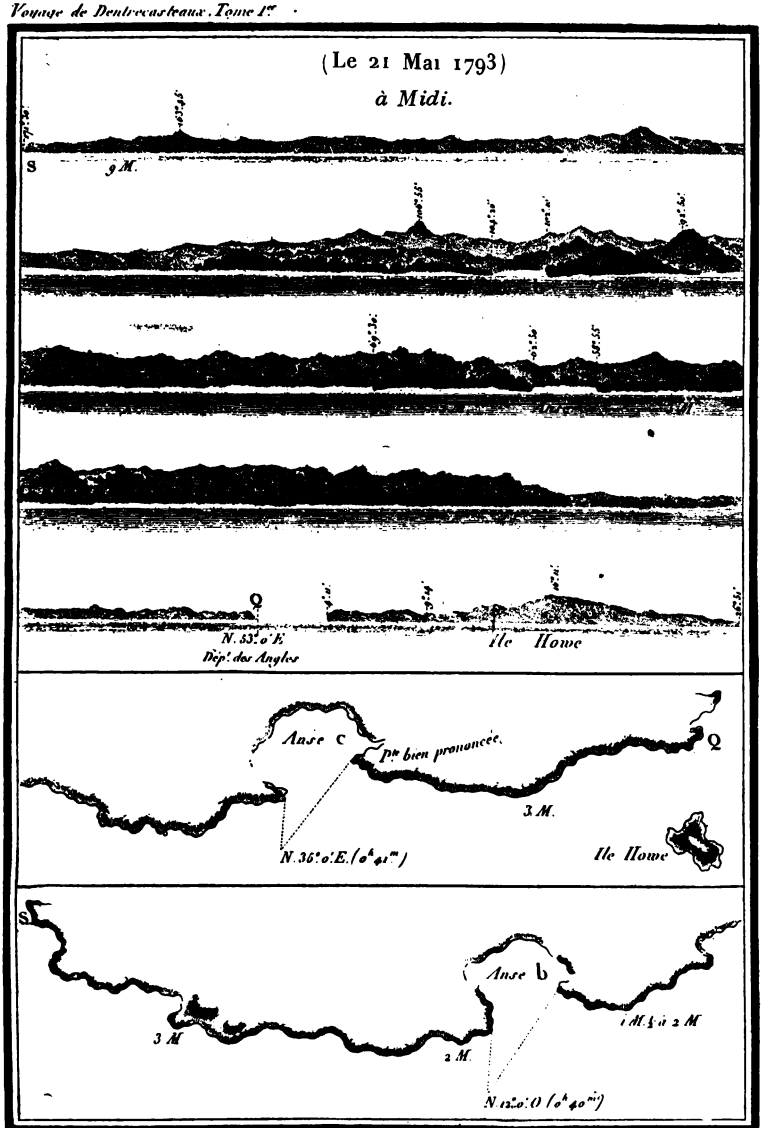
Nous nous bornerons à dire que, dans les reconnaissances faites à terre, les rares opérateurs qui ont connu et pratiqué la méthode des vues panoramiques (1) se contentaient des instruments les plus primitifs. Ainsi, pour évaluer les angles, ils se servaient d'un double décimètre, tenu à bras tendu, dans une direction sensiblement perpendiculaire aux rayons visuels, entre l'œil et le paysage; pour tracer la ligne d'horizon, ils employaient un petit niveau à réflexion; enfin, une boussole de poche leur permettait d'orienter les vues, de faire des vérifications, et surtout de relier entre elles, par la méthode dite des cheminements, les stations successives dont ils mesuraient, le plus ordinairement, les distances au pas.

Pour donner plus d'expression et pour mieux distinguer les détails, il leur arrivait aussi, assez fréquemment, de passer des teintes d'aquarelle sur leurs dessins.

Tel était l'état de la question quand je songeai à recourir à la chambre claire. Il y avait, sans doute, d'autres instruments employés pour dessiner le paysage, depuis la chambre obscure de Porta qui devait donner naissance à la Photographie jusqu'aux diagraphes dont le plus perfectionné, celui de Gavard, avait alors une grande vogue et venait de servir à la reproduction des tableaux du Musée de Versailles; mais aucun d'eux ne présentait les avantages qui avaient déjà fait rechercher par les artistes la chambre claire de Wollaston, c'est-à-dire son petit volume et sa facilité d'installation. J'ajoute que je prévoyais, d'un autre côté, qu'il serait aisé de lui donner toutes les propriétés d'un instrument de précision.

---

(1) Le colonel Leblanc, le général de Courtigis, qui fut son collaborateur, et moi; je n'en ai pas connu d'autres.



Gravé par E. Collin.

FAC-SIMILÉ RÉDUIT

d'une planche de l'Ouvrage de Beautemps-Beaupré, intitulé :
Méthode pour la levée et la construction des cartes et plans hydrographiques.
Paris, Imprimerie impériale; 1811.

Théorie et description de la chambre claire. Iconométrie.

La chambre claire a été inventée en 1804, par William-Hyde Wollaston. Le phénomène extrêmement simple qui avait mis l'illustre physicien anglais sur la voie de cette découverte se trouve exposé de la manière suivante, dans le Mémoire où il la fit connaître pour la première fois au public (1) :

« Lorsque je regarde directement et d'aplomb (directly » down) une feuille de papier sur une table, si je présente » entre mon œil et le papier un morceau de verre plan, incliné » à partir de moi et de haut en bas (from me downwards) » d'un angle de 45°, j'aperçois par réflexion la perspective qui » me fait face, dans la même direction où je vois mon papier » à travers le verre. Je puis donc alors tracer une esquisse » de cette perspective; seulement les images sont renver- » sées (2). »

Pour redresser les images, Wollaston fit subir aux rayons lumineux deux réflexions successives. A cet effet, il plaça au-dessous et en avant du verre transparent un morceau de glace étamée, et, en inclinant convenablement ces deux réflecteurs, l'un sur l'autre, il parvint à voir, à travers celui qui était transparent, des images droites, à la même place où ils les voyait d'abord renversées (*fig.* 1).

En général, l'objet ou les objets et le papier sur lequel on projette l'image, se trouvant à des distances très différentes, l'œil éprouve une fatigue qui résulte de ce que cet organe tend

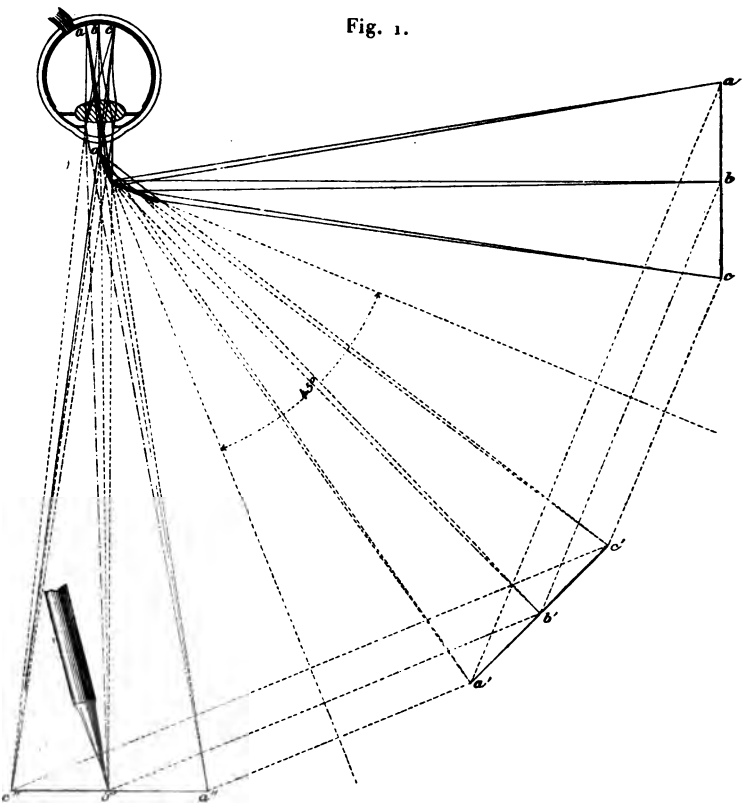
---

(1) *Description of the camera lucida*, by W.-H. WOLLASTON (*Philosophical Magazine*, t. XXVIII).

(2) Les instruments d'optique renversent les images de deux manières qui correspondent aux deux espèces de symétrie définies en Géométrie. Ainsi les images réelles formées dans la chambre obscure paraissent renversées à cause de leur position par rapport à l'observateur, mais elles restent semblables à l'objet (symétrie par rapport à un point), tandis que la réflexion sur les miroirs plans donne lieu à des images que l'on peut comparer à des contre-épreuves (symétrie par rapport à un plan) qu'il faut renverser une seconde fois pour les ramener à la similitude géométrique.

à s'ajuster différemment pour chaque distance; cet inconvénient fut combattu, à son tour, au moyen d'une lentille con-

Fig. 1.



vergente placée du côté du papier ou d'une lentille divergente dirigée du côté de l'objet.

Enfin, aux deux petits réflecteurs dont le plus voisin de l'œil, qui était transparent, laissait perdre de la lumière, Wollaston substitua, en dernier lieu, un prisme à quatre faces sur deux desquelles la lumière se réfléchit totalement (1), en vertu d'un

(1) Ces deux faces qui servent de miroirs forment un angle de 135°; les deux autres comprennent un angle droit et les angles aigus sous lesquels elles rencontrent les premières sont égaux et, par conséquent, de 67° $\frac{1}{2}$ chacun.

principe connu de physique; de sorte que les images vues dans ce dernier appareil ont la plus grande vivacité possible. A la vérité, il faut alors présenter très exactement l'œil au bord d'une arête du prisme pour recevoir la lumière réfléchie qui produit l'image, en même temps que la lumière directe qu'envoie le papier et qui ne peut plus passer à travers le second miroir, comme cela avait lieu précédemment; mais l'habitude fait bientôt surmonter l'espèce de difficulté qui en résulte, et les avantages que présente, d'ailleurs, la forme prismatique compensent bien ce faible inconvénient (1).

Telles sont les phases principales de la découverte de la chambre claire. Dans le Mémoire que nous avons cité et où elles sont décrites, on trouve, en outre, plusieurs observations importantes sur les propriétés de cet instrument et sur certaines particularités que présente sa mise en usage; mais le but que nous nous sommes proposé nous oblige à donner plus de développements à quelques-uns de ces différents sujets.

Du champ de l'instrument. — Nous examinerons tout d'abord la question du champ de l'intrument.

L'amplitude de ce champ exempt de toute déformation est considérable dans les deux sens vertical et horizontal, et c'est là une des propriétés les plus précieuses de la chambre claire dont Wollaston n'avait, pour ainsi dire, pas eu à se préoccuper.

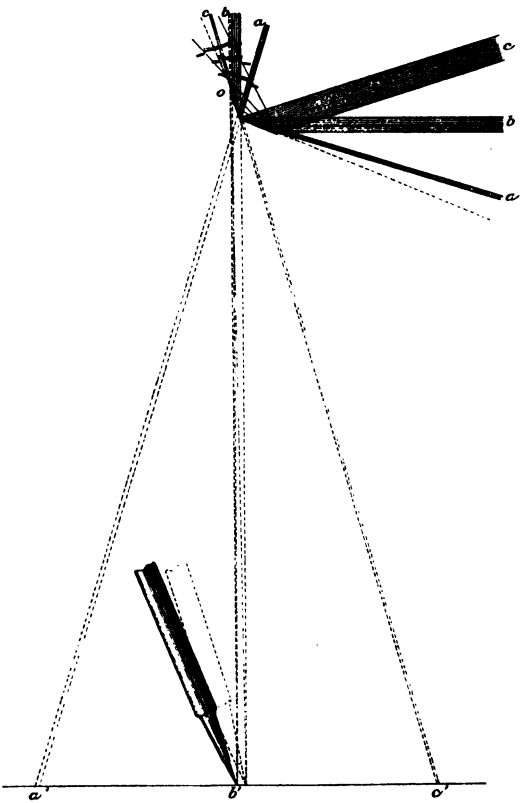
Dans le sens vertical (2), cette amplitude semble, au premier abord, limitée au plus au supplément de l'angle de 135° que forment les plans des deux miroirs sur lesquels la lumière se réfléchit, c'est-à-dire à 45°; car si, en partant d'une incidence très faible sur le premier miroir (*fig.* 2), on considère

(1) Plusieurs autres dispositions que nous ne croyons pas devoir décrire ont été imaginées par divers physiciens. Quelques-unes d'entre elles sont utilisées en Micrographie et ailleurs, mais celle que nous avons adoptée, c'est-à-dire le prisme à quatre faces, est la seule qui convienne à notre objet.

(2) On suppose le prisme ou plutôt l'arête commune des plans de deux miroirs parfaitement horizontale.

les positions successives d'un rayon qui s'élèverait au-dessus de ce plan, on voit que, lorsqu'il atteint l'incidence de 45°, il se relève, après sa réflexion, parallèlement à la surface du second

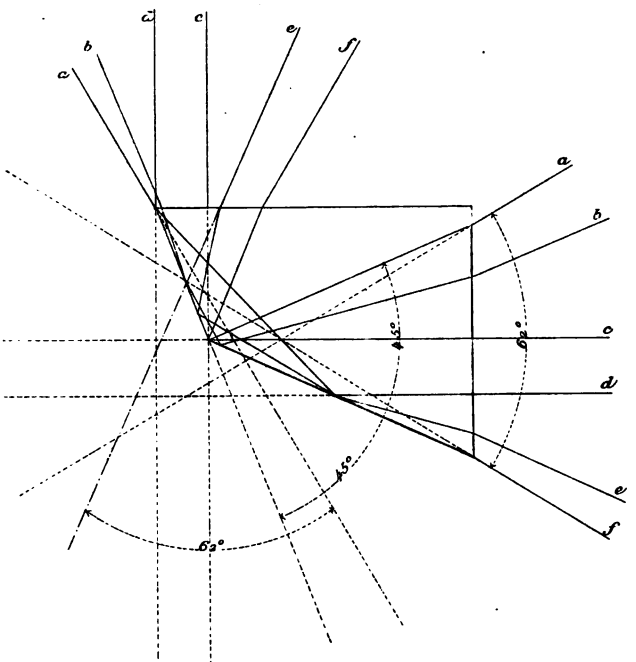
Fig. 2.



miroir et qu'il ne peut évidemment plus être réfléchi sur cette surface. Il convient même de remarquer que les faisceaux doublement réfléchis varient d'intensité suivant leur inclinaison sur l'un ou l'autre des miroirs, en approchant des directions extrêmes, d'où il résulte que les images ne présentent plus une clarté suffisante pour permettre à l'opérateur de les suivre facilement avec la pointe de son crayon. Cette manière

de raisonner qui s'applique au cas de la réflexion directe sur deux miroirs ordinaires se trouve heureusement modifiée lorsqu'on emploie un prisme et que l'on y suit la marche de la lumière, en tenant compte de la réfraction qu'elle éprouve

Fig. 3.



à l'entrée et à la sortie du verre. On reconnaît, en effet, que cette réfraction qui agit deux fois dans le même sens porte la limite de l'amplitude dans le sens vertical, de 45° à 62° environ (*fig.* 3).

Mais, d'ailleurs, quelle que soit la nature des surfaces réfléchissantes, cette amplitude peut croître indéfiniment si l'on vient à imprimer au système de ces surfaces un mouvement de rotation autour de leur intersection commune ou d'une ligne parallèle qui en soit très voisine. On sait, en effet, que *la direction d'un rayon lumineux qui a subi deux réflexions*

successives dans un plan perpendiculaire à ceux des miroirs fait avec sa première direction incidente un angle qui est le double de celui que comprennent ces miroirs (1).

Si donc nous examinons seulement ce qui se passe dans un plan perpendiculaire à l'intersection des deux miroirs que nous prendrons pour axe de rotation, les directions dans lesquelles on apercevra les images des points contenus dans ce plan ne dépendant que de l'angle des deux miroirs, et cet angle étant constant, ces directions seront elles-mêmes invariables et, par conséquent aussi, celles de tous les autres points qui ne sont pas situés dans le plan considéré.

Il résulte de là que, pendant le mouvement de rotation imprimé au prisme, l'image reste parfaitement immobile; seulement les différentes régions acquièrent successivement une plus grande clarté, en même temps que l'on en découvre sans cesse des parties qui étaient invisibles pour une position précédente, et que d'autres s'évanouissent. Le champ est donc réellement indéfini dans le sens vertical.

Dans le sens horizontal, ce champ est encore considérable, mais il est nécessairement limité par les positions extrêmes que l'œil doit prendre au-dessus de l'appareil pour admettre les faisceaux très inclinés. L'expérience montre qu'il ne faut pas compter sur plus de 65° à 70° pour son amplitude et nous avons même reconnu qu'il était préférable de ne pas dépasser 60°, à cause des erreurs auxquelles pourrait donner lieu un phénomène que nous allons étudier avec une attention particulière.

Phénomène de la parallaxe. — Supposons qu'un plan perpendiculaire aux deux miroirs soit le plan principal d'une perspective dont le tableau serait placé en avant de l'appareil, à la distance de la vue distincte (2); d'après le principe invoqué ci-dessus, les rayons horizontaux contenus dans ce plan, devenant verticaux, après leur double réflexion, il est évident

(1) C'est le principe même du *sextant*.

(2) Ce que l'on entend par la *vue distincte* varie d'une personne à une autre et s'étend entre certaines limites pour chacune d'elles; on admet qu'en moyenne elle est de $0^m,30$ environ.

que la feuille de papier sur laquelle on dessine remplace alors exactement le tableau dont nous venons d'indiquer la position fictive (*Pl. VI, fig.* 1). Cette feuille de papier représente aussi le lieu exact où irait se former l'image virtuelle d'un objet placé à la distance de la vue distincte; par conséquent, l'œil de l'observateur pourrait se mouvoir au-dessus des miroirs sans qu'il en résultât le moindre changement dans la position apparente de cette image qui serait, en outre, de même grandeur que l'objet supposé, à la vérité, entièrement contenu dans un plan vertical. Ainsi la copie d'un dessin ne présenterait en pareil cas aucune difficulté.

Mais les choses ne se passent pas aussi simplement quand on considère des objets situés à toutes les distances, comme ceux qui composent les paysages dont nous avons à nous préoccuper plus particulièrement. Le moindre mouvement de l'observateur, le plus léger déplacement latéral de son œil au-dessus de l'appareil entraîne un déplacement semblable, une *parallaxe* de l'image qui deviendrait insaisissable pour la pointe du crayon, si l'on ne remédiait à ce défaut dû à la nature de l'instrument.

On parvient à limiter ce déplacement en se servant d'un diaphragme pratiqué dans la monture de l'appareil, et dont l'ouverture doit avoir au moins le diamètre de la pupille, afin de ne pas diminuer la clarté des images ([1]). Mais si la parallaxe est ainsi réduite, elle ne subsiste pas moins et rendrait l'exécution du dessin difficile et incorrecte.

Avant d'indiquer le moyen de la faire disparaître, il convient de bien la définir, en mettant ses effets en évidence.

Si, par une ouverture circulaire pratiquée dans une lame opaque fixe, on regarde un objet plus ou moins éloigné, et que l'on vienne à interposer en avant de la lame, parallèlement à son plan, un écran transparent, un verre à glace, par exemple; dans les mouvements involontaires de l'œil, l'axe optique dirigé sur l'un des points de l'objet, au lieu de passer par le centre, pourra s'appuyer sur la circonférence du dia-

---

([1]) C'est également d'après le diamètre de la pupille que doit se régler la largeur de chacun des miroirs; l'examen des *fig.* 1, 2 et 3 fera suffisamment saisir ces rapports qui n'ont, d'ailleurs, rien d'absolu.

phragme et alors le rayon visuel percera le verre en un point d'autant plus distant de la trace du rayon central que l'objet sera plus éloigné et l'ouverture du diaphragme plus grande. Enfin, lorsque l'objet sera à une distance telle que l'on puisse considérer toutes les directions du rayon visuel comme parallèles, la parallaxe aura pour limite le diamètre même de l'ouverture.

L'écran transparent qui a servi à cette explication n'est autre chose que le tableau fictif de la perspective; ce qui se passerait à sa surface est donc précisément ce qu'on observe sur la feuille de papier de la chambre claire sur laquelle la pointe du crayon suit la trace du rayon visuel; et puisque l'ouverture du diaphragme placé au-dessus des miroirs doit avoir au moins le diamètre de la pupille, il s'ensuit que l'incertitude pour la position de chaque point de la perspective pourrait s'élever à plusieurs millimètres. De là, la nécessité de détruire entièrement la parallaxe, et, d'après la description de ses effets, on conçoit immédiatement que la meilleure manière d'y parvenir serait de ramener les images virtuelles des objets éloignés à se former à la distance de la vue distincte où se trouve déjà placé le tableau, c'est-à-dire le papier sur lequel on doit dessiner; telle serait aussi la condition la plus favorable pour faire cesser toute fatigue d'ajustement de l'œil dans l'emploi de la chambre claire.

Chambre claire périscopique. — Ainsi que nous l'avons déjà dit, Wollaston avait d'abord disposé, dans ce dernier but, une lentille concave en avant du prisme, mais il ne s'en était pas tenu à ce moyen, et, en s'occupant de l'application, à divers instruments, des principes périscopiques dont il est l'inventeur, il avait été conduit à en proposer un autre qui est décrit dans le passage suivant de l'un de ses Mémoires [1] :

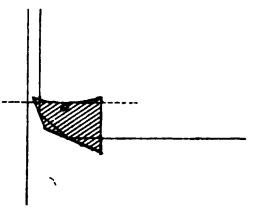
« ... Comme un œil ajusté pour voir le papier et le « crayon qui sont à une petite distance, ne peut voir dis- « tinctement (en même temps) les objets plus éloignés, sans « l'emploi d'un verre concave, on peut l'aider sous ce rapport,

[1] *Philosophical Transactions,* 1812.

« en donnant un degré convenable de concavité à l'une ou à « l'autre des surfaces de transmission du prisme ou à toutes « les deux. Toutefois, c'est à la surface supérieure seulement « que l'on donne cette concavité; l'œil est alors placé du côté « du centre de courbure, et il en reçoit tout l'avantage que « l'on peut attendre des principes périscopiques. »

La chambre claire périscopique (*fig.* 4) ne paraît pas avoir

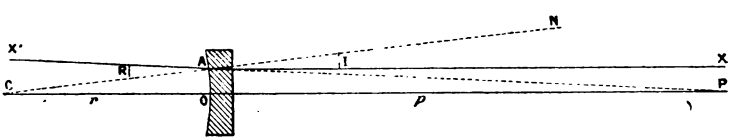
Fig. 4.



fixé jusqu'à ce jour l'attention des opticiens. La manière dont on parvient ainsi à faire disparaître la parallaxe, en même temps que l'on évite la fatigue d'une double adaptation de l'œil, est pourtant d'une simplicité remarquable. En étudiant encore d'un peu plus près la marche des rayons lumineux à travers le prisme et en modifiant, d'après cela, la forme indiquée par Wollaston, nous sommes enfin parvenu à une construction qui satisfait de la manière la plus complète aux conditions que nous nous étions imposées. Cette construction peut être présentée maintenant comme une simple conséquence des propriétés des lentilles plan-sphériques.

Considérons une lentille plan-concave (*fig.* 5); un faisceau

Fig. 5.



de rayons parallèles, tombant normalement à la face plane traverse sans déviation l'épaisseur du verre et devient divergent à

sa sortie dans l'air, après avoir rencontré la surface sphérique.

La position du foyer principal (virtuel) d'où les rayons semblent diverger dépend de l'indice de réfraction de la substance et du rayon de la surface sphérique. On sait, de plus, que ce foyer se trouve sur celui des rayons parallèles qui passe par le centre de la sphère, et l'on reconnaît aisément que le point où ce rayon perce la surface est le *centre optique* de la lentille; car il suffit, pour cela, de remarquer que les normales à la surface plane sont toutes parallèles entre elles et à l'axe de la lentille, et que, par conséquent, les lignes qui passent par le point dont il s'agit font toujours des angles égaux avec les normales aux deux surfaces; en d'autres termes, les rayons inclinés sur l'axe et passant par ce point, reprennent leur direction primitive, après avoir traversé la lentille, ce qui est la propriété caractéristique et la définition même du centre optique (1).

Il suit de là que la position de ce centre est indépendante du rayon de la surface sphérique et de l'épaisseur de la lentille. Soient donc p la distance du foyer principal au centre optique, r le rayon de la sphère, et l l'indice de réfraction de la substance dont est formée la lentille. Entre ces quatre quantités on a la relation $r = p(l - 1)$ (2). Or, sachant que pour le verre généralement employé on peut prendre $l = 1{,}50$, pour avoir le foyer principal à la distance ordinaire de la vue distincte, on fait $p = 0^m{,}30$ et l'on en conclut que $r = 0^m{,}15$.

Pour un œil placé du côté de la concavité d'une telle lentille, les rayons envoyés par des objets éloignés auront le même degré de divergence que s'ils venaient de points situés à la distance de $0^m{,}30$.

---

(1) Nous conservons la théorie du centre optique à laquelle on a substitué, depuis quelque temps, celle des points nodaux de Gauss pour atteindre plus de précision dans l'étude des objectifs photographiques. Dans le cas actuel, la considération des points nodaux serait tout à fait superflue.

(2) Dans le triangle CAP (*fig.* 5), la somme des angles C et P est égale à l'angle extérieur R; I et C sont égaux comme correspondants; on a donc $R = C + P$. D'ailleurs, $R = lI = lC$, en prenant les arcs pour leurs sinus; donc $(l - 1)\,C = P$ et, en substituant actuellement les arcs aux tangentes, comme on a $C = \frac{AO}{r}$ et $P = \frac{AO}{p}$; $\frac{l-1}{r} = \frac{1}{p}$; d'où $r = p\,(l - 1)$.

Cela posé, faisons observer que, dans leur passage à travers le prisme de la chambre claire, les rayons lumineux changent de direction en se réfléchissant sur les deux faces postérieures, mais qu'ils n'éprouvent pas d'autre altération, et que les faces d'entrée et de sortie agissent sur eux simplement à la manière de deux surfaces planes et parallèles; de sorte que si, à la face plane d'émergence on substitue une calotte sphérique de $0^m,15$ de rayon, tout se passera dans le nouveau prisme comme dans une lentille plan-concave dont le foyer serait aussi à $0^m,30$ du centre optique.

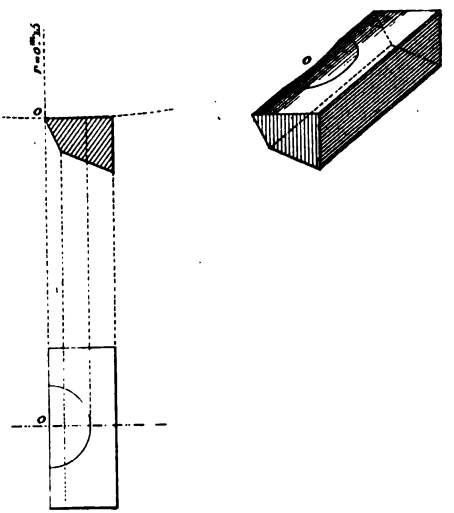
Chambre claire hémi-périscopique. — La position de ce centre est très importante à considérer. La note de Wollaston et la figure qui l'accompagne prouvent cependant que l'auteur ne s'y était pas arrêté, car, dans cette figure que nous avons reproduite (*fig.* 4), le centre optique est situé à peu près au hasard sur la surface concave, et, dans tous les cas, assez loin du bord de l'arête du prisme, près duquel l'observateur doit regarder dans l'appareil en même temps que sur la tablette où est posée la feuille de papier. Pour les opérations géométriques que nous nous proposions d'exécuter, il était nécessaire que ce point fût nettement défini et facile à retrouver sur le prisme; nous l'avons donc transporté sur l'arête près de laquelle on place l'œil en prenant le centre de la sphère qui entaille la face du prisme sur une perpendiculaire à cette face menée par un point de l'arête elle-même (*fig.* 6).

Cette position du centre optique présentait d'ailleurs les avantages suivants : en premier lieu, quand on regarde dans l'instrument, la pupille étant partagée en deux par l'arête du prisme et l'axe optique de l'œil passant par le centre optique même de l'appareil, la vision devient aussi distincte que possible; l'observateur n'éprouve donc aucune fatigue; enfin, la parallaxe se trouvant entièrement détruite, les images peuvent être dessinées, dans toute l'étendue du champ, avec autant de facilité et de pureté que s'il s'agissait de prendre un calque. Cette dernière observation a son intérêt, car, avec les lentilles concaves ou convexes que l'on adaptait aux anciennes chambres claires, les rayons trop obliques qui les traversaient produi-

saient des déformations sur les bords et les images perdaient leur netteté.

Ces résultats étant obtenus au moyen d'une demi-calotte

Fig. 6.



sphérique, creusée dans la face supérieure du prisme, nous avons proposé de désigner le nouvel appareil sous le nom de *chambre claire hémi-périscopique.*

Propriétés géométriques de l'appareil. — Les propriétés géométriques de la chambre claire hémi-périscopique sont à la fois très simples et très précieuses pour les applications anxquelles elle est destinée.

Dans tout ce qui va suivre, nous supposerons les arêtes du prisme parfaitement horizontales, sauf à expliquer un peu plus loin comment on réalise cette condition.

Les directions successives que prend l'axe optique de l'œil de l'opérateur, pendant qu'il suit les lignes de la perspective sur le papier avec la pointe de son crayon, sont les génératrices de la surface conique coupée par le tableau, et, malgré les déplacements de l'œil, le centre optique de l'appareil, en vertu

des propriétés qu'on lui connaît, peut être considéré comme le sommet de cette surface, c'est-à-dire comme *le point de vue mathématique* de la perspective. Par conséquent, à la condition toutefois que tous les angles du prisme soient exacts, le rayon principal de la perspective naturelle suivra, après la double réflexion, la direction de la verticale menée par le centre optique. En projetant donc ce point sur la tablette horizontale qui porte la feuille de papier, cette dernière représentant le tableau, on aura le *point principal de la perspective*, au moyen duquel on trouvera aisément, comme nous le montrerons plus loin, la *ligne d'horizon*. Enfin, la longueur de la verticale, mesurée entre le centre optique et sa projection, étant *la distance du point de vue au tableau*, on comprend que l'on a, pour ainsi dire, sous la main tous les éléments nécessaires pour effectuer les constructions géométriques auxquelles se prêtent les perspectives, en suivant les méthodes indiquées au Chapitre précédent.

Remarques complémentaires. — On voit encore qu'en prenant l'arête sur laquelle est placé le centre optique (¹) pour axe de rotation du prisme pendant le mouvement qu'il peut être nécessaire de lui imprimer pour accroître le champ vertical, l'invariabilité de position de ce centre jointe à la propriété connue des deux miroirs donnera réellement l'immobilité à l'image projetée sur la planchette; tandis que, si l'axe ne passait pas par ce point, la rotation entraînerait celui-ci et l'éloignerait ou le rapprocherait de la planchette, c'est-à-dire du tableau, ce qui dilaterait ou contracterait les parties de l'image que l'on découvrirait successivement.

La sphéricité de la surface d'émergence ne crée, d'ailleurs, aucune espèce d'aberration capable de produire des déformations dans les images. Il y a plus : quoique sa courbure soit calculée pour la distance ordinaire de la vue distincte, on peut rapprocher ou éloigner le prisme de la planchette dans des

(¹) Rigoureusement, il en est éloigné de la flèche de la calotte sphérique, mais cette quantité, toujours très petite par construction, est négligeable.

limites assez étendues sans que la parallaxe redevienne sensible (1).

On trouverait l'explication de ce fait dans la forme des surfaces caustiques formées par les rayons de chaque faisceau, mais il suffit de l'énoncer ici comme un résultat de l'observation.

Inversement, si le prisme est fixé à $0^m,30$ au-dessus de la planchette, c'est-à-dire si l'on fait occuper à celle-ci *le plan focal principal*, il est également facile de constater que l'objet peut s'approcher beaucoup du prisme sans que la parallaxe devienne une cause d'erreur. Cependant, il y a une limite qu'il ne faudrait pas dépasser, et, si l'on voulait, par exemple, dessiner un objet situé à la même distance que le papier, copier un dessin, la théorie fait voir que la parallaxe deviendrait aussi considérable que lorsqu'on regarde des objets éloignés avec un prisme à faces planes. En définitive, la chambre claire hémi-périscopique est faite pour prendre des vues et peut servir à obtenir des réductions, mais elle ne convient ni pour copier ni pour amplifier des dessins (2). Dans ce dernier cas, le mieux serait d'employer une construction particulière ou plus simplement de recourir à des jeux de lentilles, mais nous n'avons pas à nous en occuper dans ce Mémoire.

Ajoutons qu'avec le nouvel appareil, on n'éprouve ni difficulté, ni perte de temps pour la *mise au point*, comme cela peut arriver lorsqu'on corrige la parallaxe au moyen de lentilles qui ont des distances focales différentes. Enfin, et c'est un avantage sur lequel on ne saurait trop insister, la parallaxe reparaît à peine pour les directions les plus obliques qu'il est inutile d'employer, tandis qu'avec des verres lenticulaires placés nécessairement à une certaine distance de l'œil, il n'y a que le milieu du champ qui soit tout à fait à l'abri de ses effets, parce qu'alors les directions obliques vont toujours

---

(1) On n'a généralement intérêt qu'à augmenter la distance du point de vue au tableau; à $0^m,45$, la parallaxe est encore très faible pour le rayon de $0^m,15$ donné à la calotte sphérique.

(2) Pour faire une copie de même grandeur que l'original, on devrait se servir de la partie du prisme qui n'est pas entaillée et au-dessus de laquelle on pourrait, à cet effet, pratiquer un autre diaphragme dans la monture.

traverser l'épaisseur de la lentille assez loin de son centre.

Description et usage des différents organes de l'instrument. — Le prisme dont se compose essentiellement la chambre claire doit pouvoir être disposé avec précision et maintenu d'une manière stable au-dessus de la planchette, sur laquelle est placée la feuille de papier à dessiner. A cet effet, il est renfermé dans une monture en laiton verni *aa* (*Pl. VI, fig.* 2, 3, 4 et 5), portée par deux tiges à tirage *bc*, *b'c'*, articulées en *d*, *d'*, *e*, *e'* et terminées à leur extrémité inférieure par des mâchoires à vis de pression *f*, que l'on peut fixer solidement aux deux bords opposés de la planchette.

Les articulations *d*, *d'*, *e*, *e'* permettent tous les mouvements d'allongement ou d'écartement des tiges, ainsi que les mouvements inverses, dans les limites nécessaires. Le jeu des premières *d*, *d'* sert encore à faire varier l'inclinaison des arêtes du prisme à et les ramener à l'horizontalité. Le niveau à bulle d'air AA et la vis de rappel *g* servent à guider et à achever cette opération; les deux goujons à têtes cannelées *h* et *h'* qui traversent les tiges et pénètrent dans la monture du prisme permettent d'imprimer à ce prisme un mouvement de rotation autour de l'arête qui passe par le centre optique; enfin, la pièce K qui forme fenêtre est mobile autour de la goupille *i* et donne la facilité d'introduire le prisme dans sa monture ou de l'en retirer pour enlever au besoin la poussière ou l'humidité qui se seraient déposées sur ses faces (1).

Mise en station de l'appareil. — Après avoir fixé les mâchoires à la planchette de manière que les tiges se trouvent exactement en face l'une de l'autre, précaution sans laquelle il pourrait y avoir un gauchissement nuisible à la manœuvre de l'instrument (on peut, au besoin, se servir de lignes de repères tracées sur les bords, comme celles que l'on voit sur

(1) Le premier exemplaire de cet instrument a été construit par le célèbre artiste G. Froment; j'en ai fait don au Conservatoire des Arts et Métiers; mais le prisme, qui était un chef-d'œuvre de précision de l'habile opticien Bertaud jeune, a été perdu à l'Exposition universelle de 1867 et a dû être remplacé par une pièce bien exécutée, quoique peut-être un peu moins parfaite.

la *Pl. VI* (*fig.* 5), on procédera, dans l'ordre suivant, aux opérations qui donnent les éléments de chaque perspective.

1° *Mettre de niveau la planchette et le prisme.* (*Pl. VI, fig.* 2). — Ces deux opérations se font successivement, au moyen du niveau à bulle d'air AA; on cale la planchette comme à l'ordinaire et selon sa construction, qui doit être d'ailleurs la plus simple possible, puis on pose le niveau sur la surface supérieure du prisme dont les extrémités sont laissées à découvert dans la monture pour recevoir les talons *l, l'*, dont le niveau est armé. En agissant sur la vis de rappel *g*, on amène la bulle au milieu du tube, tantôt en pressant seulement avec le doigt sur la tête de la vis, tantôt en la faisant marcher dans son écrou. Le retournement du niveau dans cette position peut d'ailleurs servir à vérifier s'il est bien réglé lui même; on le rectifie, s'il y a lieu, en serrant ou desserrant la vis de correction dont il est muni.

2° *Déterminer le point principal de la perspective et la distance du point de vue au tableau* (*Pl. VI, fig.* 5). — On trouve très simplement le point principal en laissant tomber un fil à plomb qui rase l'arête du prisme au point même où est situé le centre optique O (milieu de la partie apparente de l'arête à travers la monture), et marquant sur le papier la trace P de la pointe S par laquelle se termine le fil à plomb de forme cylindro-conique.

On mesure ensuite directement la distance du point de vue au tableau, en plaçant l'extrémité d'une règle divisée marquée o sur le point principal et en approchant le bord qui porte les divisions du centre optique où l'on fait la lecture.

3° *Tracer la ligne d'horizon.* — Le point principal que l'on vient d'obtenir, appartient déjà à la ligne d'horizon; pour achever de trouver celle-ci, on peut employer deux procédés différents :

(*a*). — Suspendre un fil à plomb à quelque distance en avant de l'instrument, quatre ou cinq mètres environ, attendre qu'il n'oscille plus, dessiner sur la planchette son image vue à travers le prisme, et, par le point principal, mener une perpen-

diculaire à cette image; cette perpendiculaire est évidemment la ligne d'horizon. Ce moyen est extrêmement simple, mais la moindre agitation de l'air peut en compromettre l'exactitude; le suivant, quoiqu'un peu plus long, est donc préférable, dans la plupart des circonstances.

(*b*). — Après avoir examiné la perspective à travers le prisme, on choisit, à sa droite ou à sa gauche, mais du même côté, trois ou quatre points bien différents qu'on marque avec la pointe du crayon, en les désignant, si l'on veut, par une lettre ou par un chiffre, ou même en esquissant l'objet auquel appartient chacun d'eux (*Pl. VI, fig.* 5); du point principal comme centre, on décrit autant d'arcs de cercle passant par ces points, puis, en continuant à regarder dans la chambre claire, on fait tourner la planchette autour de son axe qui n'est jamais très excentrique par rapport au point principal, de gauche à droite ou de droite à gauche, suivant le cas, jusqu'à ce qu'on voie les images de chaque point passer successivement une seconde fois sur les arcs de cercle qui correspondent à leur première position, et l'on marque encore les points de passage; enfin on cherche les milieux de tous les arcs interceptés, par la méthode géométrique bien connue : ces points devront se trouver, si l'on a bien opéré, sur une même ligne droite qui passera en même temps par le point principal et qui sera alors la trace du plan principal de la perspective sur le plan du tableau. La perpendiculaire à cette droite menée par le point principal sera la ligne d'horizon.

Ce procédé et le principe sur lequel il est fondé sont faciles à saisir pour tous ceux qui ont fait de la gnomonique et employé *la méthode* dite *des hauteurs correspondantes du Soleil,* pour tracer une méridienne. Le plan principal dont on détermine la trace sur le plan du tableau joue, en effet, dans ce cas le même rôle que le plan du méridien dans l'autre opération ([1]).

([1]) Le mouvement de la planchette entraînant le prisme dont l'orientation détermine celle du plan principal de la perspective, revient à la rotation de ce plan autour de la verticale du point de vue; la planchette ou, si l'on veut, le tableau, conservant d'ailleurs sa position par rapport au plan vertical. Pour étudier la courbe que l'image d'un point du paysage

Précaution à prendre pour faire un tour entier d'horizon. — Les éléments géométriques ainsi trouvés serviront pour toutes les perspectives que l'on voudra prendre d'une même station. Il suffira, avant de changer la première feuille de papier qui porte la trace du plan principal et la ligne d'horizon, de prolonger ces lignes et de les repérer sur les bords de la planchette, ce qui permettra de les reporter facilement sur les feuilles suivantes. On voit, de plus, que si le prisme était invariablement lié de position avec la planchette, les opérations que l'on vient de décrire n'auraient besoin d'être exécutées qu'une fois pour toutes; mais, afin de rendre l'instrument plus portatif, on a dû renoncer à cet avantage; seulement, au moyen de repères tracés sur les bords de la planchette et sur les tiges de l'appareil, on peut toujours replacer celui-ci à peu près dans la même position et n'avoir plus que de rapides vérifications à faire à chaque station.

Lorsqu'on doit prendre, du même point de vue, une perspective étendue ou même un panorama entier, on dessine par parties en faisant tourner, à chaque fois, la planchette autour de son axe [1] d'un angle à peu près égal au champ de l'instrument, c'est-à-dire de 60° environ; ce que l'on reconnaît quand les objets que l'on voyait à l'extrême droite, par exemple, sont passés à l'extrême gauche, la rotation étant supposée s'opérer de gauche à droite. Six perspectives suffiront donc pour

---

décrit sur le tableau, pendant cette rotation, on peut imaginer que le plan principal reste fixe et que le paysage est entraîné en sens contraire autour de la verticale du point de vue. C'est, du reste, l'illusion qui est produite à travers le prisme et cette substitution des mouvements apparents aux mouvements réels rend encore plus complète l'analogie que nous avons invoquée. Alors chaque rayon visuel, conservant nécessairement son inclinaison sur la verticale du point de vue, décrira autour de cette ligne un cône droit que le plan du tableau coupera suivant une courbe du second degré, comme le plan sur lequel on veut tracer une méridienne coupe le cône droit décrit dans le mouvement diurne par le rayon lumineux qui rase le sommet du gnomon. La construction que l'on emploie pour tracer la méridienne convient donc parfaitement à la détermination de la trace du plan principal.

[1] Nous avons recommandé la construction la plus simple pour la planchette. Il est indispensable toutefois que la vis que porte le pied et qui pénètre dans l'écrou fixé au centre de la planchette puisse être serrée et desserrée à volonté pour permettre ces mouvements de rotation sans que la fixité de la planchette en soit diminuée dans chaque position.

chaque panorama qui se trouvera ainsi dessiné sur les faces d'un prisme hexagonal circonscrit au cylindre à base circulaire ayant pour rayon la hauteur du prisme au-dessus de la planchette, c'est-à-dire la distance du point de vue au tableau. Afin, d'ailleurs, de ne rien omettre et pour rendre les raccordements faciles, il est bon que chaque perspective déborde sur celles qui lui sont contiguës, et il convient de profiter, dans ce but, de toute l'amplitude de l'instrument, qui atteint et dépasse même 65°.

Difficultés que présentent les premières observations et moyens de les surmonter. — Il suffit de quelques heures d'exercice pour réussir à suivre, avec la pointe d'un crayon, l'image *virtuelle* projetée sur le papier; et l'on finit même par opérer, au moyen de la chambre claire, à peu près aussi vite que si l'image était *réelle* comme dans la chambre obscure, et, dans ce dernier cas, l'opération peut se comparer à celle qu'un dessinateur exécute pour prendre un calque. Il est cependant nécessaire d'être prémuni contre les difficultés que l'on peut rencontrer, lorsqu'on essaie de regarder pour la première fois dans l'instrument, et de connaître les causes de ces difficultés ainsi que les moyens de les surmonter promptement.

En parlant de la substitution du prisme aux deux petits miroirs ordinaires, nous avons déjà fait remarquer que l'œil de l'observateur devait être placé exactement au-dessus de l'arête postérieure du prisme; et, en effet, si la pupille pénètre trop avant au-dessus de la face par laquelle émergent les faisceaux de lumière réfléchie, les images des objets éloignés sont très brillantes, mais la pointe du crayon n'est plus visible : si, au contraire, la pupille ne pénètre pas assez au-dessus de cette face, les images sont trop affaiblies et l'observateur est tenté de repasser brusquement à la première position; de là, des disparitions et des réapparitions alternatives de l'image et du crayon qui lassent quelquefois la patience de l'observateur, mais qu'il ne tarde pas à éviter, dès qu'il sait à quoi les attribuer.

Il faut encore avoir égard à la manière dont sont éclairés les

objets éloignés et le papier sur lequel on dessine; ainsi, il est évident que les conditions les plus favorables seront celles où les faisceaux de rayons émanés des objets et ceux qu'envoient le papier auront la même intensité, ni trop grande ni trop faible. Car les faisceaux provenant de chaque origine devant s'accoupler pour pénétrer dans l'œil de l'observateur, une inégalité d'éclat comme une inégalité de divergence produirait à la longue une certaine fatigue; et, d'un autre côté, l'interposition du prisme ne ferait que rendre plus grave l'inconvénient qu'il y a toujours à arrêter longtemps la vue sur des corps vivement éclairés ou à vouloir, au contraire, reconnaître les moindres détails d'objets à peine perceptibles; enfin, l'éclat du papier exposé en pleine lumière est également dangereux. On voit, par le simple énoncé de ces conditions variables, qu'il serait difficile de donner des règles précises pour les ramener à l'uniformité normale nécessaire. Il y a là des questions d'expérience personnelle et de tact sur lesquelles il serait inutile d'insister. Nous nous bornerons donc à indiquer l'emploi des verres colorés comme moyen de modérer l'éclat des images vues à travers le prisme et celui d'un écran de papier ou seulement de la main gauche, pour projeter de l'ombre sur la planchette [1].

Erreurs particulières à l'instrument. — Pour connaître le degré réel d'exactitude sur lequel on peut compter quand on construit des plans avec les perspectives dessinées à la chambre claire, il est nécessaire d'analyser et d'évaluer les différentes erreurs dues à la nature de l'instrument et à la manière d'en faire usage.

1° Les angles du prisme peuvent être imparfaitement construits. Considérons d'abord l'angle formé par les deux faces qui servent de miroirs. Quelques minutes en plus ou en moins dans l'ouverture de cet angle modifient les relations

---

[1] Les verres colorés qui accompagnent l'instrument ont une teinte neutre plus ou moins foncée; ils s'adaptent simplement au-devant du prisme. On peut aussi les interposer entre l'œil et le papier, quand celui-ci est par trop éclatant.

de position des rayons incidents et des rayons réfléchis et inclinent au-dessus ou au-dessous de l'horizon le plan sur lequel on projette les rayons visuels. La quantité dont se trouvent ainsi altérés les angles réduits à l'horizon est toujours faible et même négligeable, mais il n'en est pas de même pour les angles de pente; voyons, par exemple, ce qui se passe dans le plan principal.

Soit e l'erreur de l'angle des deux miroirs; après sa double réflexion, le rayon principal fera avec sa direction incidente un angle égal à $2 \times (45^\circ \pm e) = 90^\circ \pm 2e$. Par conséquent, ce rayon qui aurait dû suivre la verticale, s'en écartera d'un angle égal à $2e$, en avant ou en arrière, suivant le sens de l'erreur, et si nous désignons par D la distance réelle du point auquel va aboutir le rayon principal de la perspective, l'erreur commise dans le nivellement de ce point sera

$$\varepsilon = D \operatorname{tang} 2e.$$

Supposons $e = 5'$ et $D = 30^m$, on trouverait déjà $0^m,09$ pour l'erreur ε, ce qui correspond sur la planchette supposée située à $0^m,30$ du point de vue à un écart du point P de sa véritable position, égal à $0^m,0009$ ou environ 1 millimètre, on voit donc qu'il est indispensable que l'angle de 135° soit aussi exact que possible.

L'angle droit et les deux angles de 67°,5 du prisme doivent être également construits avec le plus grand soin, sans quoi la marche des rayons lumineux serait modifiée, et il en résulterait des erreurs analogues à celle que nous venons d'évaluer.

On parviendrait, au besoin, à déterminer expérimentalement l'influence de ces défauts et, par suite, il serait possible d'en tenir compte, de manière à rectifier les résultats, mais il vaudra toujours mieux se procurer un prisme exactement construit.

2° Le procédé employé pour trouver le point principal de la perspective entraîne, dans la position de ce point, une incertitude que l'on peut évaluer à $\frac{1}{2}$ millimètre. L'erreur qui en résulte, comme la précédente, n'affecte que les angles de

pente, mais elle est assez grave pour que l'on doive la signaler; elle peut, d'ailleurs, s'ajouter à la précédente.

3° Enfin, dans le dessin de la perspective, le trait pourra s'écarter légèrement de l'image; mais, pour peu que l'opérateur soit exercé, l'écart ne dépassera pas non plus $\frac{1}{2}$ millimètre [1].

En réunissant cette erreur graphique avec celle qui provient de la détermination du point principal, nous pouvons admettre que la position de chaque point de la perspective est exacte à moins d'un millimètre près par rapport au plan d'horizon. Or, la plus courte distance du point de vue au tableau étant toujours supposée de $0^m,30$, la tangente de l'angle sous-tendu par un millimètre sur le tableau sera

$$\frac{0^m,001}{0,30} = 0,0033$$

qui correspond à un angle de 10′ à 12′. Telle est donc, en somme, l'erreur *possible* sur chaque angle de pente. Quant aux angles réduits à l'horizon, comme ils ne sont affectés que de l'erreur du dessin estimée à $\frac{1}{2}$ millimètre seulement, ils seront obtenus à 5′ près.

Comparaison des angles mesurés avec la boussole en usage dans le service du génie et avec la chambre claire. — Les conséquences auxquelles nous venons d'être conduit en nous fondant sur des faits d'expérience que tout dessinateur un peu adroit constaterait aisément, se trouvent pleinement confirmées par les résultats suivants de deux séries d'observations faites en 1850, de concert avec M. le lieutenant-colonel du génie, depuis général Bichot, alors commandant de la brigade topographique de ce service :

---

[1] L'épaisseur du trait pourrait rendre cette erreur plus considérable; il est donc essentiel de ne dessiner qu'avec un crayon bien taillé et manié avec précaution.

DÉSIGNATION DES ANGLES (¹).	ANGLES RÉDUITS A L'HORIZON		DIFFÉRENCES.	DÉSIGNATION DES POINTS VISÉS (¹).	ANGLES DE PENTE		DIFFÉRENCES.
	lus sur le limbe de la boussole.	mesurés au moyen de la chambre claire.			lus sur le limbe de la boussole.	mesurés au moyen de la chambre claire.	
1 $\widehat{AB}$	4° 50′	4° 45′	— 5′	1 A	8° 27′	8° 30′	— 3′
2 $\widehat{AG}$	17° 20′	17° 20′	0	2 B	29° 16′	29° 20′	+ 4′
3 $\widehat{AD}$	30° 20′	30° 15′	— 5′	3 C	18° 11′	18° 15′	+ 4′
4 $\widehat{AE}$	47° 20′	47° 10′	— 10′	4 D	22° 42′	22° 45′	+ 3′
5 $\widehat{AF}$	65° 10′	65° 00′	— 10′	5 E	32° 55′	32° 45′	— 10′
				6 F	8° 55′	9° 00′	+ 5′

(¹) Les lettres inscrites dans ces deux colonnes se rapportent à la *fig.* 1, *Pl. I*, de la première partie de ce Mémoire. Comme on pourrait être tenté d'objecter qu'elles ont été faites dans des circonstances particulièrement favorables, il n'est peut-être pas inutile de dire que le dessin sur lequel ont été prises les mesures avait été exécuté sans autre intention que d'essayer de dessiner avec l'instrument nouvellement construit. C'est seulement après coup que l'idée est venue de faire la comparaison des éléments consignés dans ce Tableau, les angles lus sur la boussole par M. le lieutenant-colonel Bichot ne m'ayant été communiqués qu'après l'achèvement complet des mesures que j'avais faites sur le dessin exécuté à la chambre claire.

De l'examen de ce Tableau, il résulte, relativement aux mesures prises sur les perspectives dessinées au moyen de la chambre claire :

1° Que les angles réduits à l'horizon ont, sur ces perspectives, un degré de précision au moins égal à celui des angles lus sur le limbe de la boussole, et je ne crains pas d'affirmer aujourd'hui que leur degré de précision est supérieur et de même ordre que celui des angles relevés, à l'aide d'une planchette et d'une alidade, par les meilleurs opérateurs;

2° Que les angles de pente, quoique moins exacts que ceux que l'on obtiendrait avec un éclimètre muni d'un vernier, le sont encore suffisamment pour procurer un nivellement passable de tous les points qui ne s'éloignent pas trop des sta-

tions. Pour fixer les idées à cet égard, nous rappellerons que l'erreur de 10′, qui est une limite pour un opérateur soigneux, correspond

	m		m
à	0,001	à la distance de.....	0,30,
à	0,10	à la distance de.....	30,00,
à	1,00	à la distance de.....	300,00.

Je pourrais m'arrêter là et laisser au lecteur le soin de tirer lui-même les conclusions. Il doit cependant m'être permis de faire remarquer que le *Mémoire sur l'emploi de la chambre claire dans les reconnaissances topographiques*, écrit en 1850, publié en 1854 (1) et que j'ai reproduit ici presque textuellement ou du moins sans en modifier aucune partie essentielle, renfermait tous les principes qui ont été appliqués, depuis cette époque, par nous et plus tard par beaucoup d'autres, pour utiliser la Photographie dans le même but.

Un art nouveau est né de ces tentatives et a reçu, en Allemagne, le nom de *photogrammétrie* (2), et en Italie, celui de *phototopographie* (*fototopographia*) que l'on avait déjà employé en France.

Je n'avais pas songé tout d'abord, je l'avoue, à résumer d'un seul mot les procédés que je faisais connaître en les qualifiant d'applications de la perspective à la topographie. On me l'a reproché et je me tiens pour averti.

Ce n'est pas le lieu toutefois de revenir sur des questions

---

(1) *Mémorial de l'officier du génie*, n° 16. Paris, imprimerie et librairie de Mallet-Bachelier, rue du Jardinet, 12; 1854.

(2) J'étais disposé à adopter ce nom, comme on peut le voir, dans une Note de la première partie de ce travail; mais on me prévient que le Congrès international des photographes a émis le vœu que les applications scientifiques de leur art reçussent des dénominations terminées par le mot photographie tout entier, exemples : microphotographie, uranophotographie, etc., les applications industrielles devant être désignées, au contraire, par des noms commençant par photo, exemples : photolithographie, photogravure, photoglyptie, etc., au lieu de *phototopographie*, l'on dirait *topophotographie*, et, au lieu de *photogrammétrie*, l'on pourrait dire *métrophotographie*. J'inclinerais volontiers en faveur de cette dernière dénomination, plus large que la première et parfaitement appropriée à la branche des applications qu'il s'agit de qualifier.

de priorité soulevées à ce propos et que j'ai traitées en détail dans une Notice adressée récemment sous forme de lettre à une revue de Photographie (1). Je me bornerai donc à y renvoyer le lecteur ainsi qu'à l'historique placé en tête de ce Mémoire. La remarque précédente se rapportant à la date de mes premières publications, rapprochée de ce que j'ai dit de la méthode de Beautemps-Beaupré, me semble même suffisante pour constater ce fait que le germe de l'art nouveau a été déposé en France, qu'il y a fait son éclosion et acquis son complet développement avant d'avoir été transporté ailleurs.

Et maintenant, s'il était nécessaire de recourir à une démonstration *géométrique* de ce fait, j'allais dire de ce théorème, je n'aurais, ce me semble, qu'à reproduire le passage suivant du *Mémoire sur l'emploi de la chambre claire* (2), publié, je le répète à dessein, en 1854, et daté de 1850 sur le manuscrit déposé dans les archives de l'ancien Comité des Fortifications :

« APPLICATIONS DES PERSPECTIVES DESSINÉES AU MOYEN DE LA CHAMBRE CLAIRE.

» Supposons un observateur transporté successivement à » deux points de vue dont il connaîtrait la distance et la diffé- » rence de niveau.

» Si, de chaque station, il suit de l'œil une ligne remarquable » du terrain, le bord d'une route ou d'un cours d'eau, par » exemple, cette ligne pourra être considérée comme l'inter- » section des deux surfaces coniques ayant respectivement » leurs sommets aux deux points de vue et pour génératrices » les rayons visuels indéfiniment prolongés. Projetons ces sur- » faces sur un plan horizontal quelconque; les intersections » deux à deux des projections des rayons visuels qui aboutis- » sent aux mêmes points du terrain seront les projections de » ces points, et, en les joignant convenablement, nous aurons

(1) *Paris Photographe*, 1891; lettre à M. Paul Nadar.
(2) *Mémorial de l'officier du génie*, n° 16, pages 228 et suivantes

» la projection horizontale, c'est-à-dire le *plan* du bord de la
» route ou de toute autre ligne visible des deux stations. Or,
» les surfaces coniques sur lesquelles nous venons de rai-
» sonner se trouvent géométriquement déterminées, lorsqu'on
» emploie la chambre claire, puisque les perspectives prises de
» chaque point de vue sont les traces de ces surfaces sur des
» plans verticaux et que l'on connaît la position de leurs som-
» mets par rapport à ces plans.

» On conçoit donc qu'en opérant convenablement sur ces
» perspectives, on doit pouvoir parvenir au résultat que nous
» venons d'indiquer.

» On obtiendra d'abord les projections horizontales des
» rayons visuels à chaque station, en abaissant, de tous les
» points remarquables de la perspective dessinée de cette
» station, des perpendiculaires sur la ligne d'horizon, et en
» joignant le point de vue aux pieds de ces perpendiculaires.
» Cette construction s'exécutera dans le plan même du ta-
» bleau, en opérant le rabattement du point de vue dans ce
» plan, autour de la ligne d'horizon prise pour charnière.

» On transportera ensuite ces opérations sur un plan, en
» conservant les rapports de position des deux points de vue
» et d'un troisième point du terrain au moins, et, pour cela, il
» suffira de rattacher la direction de la base à celle de l'un des
» rayons de chaque perspective, au moyen de l'observation
» de quelques angles que l'instrument permet de mesurer
» directement; enfin, il ne restera plus qu'à chercher les in-
» tersections des projections des rayons visuels aboutissant
» aux mêmes points.

» Nous avons supposé deux stations seulement, parce
» qu'elles sont, en effet, suffisantes pour la détermination
» des points qui se trouvent contenus dans les deux perspec-
» tives; mais habituellement les divers accidents de terrain
» se projettent les uns sur les autres, et il devient indispen-
» sable de multiplier les points de vue pour découvrir tout ce
» qui intéresse la reconnaissance : les mêmes points sont
» alors répétés sur plusieurs perspectives, et il en résulte de
» nombreuses vérifications entièrement analogues à celles que
» l'on obtient par la méthode ordinaire des intersections, mé-

» thode avec laquelle celle des perspectives a tout naturelle-
» ment les plus grands rapports.

» Nous ferons encore remarquer qu'une fois le plan con-
» struit, on peut obtenir sans peine les cotes de nivellement
» de tous les points directement déterminés; car, en prenant
» le plan d'horizon de l'une des perspectives pour plan de
» comparaison, on trouvera les distances réelles des différents
» points à ce plan au moyen des distances verticales de leurs
» perspectives à la ligne d'horizon (hauteurs apparentes), soit
» en rabattant chaque rayon visuel autour de sa projection
» horizontale, et, en évaluant, à l'échelle de la carte, la lon-
» gueur de la perpendiculaire élevée par le point correspon-
» dant jusqu'à la rencontre du rayon visuel; soit, ce qui
» revient au même, en cherchant le quatrième terme d'une
» proportion dont les termes connus sont: la distance du point
» de vue au point considéré, mesurée sur le plan, la longueur
» de la projection horizontale du rayon visuel jusqu'à la ligne
» d'horizon; et la *hauteur apparente* du point sur le plan du
» tableau.

» Telle est la solution générale du *problème de la trans-*
» *formation des perspectives en plans*... »

Je crois très fermement qu'il n'y a aucune exagération à dire que cet extrait de mon Mémoire fondamental contient intégralement la doctrine de l'art nouveau, doctrine à laquelle ont recouru ou pu recourir tous ceux qui ont abordé *le problème de la transformation des perspectives* EXACTES, *dessinées à la chambre claire ou photographiées, en plans topographiques*.

J'ai déjà eu l'occasion de faire remarquer l'identité évidente du problème et de sa solution dans les deux cas de perspectives exactes dessinées ou photographiées [1]. Je suis donc

[1] Les vues dessinées à la chambre claire sont des perspectives géométriques sans aucune espèce de déformations. Pour les vues photographiées, on peut considérer actuellement la question des déformations comme résolue pratiquement par les objectifs rectilinéaires et grands angulaires qui procurent un champ, sans altération sensible des images, d'une amplitude plus que suffisante, comme nous le verrons ci-après.

bien tenté actuellement, comme je l'ai proposé dans la Notice dont j'ai parlé plus haut, de désigner l'art dont il s'agit, dans toute sa généralité, sous le nom d'*iconométrie* qui pourra se transformer quand on emploiera des vues photographiées, en celui de *métrophotographie* ou même de *topophotographie*, pour répondre au vœu du Congrès international des photographes.

Quoi qu'il en soit du sort de ma proposition, qu'elle soit admise ou qu'elle passe inaperçue, il n'en est pas moins certain que les principes de l'art de lever les plans, à l'aide de la Photographie, se trouvent établis avant même que j'aie parlé de la Photographie, et qu'il me reste fort peu à faire pour enseigner, à ceux qui les voudront mettre en pratique, les précautions à prendre pour disposer leurs appareils.

Je n'aurai guère pour cela qu'à donner la description de celui que j'ai fait construire expressément et employé, sans le qualifier autrement (¹), mais que je suis amené à appeler un *théodolite photographique*, pour me conformer à l'usage établi, depuis un certain nombre d'années, par les mêmes étrangers qui avaient jugé convenable de donner un nom significatif à l'art nouveau considéré par eux comme inspiré exclusivement, bien à tort, comme on vient de le voir, par la Photographie.

Avant de commencer cette description, je crois devoir rappeler quelques notions générales concernant la nature des images qui se produisent dans la chambre obscure.

Métrophotographie.
Chambre obscure topographique ou théodolite photographique.

Rappel de notions générales. Images produites dans la chambre obscure. — Les vues de paysages qui se dessinent au fond de la chambre obscure sont des perspectives coniques

(¹) Je lui avais conservé le nom de *chambre obscure* en y ajoutant l'épithète de *topographique*.

sur des tableaux plans géométriquement analogues à celles que l'on dessine avec la chambre claire et jouissant, par suite, des mêmes propriétés que ces dernières.

Le sommet du cône est, dans ce cas, un point situé sur l'axe optique de l'objectif et qui, selon la théorie que l'on adopte, est le *centre optique* de cet objectif ou l'un de ses deux *points nodaux*. Pour simplifier le langage, et bien que la théorie des points nodaux soit la plus exacte, nous continuerons à désigner le sommet du cône de la perspective sous le nom de *centre de l'objectif*, sans préjuger sa position, que nous chercherons plus tard à déterminer.

Nous admettons tout d'abord que le tableau sur lequel viennent se former les images est fixé à une distance constante de ce centre, qui est *le point de vue* de la perspective, et nous sommes autorisé à faire cette hypothèse puisque nous opérons, en général, sur des paysages composés d'objets assez éloignés pour que leurs images viennent se former dans le même plan focal, celui qu'on appelle le *plan focal principal*.

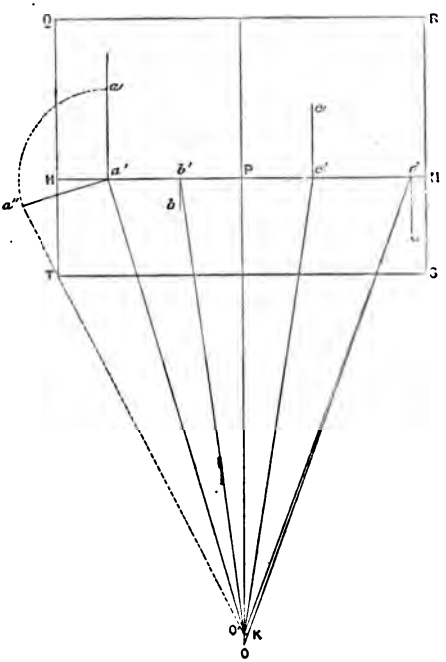
Ce que nous aurons à déterminer n'est donc autre chose que *la distance du point de vue au tableau*.

Cette distance est l'un des éléments essentiels et, il faut ajouter, des plus importants à considérer dans une perspective, puisque c'est lui qui détermine la longueur des rayons comprise entre le point de vue et le tableau, ce qui correspond à la longueur des *lignes de visée* dans les instruments pourvus d'alidades ou de lunettes.

Toutes les autres définitions que nous avons données à propos des perspectives dessinées à la chambre claire s'appliquent aux perspectives photographiées. La *fig.* 1 de la *Pl. VII* va nous servir à les rappeler ici sommairement. Soit O le centre de l'objectif, dOP son axe optique supposé horizontal, et QRST le plan focal occupé par une glace dépolie, sur laquelle l'image aérienne se voit nettement. A la distance OP égale à Od et prise en avant de l'objectif, du côté du paysage naturel, concevons une surface plane et transparente QRST parallèle au plan focal. Le centre O de l'objectif étant pris pour point de vue de la perspective que l'on peut conce-

voir tracée sur la surface QRST, il est évident que cette perspective est superposable avec celle qui se projette sur la glace dépolie vue par transparence, la distance OP du point de vue au tableau étant égale à la distance focale Od ; P étant le point principal et HPN la ligne d'horizon sur la perspective directe,

Fig. 7.



d et HdN sont le point principal et la ligne d'horizon sur la glace dépolie.

Remarquons enfin que l'image aérienne, vue sur la glace dépolie, est précisément celle que l'on obtient photographiquement sous le nom d'*épreuve positive,* d'où il résulte que l'on peut substituer l'épreuve positive elle-même à l'image idéale de la surface transparente.

En résumé, les vues photographiées représentent bien des perspectives géométriques du terrain ayant le centre de l'ob-

jectif pour point de vue, et sur un tableau dont la distance à ce point est égale à la distance focale principale de l'objectif. Par conséquent, étant donnés sur une vue photographiée QRST (*fig.* 7), la position du point principal P et la ligne d'horizon HPN, connaissant d'ailleurs la distance focale de l'objectif qui a servi à prendre la vue, on peut obtenir immédiatement réduits à l'horizon les angles compris entre les différents points du paysage et déterminer graphiquement ou par leurs tangentes trigonométriques les hauteurs ou les dépressions apparentes de chacun de ces points.

On n'a, en effet, pour cela, qu'à opérer, comme nous l'avons montré sur les vues dessinées à la chambre claire, c'est-à-dire rabattre le plan d'horizon sur celui du tableau, autour de la ligne d'horizon HPN prise pour charnière. Le point de vue se trouvera rabattu lui-même en O sur la perpendiculaire PO à la ligne HPN, et à une distance OP de cette ligne égale à la distance focale qui est donnée. En abaissant alors, des différents points a, b, c, d, les perpendiculaires aa', bb', cc', dd' sur la ligne HPN et en joignant les pieds a', b', c', d' de ces perpendiculaires au point O, $a'Ob'$, $a'Oc'$, $a'Od'$ seront les angles réduits à l'horizon que l'on aurait trouvés au moyen d'un cercle divisé ou d'une planchette et d'une alidade mis en station au même point que la chambre obscure, en visant successivement sur les points du terrain dont a, b, c, d sont les images. Quant à la hauteur angulaire apparente de l'un quelconque de ces points, celle du sommet a d'un arbre, par exemple, on l'obtiendrait graphiquement en élevant en a' et sur Oa' la perpendiculaire $a'a''$ égale à aa' et en joignant le point a'' au point O. Il est clair, en effet, que l'angle $a'Oa''$ est égal à l'angle cherché aOa' de l'espace. Mais on évite cette construction en se servant, au lieu de l'angle lui-même, du rapport $\frac{aa'}{Oa'}$ qui en est la tangente trigonométrique et que l'on fait entrer directement, comme nous l'avons expliqué au Chapitre des Méthodes, dans les calculs du nivellement.

J'arrive à la description de la première chambre obscure topographique ou du théodolite photographique expressément construit pour assurer l'exactitude des opérations et celle

des résultats que je voulais obtenir. Je conserverai la figure de cet appareil et le texte de la description que l'on trouve dans le n° 17 du *Mémorial de l'officier du génie*, année 1864, pages 262 et suivantes. J'indiquerai, dans la troisième Partie de ce travail, les autres formes ou dispositions d'appareils adoptées par les opérateurs qui m'ont succédé dans la même voie, et je terminerai en indiquant le modèle, très simple, que je conseille aux voyageurs scientifiques et aux touristes qui veulent contribuer à faciliter les études du terrain dans les pays qu'ils parcourent.

De la chambre obscure topographique. — La chambre obscure (*Pl. VII, fig.* 2 et 3), se compose essentiellement d'une boîte portant à l'avant l'objectif, et, à l'arrière, dans une coulisse, le châssis qui contient la plaque ou la feuille de papier destinée à recevoir l'image.

De l'objectif. — Les photographes emploient deux sortes d'objectifs, les uns formés d'une seule lentille achromatique, les autres composés de deux lentilles placées à une certaine distance l'une de l'autre. Les premiers, désignés sous le nom d'objectifs simples, sont d'un prix moins élevé que les seconds et suffisent pour les vues de paysage ([1]).

Nous réservons d'ailleurs la question du choix de l'objectif; ce qu'il importe de savoir, quant à présent, c'est que, dans tous les cas, il existe un centre optique ([2]) sur l'axe de figure du système des verres, quel qu'il soit. L'objectif *simple* O est placé dans une monture formée de deux tuyaux, dont l'un se visse au centre de la face antérieure de la boîte et dont l'autre, qui porte l'objectif, peut ordinairement glisser dans le premier. Ce mouvement de lorgnette sert à *mettre au foyer*, c'est-à-dire à faire coïncider le plan focal de la lentille avec la surface sensible. Enfin, les diaphragmes, qui servent à augmenter

---

([1]) Ceci a été écrit en 1859; les progrès de l'Optique photographique, depuis cette époque, ont produit de tels changements dans les habitudes que les objectifs simples ont à peu près disparu.

([2]) On sait le sens que nous attribuons à cette expression.

la netteté des images, se logent, en général, dans un tuyau plus étroit adapté à celui qui porte l'objectif. Quand on veut empêcher la lumière de pénétrer dans la chambre, on ferme l'ouverture de ce tuyau avec un couvercle (un chapeau) qui doit s'ajuster aisément, pour qu'en le plaçant ou en le retirant, on ne soit pas exposé à déranger l'appareil (1).

De la glace dépolie et des châssis. — Pour mettre au foyer, on se sert d'une glace dépolie sur laquelle on peut voir distinctement l'image aérienne formée par l'objectif. Cette image acquiert plus de vivacité quand l'opérateur l'isole de la lumière extérieure, en se couvrant la tête d'une étoffe noire qui enveloppe en même temps la boîte. En retirant ou en enfonçant l'objectif, on saisit sans peine l'instant où l'image acquiert sa plus grande netteté.

Quand la chambre obscure est destinée à reproduire tantôt les images d'objets éloignés, tantôt celles d'objets rapprochés, il est nécessaire de recommencer chaque fois la mise au foyer; mais, lorsqu'on ne veut prendre que des vues de paysage, cette opération peut être faite une fois pour toutes. Dans ce cas, l'objectif doit être fixé définitivement, ou bien on se contente de le ramener toujours à un même repère marqué sur la monture.

La glace dépolie n'en sert pas moins à vérifier de temps en temps l'exactitude du repère et surtout à examiner les vues que l'on veut prendre, pour les diviser au besoin en plusieurs épreuves.

Les châssis *à épreuves négatives*, que l'on substitue à la glace dépolie, doivent être construits avec beaucoup de soin, pour que la surface sensible vienne se placer bien exactement dans le plan focal. C'est ce que l'on reconnaît à la netteté des épreuves elles-mêmes ou à celle des épreuves *positives* qu'elles fournissent.

---

(1) Il est évident que ces détails et plusieurs de ceux qui suivent peuvent être passés par les photographes; je ne les ai reproduits que pour ne pas interrompre la description de mon premier appareil, que j'ai cru nécessaire de donner pour éviter toute contestation sur la question de priorité, en ce qui concerne la construction des théodolites photographiques.

Du pied de l'instrument. — La boîte de la chambre obscure repose immédiatement sur un fort croisillon en bronze CC, sur lequel on la fixe au moyen des vis V, V, qui pénètrent dans des écrous noyés au fond de la boîte. Ce croisillon fait corps avec un cylindre creux BB, emboîtant un axe vertical en acier, autour duquel l'appareil peut tourner facilement. L'axe est porté par un trépied à vis calantes T, T, T, posé lui-même sur le plateau d'un pied à trois branches. Une forte vis, armée d'un ressort qui traverse le plateau et pénètre au centre du trépied, travaillé en écrou, relie solidement les deux parties du support de la chambre obscure.

Des organes géodésiques. — A la base de l'axe vertical est fixé un cercle horizontal HH, dont la division tracée sur la tranche est parcourue par l'alidade DD dans les mouvements de rotation. Cette alidade porte à son extrémité une pince P, qui, lorsqu'elle est serrée, maintient l'appareil dans une direction déterminée; elle porte, en outre, une vis de rappel R, pour faciliter le pointé, et un vernier donnant la minute. Les angles dont on fait tourner l'axe optique de l'objectif s'évaluent donc avec un degré de précision toujours suffisant dans des opérations destinées à être traduites graphiquement.

L'instrument comprend, d'ailleurs, un niveau à bulle d'air et à lunette, disposé sur l'un des côtés de la boîte. La lunette LL, placée dans ses collets J, J, est mobile autour d'un axe horizontal II et entraîne dans son mouvement une alidade DD′, dont les verniers parcourent les arcs d'un éclimètre vertical EE; une vis de pression P′ sert à arrêter la lunette dans la direction d'un objet pris pour point de mire, et la vis de rappel R′ à rendre le pointé tout à fait exact. La lecture des verniers donne, au besoin, l'inclinaison de l'axe optique de cette lunette sur l'horizon.

Le niveau NN, dont les pieds Y, Y reposent sur les tourillons de la lunette, peut s'y retourner sans rester, pour cela, exposé à tomber quand on manœuvre ou quand on transporte l'instrument d'une station à l'autre. A cet effet, la règle inférieure du niveau porte en son milieu une double équerre FF, dont les branches verticales sont armées à leurs extrémités de pe-

tites tiges cylindriques qui s'engagent dans les fourches U, U fixées à l'alidade. En relevant les crochets Z, Z qui passent sur ces tiges, le niveau se trouve retenu et, lorsqu'on veut le retourner ou l'enlever tout à fait, on n'a qu'à abaisser les crochets.

La platine qui porte l'axe horizontal, et dans laquelle a été taillé l'éclimètre, s'applique solidement contre la face de la chambre obscure au moyen de vis W, W, qui traversent cette face, et d'écrous que l'on serre à l'intérieur, un contrepoids QQ vissé sur la face opposée ramène le centre de gravité sur l'axe vertical.

Indépendamment du réticule ordinaire, composé d'une croisée de fils, deux autres fils parallèles sont placés au foyer de la lunette pour servir à l'évaluation directe des distances (d'une station à l'autre), en certains cas, d'après le principe de la *stadia*.

Enfin, quatre aiguilles très fines *a, a, a, a,* sont disposées à l'intérieur de la boîte et au milieu des quatre côtés, tout près du bord contre lequel vient s'appliquer le châssis. Ces aiguilles, en interceptant la lumière, marquent sur les épreuves quatre traits de repère qui, joints deux à deux, donnent la ligne d'horizon et une perpendiculaire passant par le milieu de cette ligne.

Mise en station et rectification de l'instrument. — L'objectif et les organes que l'on vient de décrire se démontent et se logent dans une caisse disposée pour les recevoir et d'où on les retire dans l'ordre suivant, quand on veut mettre l'appareil en station :

1° L'objectif que l'on visse sur la chambre obscure;

2° Le trépied à vis calantes : on le met sur le pied en bois; on pose ensuite et l'on fixe la chambre obscure par le croisillon;

3° L'éclimètre que l'on place contre celle des faces de la chambre qui est percée de trous pour le passage des vis W,W;

4° La lunette;

5° Le niveau.

On suit l'ordre inverse pour rentrer ces différentes pièces dans la caisse.

L'instrument étant entièrement monté et installé au-dessus du point choisi pour station, on procède aux rectifications qui sont au nombre de trois, savoir :

1° *Rendre l'axe de rotation vertical.* — Pour cela on amène d'abord les zéros des verniers des deux alidades en coïncidence avec les zéros des divisions correspondantes.

Le limbe horizontal a été construit de telle sorte que la lunette et le niveau se trouvent alors dans une direction parallèle à la ligne qui joint deux des vis à caler du trépied (1); en agissant sur l'une de ces vis ou sur toutes les deux à la fois, on amène la bulle du niveau entre ses repères, puis on fait tourner la chambre de 180° *exactement,* autour de l'axe vertical. Généralement, dans cette nouvelle position, la bulle ne revient pas entre ses repères et il faut l'y ramener en faisant une moitié de la correction au moyen des mêmes vis à caler et l'autre moitié à l'aide de la vis de rappel de l'éclimètre. Cela fait, on met le zéro de l'alidade D sur la division 90° du limbe, et l'on ramène la bulle entre ses repères, en agissant, cette fois, seulement sur la troisième vis à caler qui correspond à cette division.

On vérifie alors que l'axe est effectivement vertical, en voyant si la bulle reste entre ses repères pendant une rotation entière, et, si elle éprouve encore des déplacements sensibles, on achève la rectification en répétant une seconde fois la même série d'opérations (2).

2° *Rectifier l'axe optique de la lunette.*—On commence par mettre la lunette *au point,* en retirant l'oculaire jusqu'à ce que les fils du réticule soient parfaitement distincts, puis en pointant sur des objets éloignés et en faisant marcher le sys-

---

(1) Cette condition n'est pas indispensable et quand elle n'est pas remplie on en est quitte pour prendre d'autres divisions convenables sur le limbe pour y amener les zéros des verniers.

(2) On se familiarise très rapidement avec ce genre d'opérations beaucoup plus simples dans la pratique qu'elles ne le semblent tout d'abord pour ceux qui ne sont pas encore initiés.

tème du réticule et de l'oculaire jusqu'à ce que les images de ces objets deviennent également très nettes.

L'un des deux fils de la croisée du réticule étant rendu sensiblement horizontal, on pointe exactement, mais par le seul mouvement de rotation de l'appareil autour de l'axe horizontal, sur un objet bien défini, puis on fait tourner la lunette dans ses collets, jusqu'à ce que le fil vertical soit renversé, c'est-à-dire redevenu vertical dans le sens opposé. Si alors l'image du point visé vient se projeter de nouveau sur la croisée des fils, l'axe optique a une position convenable: sinon, on estime la distance qui sépare l'image du point considéré de la croisée des fils et l'on déplace le réticule de la moitié de cette distance, en agissant sur une vis de correction dont la position est facile à reconnaître sur la lunette elle-même.

Pour juger si l'opération a réussi, on choisit un autre point sur l'une des nouvelles directions que peut prendre l'axe optique, quand on fait tourner l'instrument autour de son axe vertical, et l'on recommence la même épreuve. Le reste de la correction se fait, s'il y a lieu, en agissant sur la même vis du réticule qui abaisse ou élève le fil horizontal de très petites quantités.

3° *Rendre l'axe optique de la lunette horizontal et déterminer l'erreur de collimation.* — La rectification précédente n'a servi qu'à amener l'axe optique de la lunette dans un plan qui passe par l'axe de figure et qui est à peu près horizontal. Pour achever de rendre cet axe optique exactement horizontal, la bulle du niveau étant toujours entre les repères, depuis la première rectification (1°), on retourne le niveau bout pour bout sur les tourillons de la lunette, et, pour cela, il faut d'abord avoir abaissé les crochets Z, Z. Si, dans cette nouvelle position, la bulle revient entre ses repères, comme les tourillons appartiennent par construction à un seul et même cylindre, la surface du cylindre aura ses génératrices horizontales et par conséquent l'axe de figure et l'axe optique lui-même seront horizontaux. Dans le cas contraire, on ferait une moitié de la correction avec la vis de rappel R′ de l'éclimètre, et l'autre moitié par la vis de correction K du niveau.

La lecture du vernier de l'éclimètre faite après cette opé-

ration est ce qu'on nomme l'*erreur de collimation* (¹), et les angles de pente indiqués par l'éclimètre dans une position quelconque de la lunette, doivent être augmentés ou diminués de cette quantité, suivant le sens de l'erreur et celui de l'inclinaison de la lunette.

Axe optique et plan focal. — L'instrument mis en station doit satisfaire, en outre, à plusieurs conditions qui sont remplies quand il sort des mains du constructeur.

Ainsi :

1° Quand la lunette est horizontale, son axe optique est à la même hauteur que celui de l'objectif et, dans le mouvement de rotation autour de l'axe vertical, ces axes décrivent l'un et l'autre le plan d'horizon.

2° La coulisse pratiquée à l'arrière de la chambre est construite de manière que le plan des épreuves soit vertical et perpendiculaire à l'axe optique. Une légère imperfection dans la réalisation de ces deux premières conditions n'entraînerait aucune erreur sensible dans la pratique.

3° *Aiguilles de repère.* — Il importe, au contraire, en ce qui concerne les aiguilles de repère, et spécialement celles qui déterminent matériellement la ligne d'horizon, que leur position soit exactement fixée.

Mise en place et vérification des repères de la ligne d'horizon et du point principal. — Voici un moyen de fixer ou de vérifier la position des repères de la ligne d'horizon :

On a vu que, quand on fait tourner l'appareil rectifié autour de son axe vertical, le plan décrit par l'axe optique de la lunette est le plan de l'horizon même. Il résulte de là que si l'on dirige la lunette, par ce seul mouvement de rotation, sur un objet remarquable d'un paysage, cet objet, qui se trouvera sensiblement au centre de la glace dépolie, y marquera un point de la ligne d'horizon que l'on pourrait même prendre pour le point principal. L'opérateur, ayant bien reconnu l'objet

(¹) Ou mieux collinéation. *Voir* le Dictionnaire de Littré.

dont il s'agit, n'aura qu'à faire tourner l'instrument d'un certain angle, d'abord de droite à gauche, puis de gauche à droite, pour l'amener alternativement sur les deux bords du cadre de la glace dépolie où il en marquera les traces avec la pointe d'un crayon. Il est clair que la ligne droite tirée entre ces deux points y représenterait la *ligne d'horizon*.

Les pointes latérales destinées à servir de repères doivent projeter leurs ombres sur cette ligne. C'est ainsi que leur position a été déterminée à l'époque de la construction de l'appareil, et qu'elle peut être vérifiée toutes les fois qu'on le juge nécessaire. Elles sont portées chacune par une petite pince mobile dans une rainure verticale, ce qui permet de les élever ou de les abaisser au besoin.

Si l'on voulait prendre l'image d'un point sur lequel on dirige la lunette pour point principal, il faudrait s'astreindre à de nouvelles vérifications que l'on évite en plaçant les deux autres pointes de manière que la ligne qui les unit soit perpendiculaire à la ligne d'horizon et passe sensiblement par le milieu de cette ligne. On reconnaît très facilement que cette double condition est remplie, en se servant à cet effet, non plus de la glace dépolie, mais d'une épreuve positive obtenue à l'aide de l'appareil entièrement rectifié d'ailleurs. Dans ce cas encore, une extrême précision n'est pas de rigueur, et quand les deux pointes ont été placées avec soin par le constructeur, il n'est plus nécessaire d'y toucher, à moins d'accident.

Remarque. — L'objectif est habituellement fixé au milieu du côté antérieur de la chambre obscure, et, par suite, la ligne d'horizon partage elle-même l'épreuve en deux parties égales.

D'un autre côté, comme, en général, les rayons visuels dirigés sur les objets du paysage ont des inclinaisons qui ne dépassent guère de 10° à 15° (au-dessus ou au-dessous de l'horizon), pour ne pas donner des dimensions exagérées à l'appareil, on règle sa hauteur d'après cette indication.

Il peut arriver cependant, en pays de montagnes ou dans des stations choisies à l'intérieur des villages, que les points de vue soient dominés par les objets environnants ou qu'ils les dominent eux-mêmes, de telle sorte que les images de ces objets

ne se trouvent plus entièrement comprises dans le cadre de l'épreuve. Quand c'est le point de vue qui est dominé, la ligne d'horizon, au lieu de passer par le milieu de l'image, devrait en occuper la partie inférieure, et réciproquement, quand c'est lui qui domine, la ligne d'horizon devrait laisser la plus grande partie, sinon la totalité de l'image au-dessus d'elle. Or on peut aisément réaliser le déplacement de la ligne d'horizon, dont la position dépend de celle de l'objectif, en faisant porter celui-ci par un châssis mobile dans deux rainures verticales, pratiquées à la partie antérieure de la chambre obscure.

Quant aux aiguilles, on peut les laisser à la même place; seulement la ligne qui les unit ne représente plus invariablement la ligne d'horizon, mais seulement une parallèle à cette ligne, dont le tracé sur les épreuves est d'ailleurs encore très facile. Il suffit, en effet, d'avoir une graduation de centimètre en centimètre sur les bords de la coulisse et des index sur le châssis qui porte l'objectif. Le zéro de cette graduation correspond à la position moyenne de l'objectif, pour laquelle la ligne d'horizon passe par les aiguilles.

Quand on élève l'objectif d'un certain nombre de centimètres, la ligne d'horizon suit ce mouvement, et, comme l'image sur laquelle elle se déplace est renversée, pour l'obtenir il faut, sur l'épreuve redressée, mener une parallèle à la ligne déterminée par les aiguilles et *au-dessous* de cette ligne, à la distance mesurée sur la graduation. Quand, au contraire, l'objectif a été descendu, la parallèle doit être tracée au-dessus de cette même ligne.

On évite, par ce moyen, de donner à la chambre obscure des dimensions qui la rendraient inutilement incommode; car, dans la plupart des cas, les vues de paysage sont loin de couvrir toute l'étendue des plaques ou des feuilles de papier placées dans le plan focal, et dont la hauteur est ordinairement moindre que la largeur.

Mais la nécessité d'accroître, dans un sens ou dans l'autre, le champ vertical de la chambre obscure n'en est pas moins réelle, et elle s'était fait sentir, dans une excursion entreprise par M. le capitaine Javary pour expérimenter l'appareil que nous achevons de décrire et auquel, d'après la remarque de

cet officier, nous avons fait ajouter le dispositif dont il vient d'être question ([1]).

Il doit être bien entendu, toutefois, que le champ net, dont nous n'avons pas encore parlé, a, dans tous les cas, une limite qui dépend de la nature de l'objectif et qu'on ne peut pas plus dépasser dans le sens vertical que dans le sens horizontal ([2]).

Détermination de la distance du point de vue au tableau. — Cette distance qui règle, comme on sait, la longueur des lignes de visée et, par suite, celle des lignes de construction ([3]), doit être déterminée avec toute l'exactitude possible. On l'évalue indirectement en mesurant, d'une part, soit sur la glace dépolie, soit sur une épreuve positive, la distance linéaire du point principal à un autre point situé sur la ligne d'horizon, et, de l'autre, sur le cercle azimutal, l'angle compris entre les deux mêmes points du paysage naturel.

Revenons, par exemple, à la *fig.* 7, sur laquelle le point O représente le point de vue rabattu sur le plan du tableau. En joignant un point quelconque b' de la ligne d'horizon au point de vue, nous formerons un triangle rectangle en P, qui sera déterminé quand on connaîtra le côté Pb' de l'angle droit et l'angle aigu en O. Or, ces deux quantités sont celles dont il vient d'être question et que l'on peut facilement mesurer avec l'approximation d'une minute pour l'angle et d'une fraction de millimètre pour le côté.

La distance cherchée du point de vue au tableau, qui est le côté OP, se calcule ensuite par la formule

$$OP = Pb' \cot POb'.$$

([1]) Ce dispositif est celui qui est employé le plus habituellement pour éviter d'incliner l'axe optique de l'appareil et, par conséquent, le plan du tableau qui, cessant d'être vertical, donne des perspectives sur lesquelles, comme nous l'avons expliqué, les lignes verticales deviennent convergentes. (*Voir* 2e Série, t. II, p. 304).

([2]) On se souvient, sans doute, qu'avec la chambre claire le champ vertical était indéfini; il convient de reconnaître qu'aujourd'hui, avec les objectifs grands angulaires, le champ vertical des épreuves photographiques n'est plus limité que par les dimensions de l'appareil.

([3]) Plus ces lignes de visée ou de construction sont longues, plus les résultats sont exacts. Cette remarque doit donc rendre attentif au choix d'un appareil et faire rejeter ceux qui ont une trop faible distance focale.

Si l'on se reporte à l'époque déjà éloignée où le Mémoire dont nous avons extrait la plus grande partie de ce travail a été écrit, on comprendra que l'étude des déformations produites par les objectifs, même sur les épreuves d'un champ restreint, et des moyens de corriger les erreurs qui en pourraient résulter, constituait à elle seule un chapitre important. Nous ne reproduirons pas ce chapitre devenu en quelque sorte inutile depuis les perfectionnements apportés à la construction des objectifs. Nous ne donnerons pas davantage les détails relatifs à la pratique de la Photographie; les publications nombreuses et excellentes répandues aujourd'hui sur un art devenu familier à tant de personnes nous en dispensent.

Le dernier et prochain article destiné aux *Annales* contiendra des renseignements sur les modifications dont le premier appareil que nous avions fait construire a paru susceptible et la description sommaire des appareils analogues adoptés à l'étranger, ainsi qu'un résumé des résultats importants que la méthode métrophotographique a permis d'obtenir, à la suite de la méthode iconométrique inaugurée depuis quarante ans passés. Enfin, nous donnerons, en annexe, la description d'un appareil amplificateur, désigné sous le nom de *télémétrographe*, composé d'une lunette et d'une chambre claire, que nous avons employé il y a longtemps aussi pour la première fois, mais dont le siège de Paris par les Allemands nous a malheureusement fourni l'occasion de démontrer l'utilité. Nous n'aurons pas besoin d'insister sur ce qu'en remplaçant la chambre claire par une chambre obscure [1], on arriverait à présent à des résultats analogues et beaucoup plus rapides.

---

[1] Ce que nous avions déjà fait en 1860 pour observer l'éclipse de Soleil avec un appareil disposé dans des conditions spéciales et désigné aujourd'hui sous le nom de *photo-héliographe horizontal*.

(*A suivre.*)

LES ORIGINES

DU TRAIT DE PERSPECTIVE,

PIÉTRO DELLA FRANCESCA ET SON ÉCOLE; ALBERT DURER ET COMMANDIN.

Par M. Eugène ROUCHÉ.

I.

Les anciens se sont beaucoup occupés de la science générale des aspects (*opticus, ars benè videndi,* ...), mais ils ne nous ont rien laissé sur le problème qui consiste à construire graphiquement la perspective linéaire d'un objet, étant données les positions relatives de cet objet, du tableau et du point de vue.

Il faut arriver jusqu'au milieu du xve siècle pour rencontrer la première solution exacte de ce problème. On attribue cette solution à Piétro della Francesca qui, né en 1399 au bourg du Saint-Sépulcre, en Toscane, décora le palais d'Urbin et peignit au Vatican des fresques que remplacèrent un peu plus tard celles de Raphaël. Ses tableaux, parmi lesquels on cite particulièrement une *Résurrection* et un *Songe de Constantin,* étaient fort appréciés de ses contemporains; on y admirait surtout de savants effets de raccourci et une habile distribution des clairs et des ombres.

Vasari nous apprend que Piétro avait, dans sa vieillesse, composé, sans les publier, plusieurs livres intéressants sur la Géométrie et sur la Perspective, et qu'après sa mort, en 1484, ces écrits tombèrent entre les mains d'un disciple indélicat, Fra Lucas di Borgo, qui se les appropria et osa les faire imprimer sous son propre nom. Cet Ouvrage, où l'on remarquait, dit-on, plusieurs figures gravées d'après les dessins de Léonard de Vinci, est devenu très rare, et, en réalité, nous ne connaissons les tracés de Piétro et de son école que par les productions du chanoine Viator et de l'architecte Serlio.

Avant de faire connaître ces tracés, il convient, pour les rendre intelligibles et pour éviter des redites fastidieuses, de donner quelques définitions, d'ailleurs fort simples.

Nous désignerons par OX le bord horizontal inférieur du

Fig. 1.

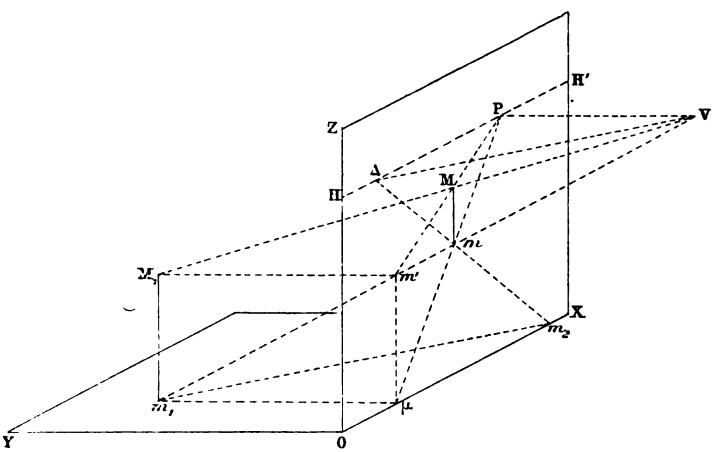


tableau (*fig.* 1), par OZ le bord vertical de gauche et par OY la perpendiculaire au tableau élevée par le point O et située en arrière de ce plan.

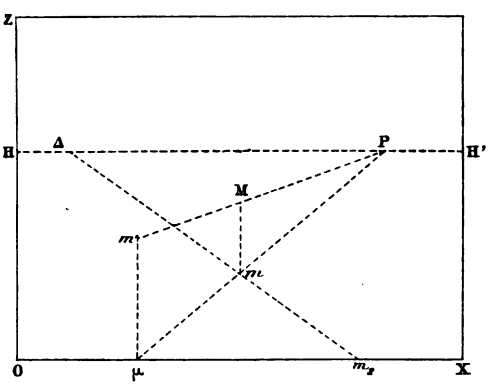
M_1 étant un point quelconque de l'espace, nous appellerons respectivement *largeur*, *éloignement* et *hauteur* les coordonnées $O\mu$, μm_1, $m_1 M_1$ de ce point par rapport aux trois axes rectangulaires OX, OY, OZ; il est clair que, pour mettre

un objet en perspective, il faut connaître les coordonnées de chacun de ses points. De plus, comme la perspective d'un point M_1 est la trace M sur le tableau du rayon visuel VM_1 qui joint l'œil V du spectateur au point considéré M_1, il faut aussi connaître les coordonnées de l'œil par rapport aux mêmes axes, ou, ce qui revient au même, la projection orthogonale P du point de vue V sur le tableau, ainsi que l'éloignement PV de ce point de vue. On donne au point P le nom de *point principal*, à l'éloignement PV le nom de *distance*, et à l'horizontale HH′ du tableau, menée par P, le nom de *ligne d'horizon*. Enfin on appelle *point de distance* le point Δ que l'on obtient en portant sur la ligne d'horizon à partir du point P, du côté de ce point où l'on a le plus de place, une longueur PΔ égale à la distance VP.

II.

Ces préliminaires établis, voici le trait de Piétro, tel qu'il est

Fig. 2.



décrit, fort clairement d'ailleurs, mais sans explication théorique, dans l'Ouvrage publié à Toul par Viator en 1509.

Après avoir placé sur le tableau le point principal P, la ligne d'horizon HH′ et le point de distance Δ (*fig.* 2), on porte,

à partir du point O, sur la base OX du tableau, la largeur $O\mu$, puis à la suite l'éloignement μm_2 du point M_1 que l'on veut mettre en perspective. On joint l'extrémité μ de la largeur au point principal P, et l'extrémité m_2 de l'éloignement au point de distance Δ. L'intersection m des droites μP et $m_2\Delta$ est la perspective, non pas du point considéré M_1, mais de sa projection m_1 sur le plan horizontal YOX qui prend le nom de *géométral.* Pour passer de la perspective m du point m_1, à la perspective M du point M_1, on porte la hauteur en $\mu m'$, à partir du point μ, sur la verticale de ce point, et l'on prend l'intersection M de la verticale du point m et de la droite $m'P$.

L'explication de ce trait est fort aisée de nos jours ; elle résulte immédiatement de la notion *du point de fuite d'une droite;* on entend par là la perspective du point situé à l'infini sur la droite; c'est par conséquent le point où la parallèle menée par l'œil à cette droite perce le tableau. Comme VP (*fig.* 1) est perpendiculaire au tableau et que $V\Delta$ est une horizontale formant avec ce plan un angle de 45°, on voit que le point principal P est le point de fuite de toutes les droites normales au tableau, et que le point de distance Δ est le point de fuite des horizontales inclinées à 45° sur le tableau et dirigées de gauche à droite ou de droite à gauche, suivant que le point Δ est à gauche ou à droite de P. Ces remarques faites, imaginons, par la projection horizontale m_1 du point considéré M_1, deux droites situées dans le géométral, l'une $m_1\mu$ perpendiculaire à la base du tableau, l'autre $m_1 m_2$ dirigée de gauche à droite et faisant un angle de 45° avec cette base OX. La première, rencontrant le tableau au point μ, a pour perspective $P\mu$ (*fig.* 2), et la seconde, rencontrant le tableau en m_2, a pour perspective Δm_2; l'intersection m de $P\mu$ et de Δm_2 est donc la perspective de m_1. Quant à la perspective du point M_1, elle doit appartenir à la verticale du point m, puisque les verticales restent verticales en perspective; elle doit appartenir aussi à la perspective de la perpendiculaire abaissée de M_1 sur le tableau; or la perspective de cette droite est Pm', puisque le point où le tableau rencontre cette perpendiculaire a même largeur et même hauteur que le point M_1, et, par suite, n'est autre que le point m' défini dans l'alinéa précédent.

Certes, ces considérations sont fort simples! Pourtant, si facile qu'elle nous paraisse, cette théorie n'est point celle qui a conduit au tracé de Piétro. Trop savante pour l'époque, elle suppose, sur les points de fuite, des notions qui ne devaient se faire jour qu'un siècle plus tard. Aussi bien, le trait de Piétro est trop parfait pour avoir été créé tout d'une pièce. Mais par quelle série de considérations y est-on parvenu? Et surtout, comment le point de distance s'est-il introduit indépendamment de la propriété dont il jouit d'être le point de fuite des horizontales à 45°? Telles sont les questions auxquelles nous avons l'intention de répondre. Qu'on nous permette toutefois d'ajourner un moment cette réponse; exposée prématurément, notre opinion risquerait de ne paraître que plausible, tandis que l'étude préalable de l'Ouvrage de Serlio fournira à notre thèse des arguments irrésistibles.

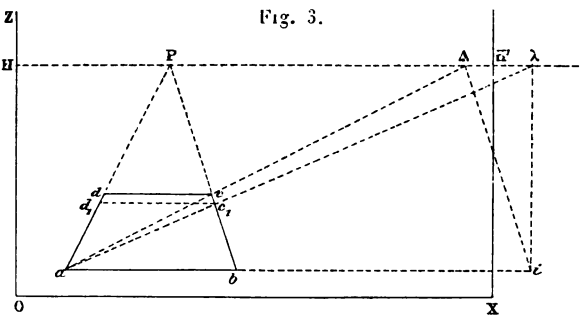
III.

Serlio, né à Bologne en 1475, est mort en 1551 à Fontainebleau où il avait été appelé par François Ier et où il a construit la grande cour du palais qui avoisine la pièce d'eau. Cet éminent architecte n'avait que fort peu de Géométrie, ce qui, comme disait Pascal parlant du chevalier de Méré, est assurément « un grand défaut ». Dans la partie de son livre qui concerne la perspective, Serlio ne fait que rapporter, et parfois d'une manière incorrecte ou incomplète, les tracés en usage dans l'école de Piétro.

Nous voulons seulement ici appeler l'attention sur le problème qui consiste à faire la perspective d'un carré horizontal vu de front. Le carré ainsi disposé est sans contredit l'une des premières figures dont on ait cherché la perspective, d'abord parce qu'il se présente fréquemment dans la pratique, puis, parce qu'on l'emploie souvent comme figure auxiliaire à laquelle on rattache d'autres figures dont on simplifie de la sorte la mise en perspective. La solution est immédiate quand on sait que les points de distance sont les points de fuite des

horizontales à 45° et par conséquent des diagonales du carré ABCD placé comme nous le supposons. *ab* étant la perspective donnée du côté de front antérieur, il suffit, après avoir tiré P*a* et P*b*, de mener *a*Δ qui, par sa rencontre avec P*b*, donne la perspective *c* du sommet C opposé à A; la parallèle à *ab*

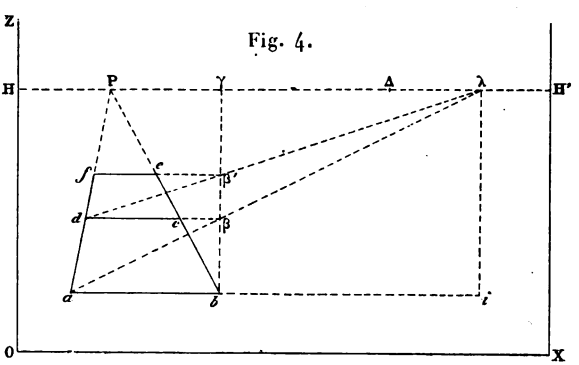
Fig. 3.



menée par *c* fournit ensuite la perspective *d* du quatrième sommet (*fig.* 3).

Serlio procède autrement. Après avoir tracé P*a* et P*b*, il

Fig. 4.



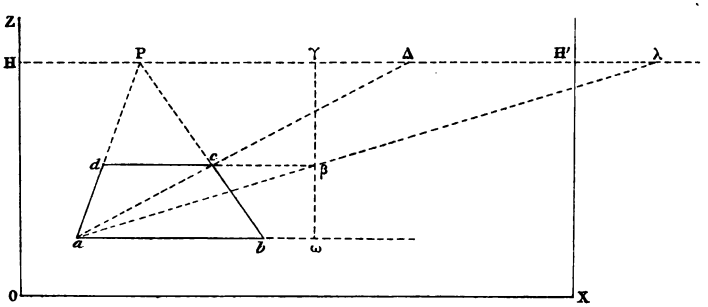
oint le point *a*, non pas au point Δ, mais à un point λ obtenu en prolongeant *ab* d'une longueur *bi* égale à la distance et projetant le point *i* sur la ligne d'horizon HH'. Ce tracé est fautif; la figure $abc_1 d_1$ ainsi trouvée est bien la perspective d'un carré horizontal vu de front, mais pour un observateur placé à la distance Pλ et non pas à la distance *bi* ou PΔ.

Il est vrai que, dans un autre passage de son livre, Serlio donne un tracé exact fondé sur l'emploi du même point λ. Ce trait consiste (*fig.* 4) à prendre l'intersection β de $a\lambda$ avec la perpendiculaire $b\gamma$ abaissée par le point b sur la ligne d'horizon, puis à mener par ce point β la parallèle βcd à ab. Mais il se trompe ensuite lorsqu'il veut placer sur cd un nouveau carré situé en arrière du premier; il joint $d\lambda$ et, par l'intersection β′ de $d\lambda$ avec $b\gamma$, il mène $\beta' ef$ parallèle à ab.

Pour montrer que la construction du premier carré ABCD est juste et que celle du second CDEF est fausse, proposons-nous le problème suivant :

Étant donnés le point principal P, le point de distance Δ, une

Fig. 5.



horizontale de front ab et une perpendiculaire γω à la ligne d'horizon HH′, trouver sur HH′ un point λ tel que, si l'on tire Pa, Pb, $a\lambda$, et si, par l'intersection β de γω et de $a\lambda$, on mène βcd parallèle à ab, la figure $abcd$ soit la perspective d'un carré horizontal (*fig.* 5).

On obtient le point cherché λ en construisant d'abord la perspective $abcd$ du carré ABCD à l'aide de la perspective $a\Delta$ de la diagonale AC, puis en prenant l'intersection β de dc et de γω et menant $a\beta$, jusqu'à sa rencontre avec HH′.

Or la figure donne les proportions

$$\frac{\gamma\lambda}{a\omega} = \frac{\beta\gamma}{\beta\omega} = \frac{c\mathrm{P}}{cb} = \frac{\mathrm{P}\Delta}{ab};$$

d'où résulte la formule

$$\gamma\lambda = \frac{P\Delta}{ab}\, a\omega.$$

Donc, si $a\omega = ab$, on a $\gamma\lambda = P\Delta$, ce qui justifie le tracé de Serlio pour le premier carré *abcd*. Mais si $a\omega$ est plus grand que ab, $\gamma\lambda$ sera plus grand que $P\Delta$; ce qui prouve la fausseté du trait relatif au second carré *cdef*, car alors $d\beta$ étant supérieur à dc (*fig.* 4), $\gamma\lambda$ devrait être supérieur à $P\Delta$, tandis qu'il lui est égal dans le tracé de Serlio.

IV.

D'après ce que nous venons de voir dans l'Ouvrage de Serlio, il existait dans l'École de Piétro, à côté du trait indiqué par Viator pour la perspective du carré, un autre trait classique d'une exactitude incontestable. Dans l'un, on fait intervenir le point de distance Δ; dans l'autre, on emploie un autre point λ de la ligne d'horizon. De ces deux traits que nous désignerons respectivement par (Δ) et (λ), quel est le plus ancien? C'est assurément le trait (λ). On ne saurait avoir le moindre doute à ce sujet : quel savant ou quel artiste, une fois en possession du trait (Δ), l'eût abandonné pour un trait moins simple et fondé sur l'emploi d'un point λ moins accessible que Δ? Une seule conjecture est logique : on a rencontré le trait (Δ) en cherchant à simplifier la figure qui constitue le trait (λ). La simplification saute d'ailleurs aux yeux du géomètre le moins expert : c étant la perspective du sommet C supposée construite au moyen du trait (λ), si l'on nomme Δ (*fig.* 6) le point où ac coupe HH', on a évidemment, comme au § III, les proportions

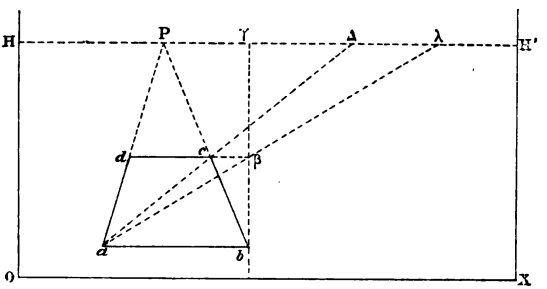
$$\frac{\gamma\lambda}{ab} = \frac{\beta\gamma}{\beta b} = \frac{cP}{cb} = \frac{P\Delta}{ab}.$$

D'où l'on conclut que $P\Delta = \gamma\lambda$, en sorte qu'il suffit, pour obtenir c, de prendre l'intersection de Pb et de la droite $a\Delta$ qui joint le point a au point de distance.

La recherche de l'origine du trait de perspective se trouve dès lors réduite à celle de l'origine du trait (λ).

Or, imaginons qu'on prenne pour plans de projection orthogonale le tableau et un plan perpendiculaire mené par la droite $b\gamma$ qui se trouve ainsi la ligne de terre. Le point de vue V a pour projections P et λ, le point C a pour projections b et ab le rayon visuel VC se projette donc sur le tableau suivant Pb et sur le plan perpendiculaire suivant $a\lambda$; sa trace c sur le tableau est par suite, d'après une règle élémentaire, à l'inter-

Fig. 6.



section de la première projection Pb du rayon visuel et de la ligne de rappel βd du point β où la seconde projection $a\lambda$ du même rayon visuel rencontre la ligne de terre $b\gamma$.

On tombe donc immédiatement et naturellement sur le trait (λ) en cherchant à résoudre le problème de la mise en perspective d'un point par l'application du *trait de stéréotomie*. Comme ce dernier trait remonte sans contredit à l'antiquité la plus reculée, l'idée de l'appliquer au problème de la perspective devait s'offrir la première, et de cette conception à l'exécution il n'y avait qu'un pas, bien aisé à franchir, pour un artiste un peu érudit. Telle est, sans nul doute, l'origine du trait de Piétro.

Si, malgré tout, cette opinion trouvait encore quelques esprits rebelles, l'histoire de l'École qui a suivi celle de Piétro serait éminemment propre à dissiper toute hésitation. Les deux principaux représentants de cette seconde École sont le célèbre peintre et graveur Albert Durer, de Nuremberg (1471-1528), et

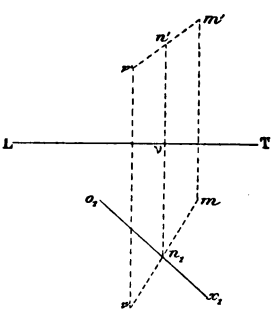
le chevalier Commandin, d'Urbin (1509-1575), le savant commentateur d'Euclide, d'Archimède et d'Apollonius.

Nous allons, pour compléter notre démonstration et terminer cette étude, montrer avec quelle dextérité ces deux savants maniaient le trait de stéréotomie, avec quel succès ils l'ont appliqué au problème de la perspective, et enfin de quelle manière Commandin est parvenu à en déduire directement le trait (Δ) sans passer par le trait (λ).

V.

Un objet étant donné par un plan et une élévation, que sépare la ligne de terre LT (*fig.* 7), imaginons qu'on ait marqué sur l'épure la trace horizontale o_1x_1 du tableau ainsi que les projections v et v' du point de vue. La perspective d'un

Fig. 7.



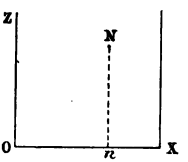
point quelconque (m, m') est l'intersection (n_1, n') du rayon visuel (vm, $v'm'$) et du plan vertical o_1x_1 ; mais on n'a de la sorte que les projections de la perspective, tandis qu'on veut la perspective elle-même. Or, on la construit à part sans difficulté, puisqu'on a les deux coordonnées o_1n_1 et vn' du point (n_1n') par rapport au bord vertical de gauche OZ et à la base OX du tableau. On tracera sur une figure séparée (*fig.* 8), les bords OX, OZ du cadre en prenant $OX = o_1x_1$; puis, on portera sur OX la largeur $On = o_1n_1$ et, sur la verticale du

point n, la hauteur $nN = vn'$. Le point N sera la perspective de (m, m')

Telle est, dans toute sa généralité, l'application du trait de stéréotomie à la perspective. Voici maintenant les dispositions particulières adoptées par Albert Durer et par Commandin.

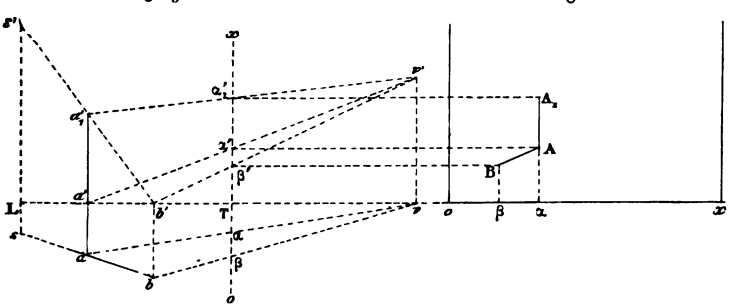
Albert Durer, au lieu d'employer une élévation quelconque,

Fig. 8.



prend pour plan vertical de projection le plan vertical mené par l'œil perpendiculairement au tableau, le plan horizontal de projection étant toujours le géométral. Les *fig.* 9 et 10 sont

Fig. 9. Fig. 10.

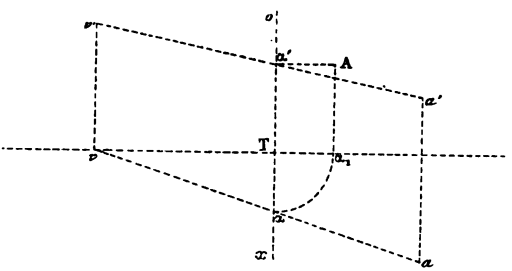


relatives aux perspectives AA_1 et AB d'un bâton vertical et de son ombre sur le sol; elles s'expliquent d'elles-mêmes après ce que nous avons dit ci-dessus : (s, s') est le point lumineux, $(a, a'\, a'_1)$ le bâton, ox le tableau, qui est ici de profil; enfin, (v, v') est le point de vue, situé dans le plan vertical de projection. Après avoir déterminé, sur la *fig.* 9, l'ombre ab ainsi que les intersections du tableau et des rayons visuels aboutissant aux points (a, a'), (a, a'_1), (b, b'), on passe à la *fig.* 10; on prend ox, $o\alpha$, $o\beta$ respectivement égales aux longueurs qui

portent les mêmes noms dans la *fig.* 9; puis on mène des parallèles à LT par les points β', α', α'_1.

La disposition de Commandin est la même; seulement, au lieu de transporter le tableau ailleurs, il le fait tourner autour de la verticale T, jusqu'à ce qu'il coïncide avec le plan vertical de projection. La *fig.* 11 renferme les tracés relatifs à la perspective du point quelconque (a, a'). (v, v') est le point de vue, $(va, v'a')$ le rayon visuel du point (a, a'), enfin (α, α')

Fig. 11.



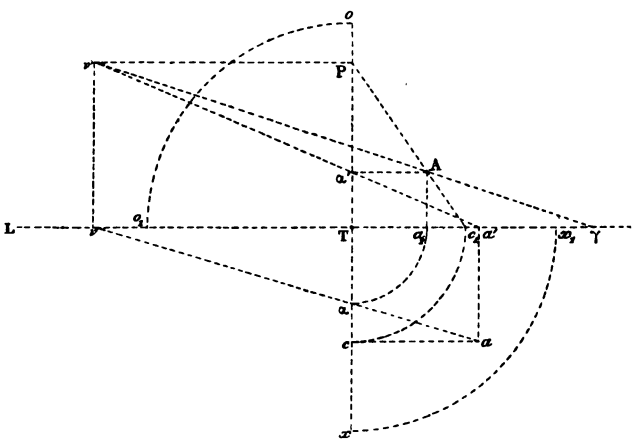
l'intersection de ce rayon et du tableau ox. Par l'effet de la rotation du tableau autour de la verticale du point T, le point (α, α') vient au point A, qui est la perspective demandée.

Il ne nous reste plus qu'à montrer comment de ce tracé peut résulter le trait (Δ) de Piétro, c'est-à-dire comment s'introduisent le point principal et le point de distance. Bornons-nous, pour abréger, comme nous l'avons fait aux § III et IV, à considérer un point a du géométral, ce qui d'ailleurs est le cas essentiel pour notre objet. (α, α') est la trace du rayon visuel $(va, v'a')$ sur le tableau ox qui est ici de profil (*fig.* 12). Dans la rotation du tableau autour de la verticale du point T, o vient en o_1, x en x_1, et (a, a') vient en un point A qu'on obtient en décrivant le quart de cercle αa_1 et prenant l'intersection de la verticale du point a_1 avec la parallèle à LT menée par α'.

Traçons actuellement, sur le géométral, l'éloignement ac du point a et par suite sa largeur oc. Le plan passant par le rayon visuel du point a et par la droite ac a pour trace verticale v'P. Donc les points P, A, c sont dans l'espace sur une même ligne

droite, intersection du plan considéré et du tableau. Par suite, ces points sont encore en ligne droite après la rotation ; en d'autres termes, c_1 étant l'intersection de PA et de LT, on a $Tc_1 = Tc$. Mais, si γ désigne le point commun à LT et à $v'A$, on voit que $a'\gamma$ est égal à Tc_1, puisque le rapport de chacune de ces deux lignes à $A\alpha'$ est égal au rapport des distances

Fig. 12.



de LT et de $\alpha'A$ à leur parallèle commune $v'P$. De la relation $\alpha'\gamma = Tc_1$, on déduit d'ailleurs

$$c_1\gamma = Ta' = ac.$$

Cela posé, on voit que A est déterminé par la rencontre des deux droites Pc_1, $v'\gamma$ que l'on obtient de la façon suivante : la première Pc_1 joint le point principal P à l'extrémité c_1 de la largeur $o_1c_1 = oc$; la seconde $v'\gamma$ unit le point de distance v' à l'extrémité γ de l'éloignement $c_1\gamma = ac$, après qu'on a porté cet éloignement à la suite de la largeur.

On reconnaît le tracé (Δ); et, ainsi se trouvent confirmées nos assertions sur l'origine du trait de perspective et sur l'heureux parti que des artistes distingués savaient, trois siècles avant Monge, tirer de la doctrine des projections orthogonales.

PROGRAMME, POUR L'ANNÉE 1891-92,

DES COURS PUBLICS ET GRATUITS DE HAUT ENSEIGNEMENT

DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS [1].

Géométrie appliquée aux Arts (les lundis et jeudis, à neuf heures). — M. le Colonel A. Laussedat, professeur; M. Ch. Brisse, professeur suppléant.

Géométrie de la sphère. — Globe céleste et planisphères. — Étude des phénomènes astronomiques. — Instruments d'observation. — Mesure du temps. — Cadrans solaires, horloges et chronomètres. — Calendrier. — Photographie et spectroscopie célestes. — Application de l'Astronomie à la Géographie et à la Navigation.

Géométrie descriptive (les lundis et jeudis, à sept heures trois quarts). — M. E. Rouché, professeur.

La perspective pratique. — Principes fondamentaux. — Carré, cube, cercle; portes et fenêtres, toits, moulures, escalier, voûtes, etc. — Ombres et reflets. — Problèmes inverses de perspective : éléments de Métrophotographie.

Mécanique appliquée aux Arts (les lundis et jeudis, à sept heures trois quarts). — M. J. Hirsch, professeur.

Principes de la mécanique. — Statique. — Machines simples. — Cinématique. — Dynamique. — Hydraulique.

Constructions civiles (les mercredis et samedis, à sept heures trois quarts). — M. Émile Trélat, professeur, remplacé, en cas d'empêchement, par M. J. Pillet.

Fonctions mécaniques des organes de construction et détermination de leurs dimensions en conséquence de ces fonctions. — Piles; murs; planchers, voûtes, combles, etc.

---

[1] Tous ces cours ont lieu le soir et leur durée réglementaire s'étend du 3 novembre au 30 avril.

Physique appliquée aux Arts (les mardis et vendredis, à neuf heures). — M. N..., professeur.

Électricité industrielle (les lundis et jeudis, à neuf heures). — M. Marcel DEPREZ, professeur.

Transmission électrique de la force. — Applications mécaniques de l'électricité. — Machines à courant alternatif. — Transformateurs. — Applications diverses des courants alternatifs. — Stations centrales d'électricité. — Accumulateurs. — Lumière électrique. — Différents systèmes d'éclairage électrique. — Mesures électriques industrielles.

Chimie générale dans ses rapports avec l'Industrie (les mercredis et samedis, à neuf heures). — M. É. JUNGFLEISCH, professeur.

Métaux. — Généralités sur les métaux. — Classification des métaux. — Généralités sur les combinaisons salines. — Alliages métalliques. — Histoire particulière des métaux utiles : extraction, propriétés, combinaisons diverses, applications, notions analytiques.

Chimie industrielle (les lundis et jeudis, à neuf heures). — M. Aimé GIRARD, professeur.

Farines et panification; biscuiterie; pâtes alimentaires. — Féculerie et amidonnerie. — Industrie sucrière. — Extraction du sucre de betteraves et du sucre de cannes. — Raffinerie; sucraterie. — Fabrication du glucose. — Papeterie. — Travail du chiffon et des succédanés : paille, bois, sparte, etc. — Papiers à la forme et papiers à la machine.

Métallurgie et Travail des métaux (les mardis et vendredis, à sept heures trois quarts). — M. U. LE VERRIER, professeur.

ÉTUDE GÉNÉRALE DES PROCÉDÉS MÉTALLURGIQUES. — Première partie : *Traitement des minerais.* — Procédés par voie sèche : production des hautes températures et utilisation des combustibles; théorie des principales opérations par lesquelles on extrait les métaux de leurs minerais (réduction, grillage, sublimation, etc.). — Procédés par voie humide, dissolution et précipitation des métaux.

Deuxième partie : *Travail des métaux.* — 1° Travail par déformation, martelage, laminage, estampage, etc. — 2° Travail par enlèvement de matière, tournage, rabotage, etc.

Chimie appliquée aux industries de la Teinture, de la Céramique et de la Verrerie (les lundis et jeudis, à sept heures trois quarts). — M. V. DE LUYNES, professeur.

Des diverses espèces de verre. — Verre blanc, verre coloré. — Fours.

— Dévitrification. — Fabrications spéciales. — Vitres, glaces. — Cristal, gobeleterie. — Émaux. — Peinture sur verre. — Poteries. — Matières premières. — Argiles. — Pâtes céramiques. — Terres cuites, faïences, grès. — Porcelaines. — Façonnage, cuisson. — Décoration, couleurs vitrifiables.

Chimie agricole et Analyse chimique (les mercredis et samedis, à neuf heures). — M. Th. SCHLŒSING, professeur.

Nutrition des plantes. — Engrais. — Analyse chimique appliquée à divers produits de l'exploitation rurale. — Analyse minérale.

Agriculture (les mardis et vendredis, à neuf heures). — M. É. LECOUTEUX, professeur; M. L. GRANDEAU, professeur suppléant.

LES VÉGÉTAUX DE LA GRANDE CULTURE. — *Céréales.* — Blé, seigle, avoine, orge, maïs, sarrasin, etc. — Sol. — Sa préparation. — Choix des semences, fumure. — Procédés de culture, de récolte. — Conservation. — Commerce.

Plantes sarclées. — Pommes de terre. — Betteraves fourragères. — Betteraves sucrières. — Navets, turneps, etc.

Travaux agricoles et Génie rural (les mercredis et samedis, à sept heures trois quarts). — M. Ch. DE COMBEROUSSE, professeur.

Conservation et préparation des récoltes. — Machines employées à l'intérieur de la ferme (suite et fin).

Produits accessoires de la Ferme. — Verger, fruitier, potager. — Rucher.

Notions de physiologie végétale et animale. — Des sources de travail employées en Agriculture. — Moteurs animés et inanimés. — Problème de l'Alimentation.

Hygiène du cultivateur.

Machines usuelles. — Manèges. — Moteurs et machines hydrauliques. — Machines à vapeur agricoles. — Appareils de transmission.

Filature et Tissage (les mardis et vendredis, à sept heures trois quarts). — M. J. IMBS, professeur.

Tissus façonnés : par chaîne, par trame. — Battants brocheurs et métiers à rubans. — Tissus gaze. — Tulles et métiers à tulle. — Tricots. — Apprêts des tissus. — Fabrication des draps.

Économie politique et Législation industrielle (les mardis et vendredis, à sept heures trois quarts). — M. É. LEVASSEUR, professeur.

Législation de l'Industrie et du Commerce. — L'apprenti, l'ouvrier, le

patron et le commerçant. — La législation des anciens corps de métier. — La liberté du travail. — Le travail des enfants dans les manufactures. — Le contrat de louage. — Les lois sur les coalitions. — Les syndicats professionnels. — L'assurance contre les accidents. — Le code de commerce, — Les juridictions : conseils de prud'hommes, tribunaux de commerce, arbitrage.

Économie industrielle et Statistique (les mardis et vendredis, à neuf heures). — M. A. DE FOVILLE, professeur.

L'Économie industrielle et la science financière. — La Monnaie. — Les Prix. — Les Impôts. — Les Emprunts. — Les dépenses publiques. — Institutions financières intéressant le travail et les travailleurs. — Les Statistiques financières.

Droit commercial. — Ce cours est suspendu.

ɔa

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS

LE TOME TROISIÈME DE LA DEUXIÈME SÉRIE.

Pages

Discours prononcé le 23 novembre 1891, aux obsèques de M. F. MALAPERT, par M. É. LEVASSEUR 1

La marche de la civilisation dans le présent et dans l'avenir, par M. A. DE FOVILLE 5

Rationnalisation des expériences de REGNAULT sur la vapeur, par M. J. MACFARLANE GRAY; traduction de M. G. RICHARD 29

Discours prononcé le 14 mai 1891, aux obsèques de M. A.-E. BECQUEREL, par M. le colonel A. LAUSSEDAT 101

La population et la richesse, par M. É. LEVASSEUR 107

Un calendrier perpétuel, par M. Ed. COLLIGNON 173

Les poutres droites, par M. Jules PILLET 194

Les lois du cardage, par M. J. IMBS 239

Notice nécrologique sur Gustave-Adolphe HIRN, par M. J. HIRSCH 276

Usine élévatoire de Bourg-sur-Aisne pour l'alimentation du canal de l'Oise à l'Aisne, par MM. Émile MEUNIER et Léon FERAY 290

Les applications de la perspective au lever des plans (2e article), par M. le colonel A. LAUSSEDAT 313

Pages.

Les origines du trait de perspective : PIÉTRO DELLA FRANCESCA et son école; ALBERT DURER et COMMANDIN, par M. Eugène ROUCHÉ..... 357

Programme des cours du Conservatoire des Arts et Métiers, pour l'année 1891-1892 370

PLANCHES.

Pl. I. — Rationnalisation des expériences de REGNAULT sur la vapeur.

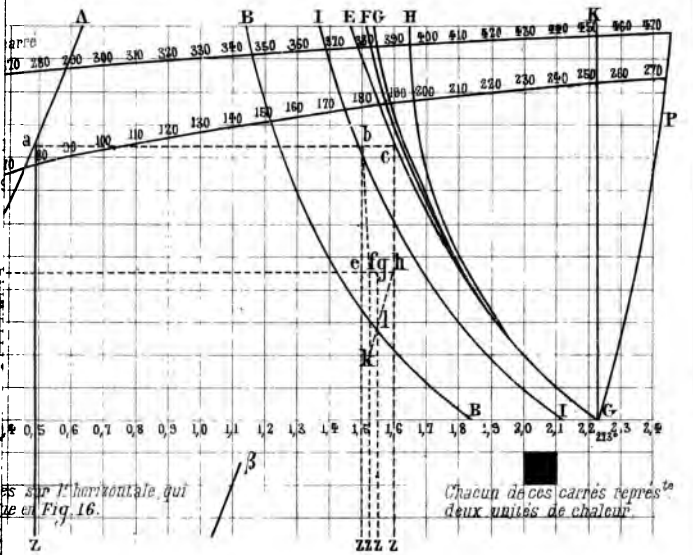
Pl. II et III. — Calendrier perpétuel.

Pl. IV et V. — Usine élévatoire de Bourg-sur-Aisne.

Pl. VI et VII. — Les applications de la perspective au lever des plans.

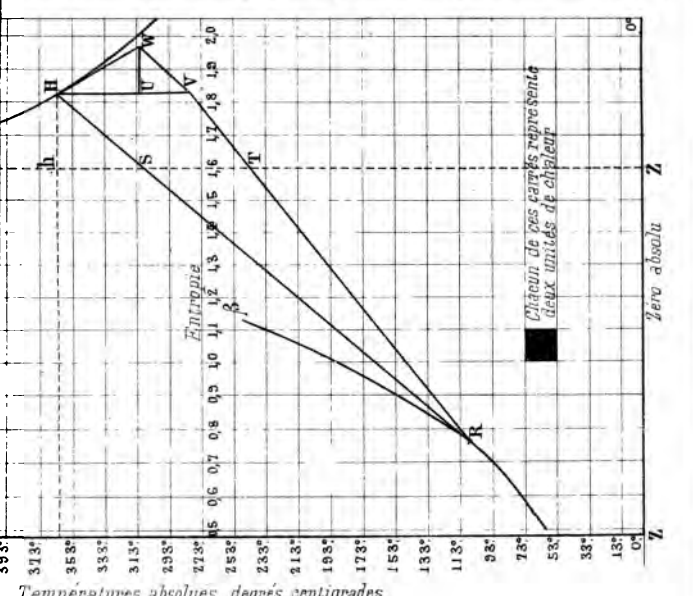
Paris. — Imp. Gauthier-Villars et fils, 55, quai des Grands-Augustins.

amme entropique pour la vapeur *(voir aussi Fig. 16)*.



3. D
ence

du diagramme entropique pour la vapeur *(Voir aussi Fig 15)*



Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris. (4607) 12-80

MABLEAUX.

Cherchez l'Année donnée dans le Tableau III (*Style Julien*). On trouve une lettre à la rencontre de la colonne totale des dizaines et unités. Si l'Année est bissextile, on trouve deux lettres; mois de Janvier et de Février; la seconde, les Dimanches des dix mois.

Cherchez dans le Tableau I la lettre des mois donnés. Cherchez ensuite, dans la colonne du Tableau I qui commence par cette lettre, la lettre du quantième et du mois. Le nom du jour cherché est dans la colonne extrême de droite du Tableau I.

TABLEAU III. LETTRES (*Julien*). Année 100 N+B

B	N=7	N=7n+4	N=7n+5	N=7n+6
	0	400	500	600
	700	1100	1200	1300
	1400	1800	1900	2000

Fig. 3. Coupe transversale suivant MN.

12	e	f	g	A	b	c
13	dc	ed	fe	gf	Ag	bA
14	b	c	d	e	f	g
15	A	b	c	d	e	f
16	g	A	b	c	d	e
17	fe	gf	Ag	bA	cb	dc
18	d	e	f	g	A	b
19	c	d	e	f	g	A
20	b	c	d	e	f	g
21	Ag	bA	cb	dc	ed	fe
22	f	g	A	b	c	d
23	e	f	g	A	b	c
24	d	e	f	g	A	b
25	cb	dc	ed	fe	gf	Ag
26	A	b	c	d	e	f
27	g	A	b	c	d	e
28	f	g	A	b	c	d

Imp. Monr

Autog. (Zinc) E. Gillet, 30, rue Gay-Lussac, Paris

Fig. 3. Coupe transversale suivant MN.

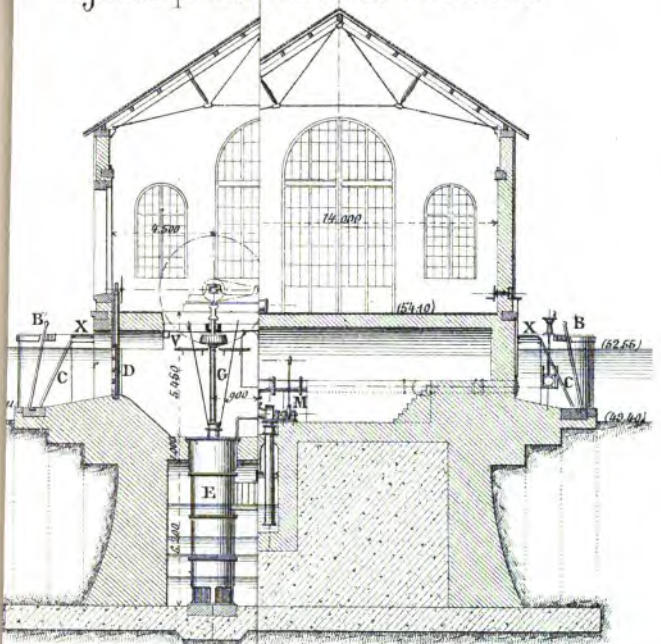
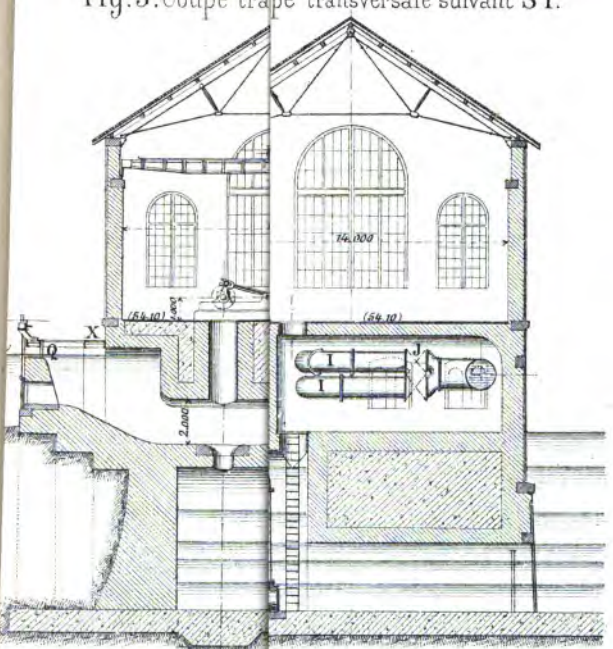


Fig. 5. Coupe trape transversale suivant ST.



ils, Éditeurs. uto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris. 1728-91

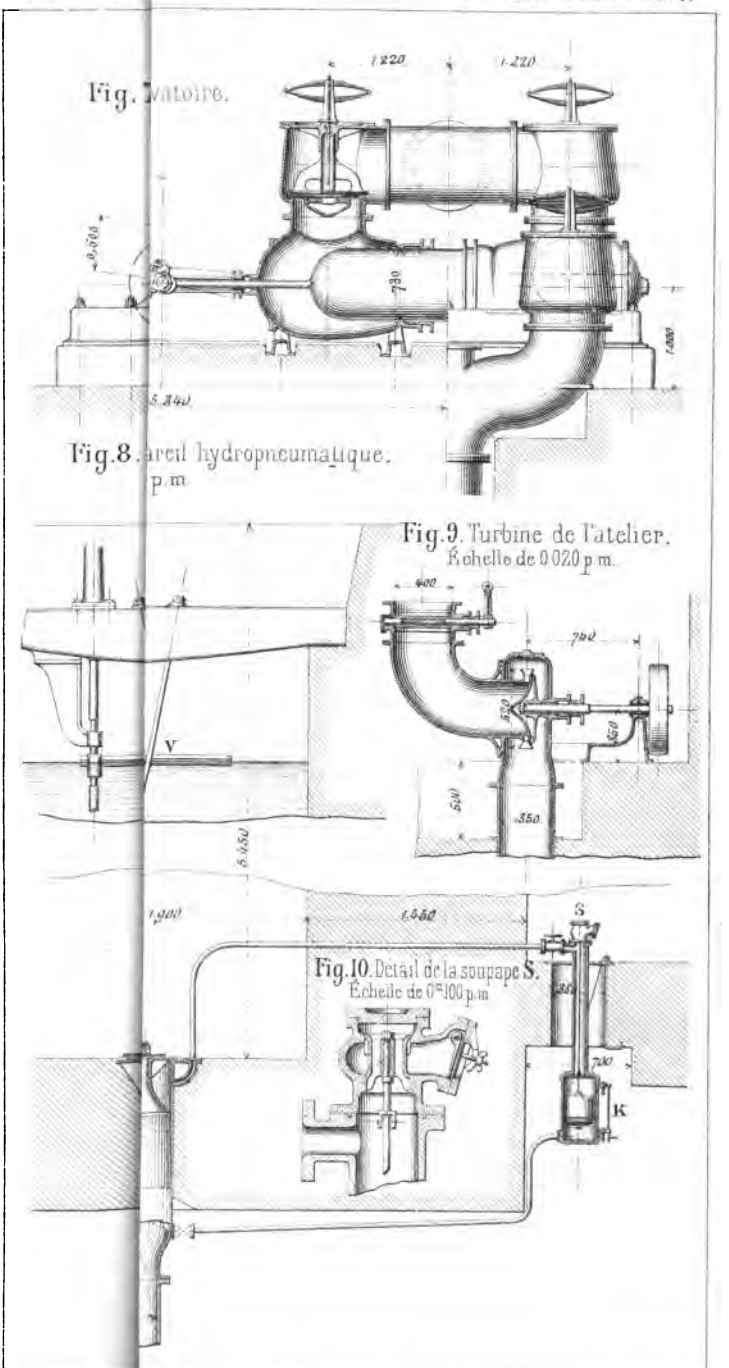
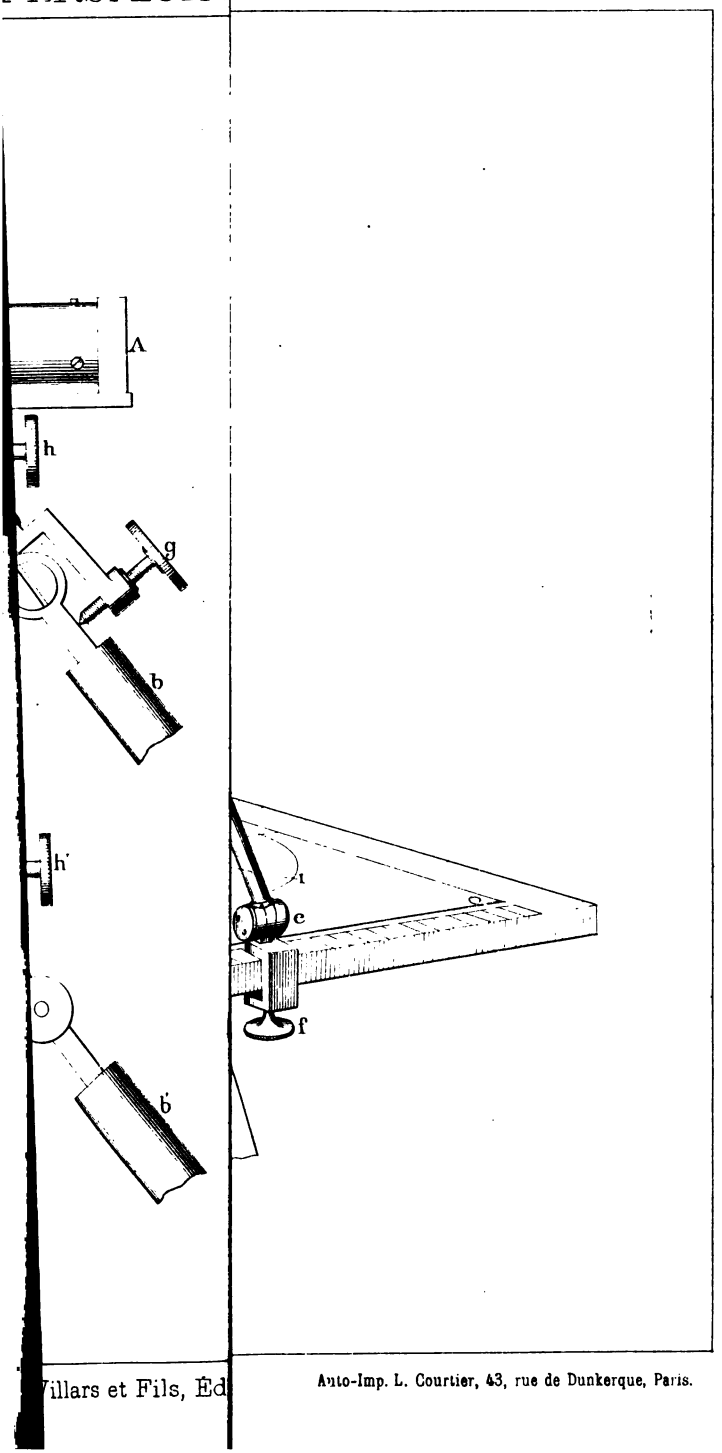


Fig. 7. Vatoire.

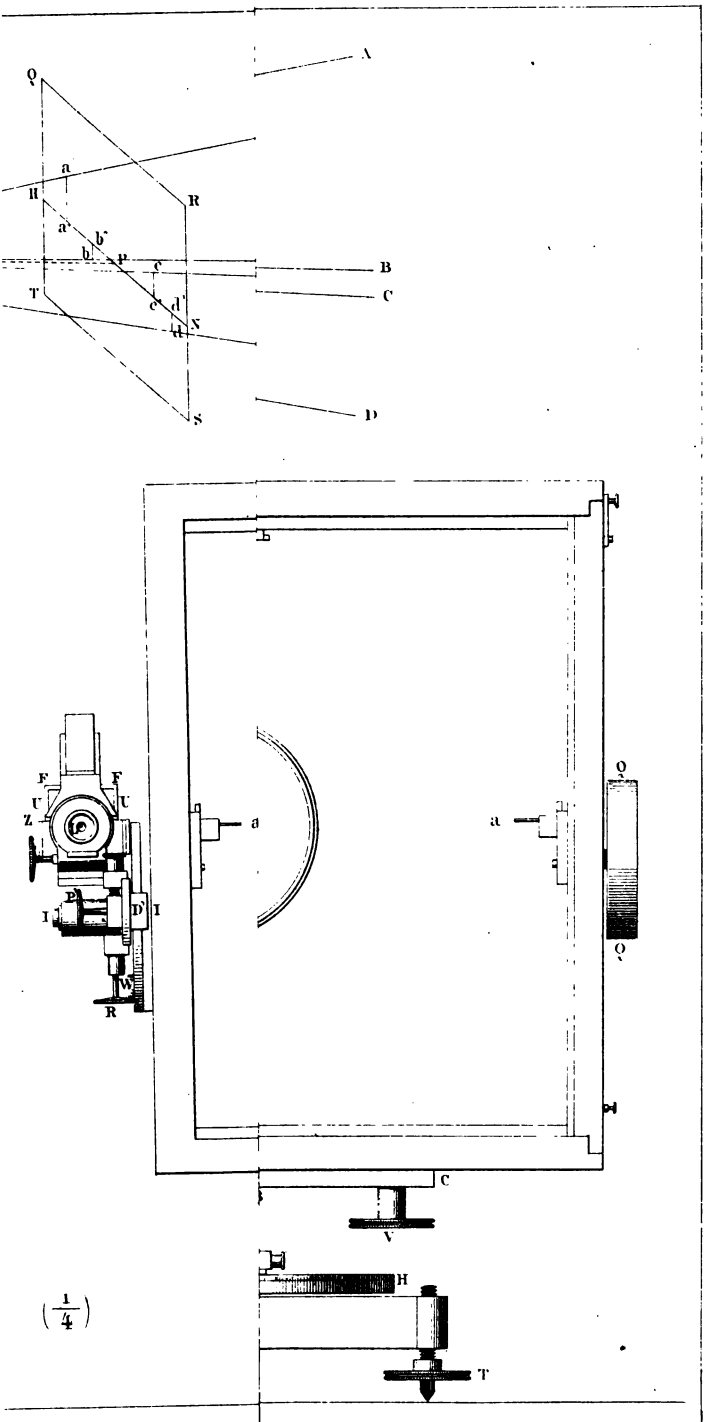
Fig. 8. Arcil hydropneumatique.
p.m

Fig. 9. Turbine de l'atelier.
Échelle de 0.020 p.m.

Fig. 10. Détail de la soupape S.
Échelle de 0m100 p.m



Villars et Fils, Éd. Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris.



s, Éditeurs.

Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris.